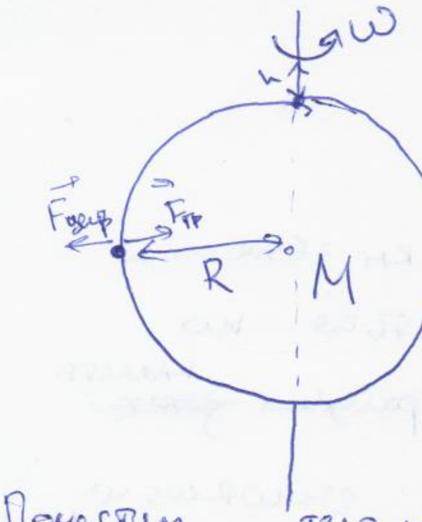
Задача 1 СПБ-145



$$T_{матем. маятн.} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

// 2% → 0,02

Поместим тело массой m на экватор,

тогда $F_{гр} = \frac{GMm}{R^2}$

$$F_{центр} = a_ц \cdot m = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} m$$

$$g_{экв} = \frac{F_{гр} - F_{центроб}}{m} = \boxed{\frac{GM}{R^2} - \frac{4\pi^2 R}{T^2}}$$

$$g_{полюсе} = \frac{F_{гр}}{m} = \frac{GM}{R^2}$$ (нет центростремит. ускорения)

$$\boxed{x \ll 1 \quad (1+x)^{\alpha} = 1 + x\alpha}$$

$$1{,}02^2 = 1{,}04$$

$g_h = g_{полюсе}$ с высотой h $= \frac{GM}{(R+h)^2}$

$$\begin{cases} 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{экв}}} = (1{,}02)\cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{пол}}} \\ 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{экв}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g_{экв} = \frac{g_{пол}}{1{,}02^2} = \frac{g_{пол}}{1+0{,}04} \Leftrightarrow \\ g_{экв} = g_h \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{GM}{R^2} - \frac{4\pi^2 R}{T^2}\right)\cdot(1{,}04) = \frac{GM}{R^2} \\ \frac{GM}{R^2} - \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{GM}{(R+h)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}04\frac{GM}{R^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}\cdot(1{,}04) \\ \frac{1}{R^2} - \frac{0{,}04}{R^2} = \frac{1}{(R+h)^2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4\pi^2 R}{T^2} = (0{,}04)\frac{GM}{R^2} \\ \frac{R^2}{0{,}96} = (R+h)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4\pi^2 R}{T^2} = (0{,}04)\frac{GM}{R^2} \\ 1{,}04 R^2 = (R+h)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4\pi^2}{T^2} R = (0{,}04)\frac{GM}{R^2} \\ 1{,}02 R = R+h \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\frac{1}{1-x} = 1+x \quad x \ll 1$

Задача 1
(Продолжение)

$$\begin{cases} GM = \dfrac{4\pi^2 R^3}{T^2\cdot(0{,}0004)} \\ h = 0{,}02R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} GM = \dfrac{4\pi^2 R^3}{T^2\cdot 0{,}0004} \\ R = 50h = 50\cdot 130 = 6500 \text{ км} = 6500000 \text{ м} \end{cases}$$

Max скорость с которой можно двигаться по поверхности ~~земли~~ планеты это скорость вращения ~~земли~~ планеты вокруг своей оси. (на экваторе, т.к. $v = \omega R\cos\varphi$, φ – широта, $\cos\varphi = 1$, при $\varphi = 0$ экватор)

$$v = \omega R = \frac{2\pi}{T}\cdot R = \frac{2\cdot 3{,}14}{10\cdot 3600}\cdot 6{,}5\cdot 10^6 =$$

$$= \frac{6{,}28\cdot 6{,}5}{36}\cdot 10^3 \cong \boxed{1\ \frac{\text{км}}{\text{с}}}$$

Ответ максимальная скорость с которой можно двигаться по поверхности ~~земли~~ планеты это $1\ \text{км}/\text{с}$, пример передвижения: очень частое подпрыгивание, ~~или~~ (в теории) полет, тогда в атмосфере ~~на~~ человек на одном месте, а ~~зе~~ планета крутится.

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$$

$$a = \omega^2 R$$

$$\frac{GMm}{R^2} = mg$$

$$g_{экв} \overset{!}{=} \frac{GM}{R^2} + \omega^2 R$$

Задача 2

Так как мы знаем что ~~голубые~~ красные карлики и ~~голубые~~ красные гиганты существуют, обратимся к ~~красным~~ голубым звездам, ~~красн~~ голубые гиганты существуют, но редкие, а голубых карликов не бывает.

~~Значит~~ Так же ~~в~~ по условию светимости совпадают. Мы знаем, что цвет звезды ~~тер~~ зависит от температуры (голубые - горячие, красные* - более холодные), А значит, раз * размер гигантов одинаков, то и температуры гигантов одинаковы, а значит ~~что~~ оба гиганта голубые, а два карлика — красные.

Аналогичные рассуждения для светимости и цвета можно провести для карликов, а значит их цвета совпадают. (красный)

---

* $L = S\sigma T^4 = 4\pi R_{зв} \sigma T^4$ $\qquad L \sim T^4$

Задача 2 (продолжение)

Также мы знаем, что красный карлик почти конечная точка эволюции звезды. А голубые, горячие звезды — молодые. Значит система кр.карлик – крас. карлик старее чем система гол. гигант – гол. гигант.

Ответ система 1: красный карлик
красный карлик

система 2: голубой гигант
голубой гигант

система 1 (кр. карл) старше системы 2 (гол. гиг).

Задача 3

Закон Хаббла: $vH = R$

R – расстояние ~~от~~ до галактики

$H = 68 \frac{МПк}{км/с}$

Пусть $R_ф$ – макс расстояние на котором видны фиолет. линии в спектре

$\lambda_ф = 400$ нм

$\lambda_{вид} = 550$ нм

$R_ф = v_ф H$

$$v_ф = C z_{фиол} = C \cdot \frac{\Delta\lambda_ф}{\lambda} = C \frac{\lambda_{зу} - \lambda_ф}{\lambda_{ву}} = 3 \cdot 10^5 \cdot \frac{550-400}{550} = 0{,}303 \cdot 3 \cdot 10^5 = 0{,}91 \cdot 10^5 \frac{км}{с}$$

$$R_ф = 0{,}91 \cdot 10^5 \cdot 68 \left(\frac{МПк}{км/с}\right) = 6{,}188 \cdot 10^{12} \text{ Пк.}$$

Значит минимальное расстояние с которого пропадают линии фиолет смещения в спектре это $6{,}2 \cdot 10^{12}$ Пк.

Ответ $R_0 = 6{,}2 \cdot 10^{12}$ Пк.

Задача 4

$\frac{1}{2} A_{H\alpha} = 0{,}46\,\mathring{A} \Rightarrow \Delta H_\alpha = 0{,}92\,\mathring{A}$

$H_\alpha = 6567\,\mathring{A}$

(*) Падение блеска возникает из-за прохождения белого карлика по диску звезды компаньона

$$z = \frac{\Delta H_\alpha}{H_\alpha}$$

$$v_{карлика} = cz = c\frac{\Delta H_\alpha}{H_\alpha} = 3\cdot10^8 \cdot \frac{0{,}92}{6567} \simeq 0{,}4\cdot10^5\ м/с$$

эта скорость с которой карлик вращается вокруг центра масс.

$$v_{карл} = 4\cdot10^4 \cdot \frac{(365{,}25\cdot24\cdot3600)}{1{,}5\cdot10^{11}} = 8\ \frac{а.е.}{год}$$

$$v_{карл} = \frac{2\pi a}{T} \quad (1)$$

~~Т.к. вторая компонента по массе => масса карлика, то~~

] M – компонента второй звезды   m – масса карлика

$G = 4\pi^2$ (в $M_\odot$, а.е., год)

(*)

$$\frac{T^2(M+m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$$

(1) ⇓

$$\frac{(M+m)\,8\pi^3}{T\,v_{карл}^3} = 1 \Rightarrow \frac{(M+m)\cdot2\pi G}{T v^3} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (M+m) \simeq \frac{T\cdot v^3}{2\pi G} = \frac{0{,}5\cdot8^3}{8\pi^3} \simeq \frac{256}{8\cdot30} \simeq 1\,M_\odot$$

Т.к. масса карлика точно меньше чем $0{,}25\,M_\odot$, то

$$M_{\substack{звезды\\компаньона}} \in [0{,}75\,M_\odot;\ 1\,M_\odot]$$

Ответ $M_{\substack{зв.\\комп.}} \in [0{,}75\,M_\odot;\ 1\,M_\odot]$

Задача 5

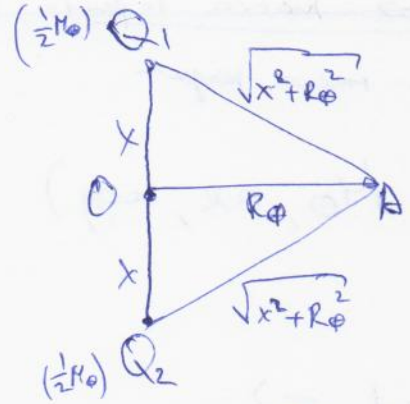
Потенциал от точечной массы M на расстоянии r равен $\boxed{\varphi_{\oplus} = \frac{GM}{r}}$

Тогда рассмотрим точку на экваторе Земли:
её потенциал с точки зрения соврем. науки:

$$\varphi_{экв} = \frac{GM_\oplus}{R_\oplus}\cdot\left[1 - J_2\cdot\left(\frac{R_\oplus}{R_\oplus}\right)^2\cdot\frac{3\sin(0)^2-1}{2}\right] =$$

$$= \frac{GM_\oplus}{R_\oplus}\cdot\left[1+\frac{J_2}{2}\right]$$

Пусть $2x$ - это расстояние между двумя неправил. массами $\frac{1}{2}M_\oplus$ (O - центр Земли)



$$\varphi_A = 2\cdot\varphi_{Q_1} = 2\cdot\frac{G\cdot\left(M_\oplus\cdot\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{x^2+R_\oplus^2}}$$

$$\varphi_A = \frac{GM_\oplus}{\sqrt{x^2+R_\oplus^2}} \qquad \varphi_A = \varphi_{экв} = \frac{GM_\oplus}{R_\oplus}\left[1+\frac{J_2}{2}\right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+R_\oplus^2}} = \frac{1}{R_\oplus}\cdot\left[1+\frac{J}{2}\right]$$

$x \ll 1$

$(1+x)^\alpha = x\alpha+1$

$$\frac{R_\oplus}{\sqrt{x^2+R_\oplus^2}} = 1+\frac{J}{2} \quad \Big|\,^2$$

$$\frac{R_\oplus^2}{x^2+R_\oplus^2} = 1+\frac{J}{2}\cdot 2 = 1+J$$

$$R^2 = (R^2+x^2)(1+J)$$

$$-JR^2 = x^2(1+J) \Rightarrow x^2 = \frac{-J}{1+J}R^2 \qquad x \approx \sqrt{J}\,R$$

см лист 4

Задача 5 (продолжение)

$$x = \sqrt{J_2} \cdot R_\oplus = \sqrt{1{,}08 \cdot 10^{-3}} \cdot 6371 =$$

$$= \sqrt{10{,}8 \cdot 10^{-2}} \cdot 6371 = 3{,}3 \cdot 10^{-2} \cdot 6371 = 210{,}243 \text{ км} \simeq 210 \text{ км}$$

тогда расстояние между двумя массами это

$2x = 420$ км (в советской теор. модели)

Ответ: расстояние между массами 420 км.

СПб-145

Лист 4/4