

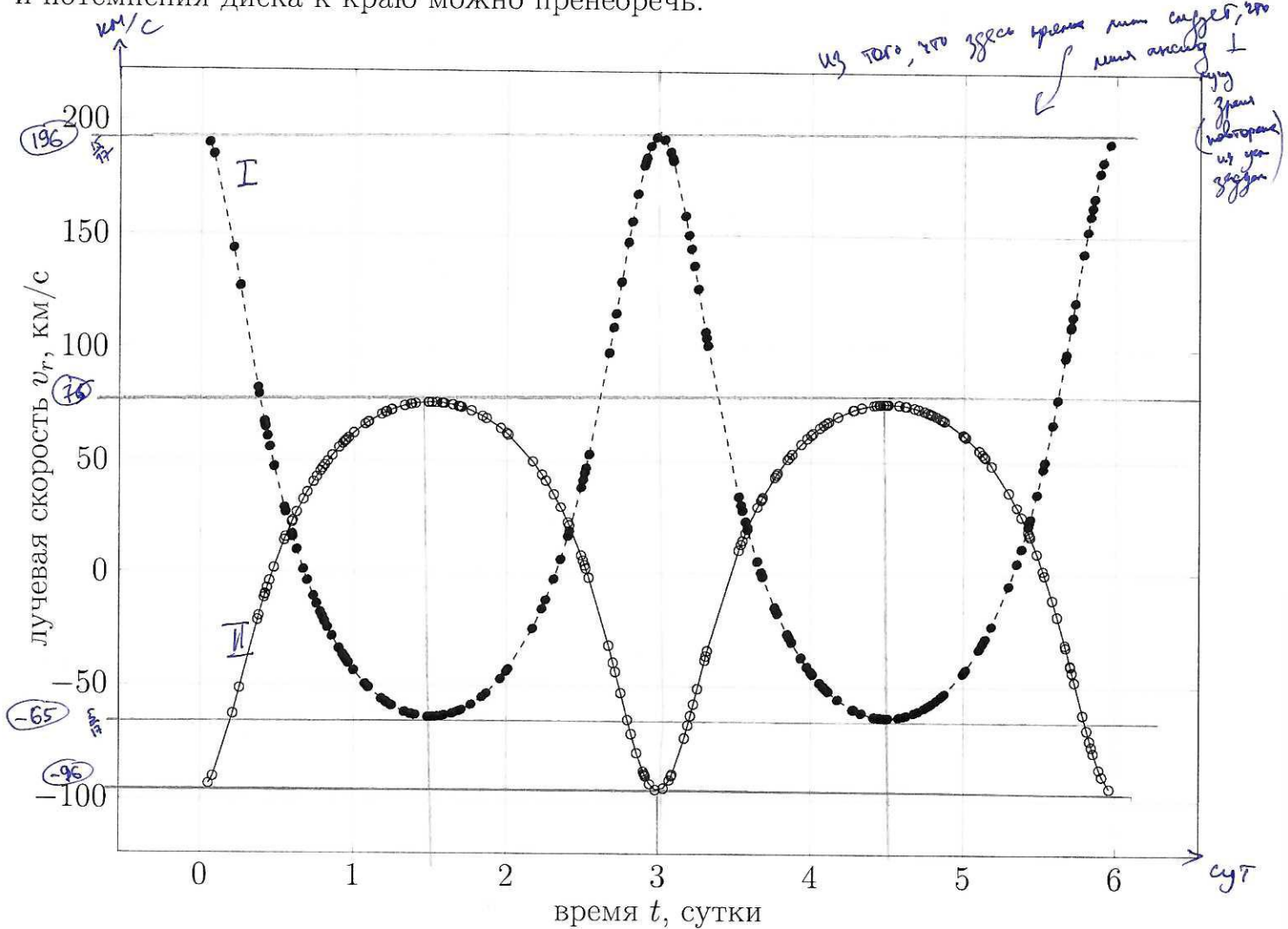
СПБ-145

XXIX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур

2022
13
марта

11 класс

Вам дана кривая лучевых скоростей двойной системы, состоящей из двух звезд Главной последовательности. Луч зрения лежит в плоскости орбиты, линия апсид (соединяющая периастры и апоастры орбит) перпендикулярна лучу зрения. Найдите параметры системы: массы звезд, период и большую полуось системы, эксцентриситет орбиты. Определите видимые звездные величины системы в максимуме и минимумах блеска. Годичный параллакс системы равен $\pi = 0''.05$, звезды считайте сферически симметричными, эффектами прогрева и потемнения диска к краю можно пренебречь.



Решения задач и результаты олимпиады будут размещены на сайте

<http://school.astro.spbu.ru>

* Все вопросы на Яндекс гостя делай на сервисе

Лист 1/3

Практический тур Олимпиады по астрономии (СПБАО)

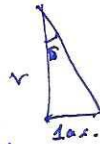
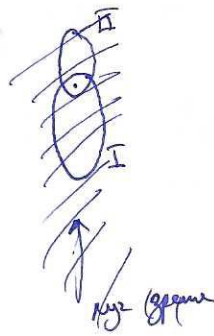
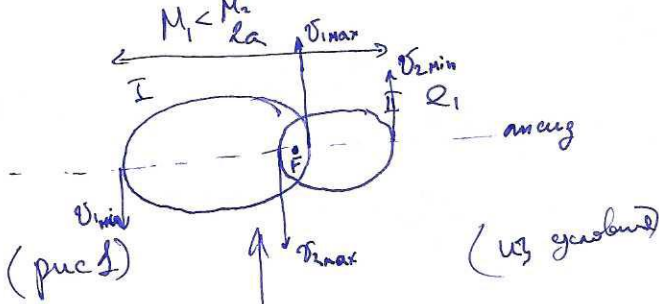
СПБ-145

Из графика заданы $v(t)$ можно однозначно сказать следующее:
 Так, одинаковые повороты v_{max} и v_{min} одного периода T соответствуют v_{max} и v_{min} другого периода T .

Период системы звезд $T = 3$ суток $(72 \text{ часа} = 3 \cdot 24)$, а также

что максимальная v_{max} скорость I звезды $150 + \frac{15}{17} \cdot 50 \approx 196 \text{ км/с}$
 минимальная v_{min} скорость I звезды $-50 - \frac{5}{17} \cdot 50$

что максимальная v_{max} скорость II звезды $50 + \frac{8}{17} \cdot 50 \approx 75 \text{ км/с}$
 минимальная v_{min} скорость II звезды $-50 - \frac{18}{17} \cdot 50 = -96 \text{ км/с}$

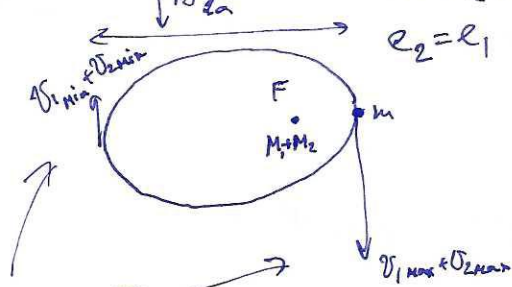


Вот (для v_{max} и v_{min} полярные значения скорости)

$$\pi = 0,05 \Rightarrow r = \frac{1}{\pi} \approx 20 \text{ ПК}$$

$\pi \cdot r = 1 \text{ а.е.}$
 $\frac{v}{20000} \cdot r \cdot 20000 = 1 \text{ а.е.} \Rightarrow r = \frac{1}{\pi} [\text{ПК}]$

Можно сделать замену системы на эквивалентную:
 $M << (M_1 + M_2)$



$v_{min} = v_{1min} + v_{2min} = -65 - 96 \approx -160 \text{ км/с}$
 $v_{max} = v_{1max} + v_{2max} = 196 + 75 = 270 \text{ км/с}$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{GM}{a}} \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$

$$|v_{min}| = \sqrt{\frac{GM}{a}} \cdot \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

$$\frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}}{\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}} = \frac{1+e}{1-e} = 1 + \frac{2e}{1-e} \Rightarrow$$

$$\frac{2e}{1-e} = \frac{270}{160} - 1 = \frac{110}{160} = \frac{11}{16} \approx 0,6875$$

$$2e = 0,6875 - 0,6875e$$

$$e = \frac{0,6875}{2,6875} \approx 0,256$$

$$e = 0,218$$

лист 2/3

Скорости относительно друг друга в моменты и периастро

$$v_{max} = \sqrt{\frac{GM_2}{a}} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \quad e = 0,218 \quad M_2 = M_1 + M_2$$

$$\frac{GM}{a} = \frac{v^2 \cdot (1-e)}{1+e}$$

$$\frac{T^2 (M_1 + M_2)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G} \quad (M, G, \text{kr})$$

$$\frac{T^2 (M_2)}{a^3} = 1 \quad (M_\odot, \text{a.e., \textit{loga}})$$

$$\left(\frac{v_{max}^2 (1-e)}{1+e}\right) \frac{T^2}{a^2} = 4\pi^2$$

$$\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} = \sqrt{\frac{1-0,218}{1+0,218}} = \sqrt{\frac{v_{min}}{v_{max}}} = \sqrt{\frac{160}{270}} = \frac{4}{3\sqrt{3}} = \frac{4}{5,15} = 0,79$$

$$a^2 = \frac{v_{max}^2 T^2}{4\pi^2} \cdot \frac{1-e}{1+e} \Rightarrow a = \frac{v_{max} T}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} =$$

$$= \frac{270 \cdot 10^3 \cdot (3,24 \cdot 3600)}{2 \cdot 3,14} \cdot 0,79 = 8,69 \cdot 10^9 \text{ m} \approx 8,69 \cdot 10^9 \text{ m} \approx 0,058 \text{ a.e.}$$

$$a = 8,69 \cdot 10^9 \text{ m} = 0,058 \text{ a.e.}$$

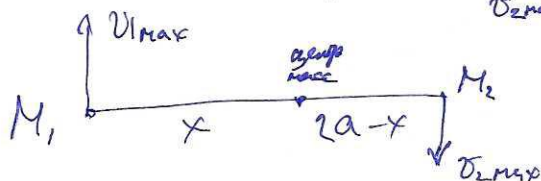
$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{T^2} = \frac{(0,058)^3}{\left(\frac{3}{365}\right)^2} = \frac{58 \cdot 10^{-9}}{\left(\frac{1}{120}\right)^2} = \frac{58 \cdot 120^2}{10^9} = \frac{185 \cdot 10^3 \cdot 144 \cdot 10^2}{10^9} =$$

$$= \frac{26640}{10^4} \approx 2,6640 M_\odot \approx 5,328 \cdot 10^{30} \text{ kr}$$

$$1 M_\odot = 2 \cdot 10^{30} \text{ kr}$$

β крайние параметры орбиты:

$$\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{x}{2a-x} \Rightarrow$$



$$x M_1 = (2a-x) \cdot M_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{2a-x}{x} = \frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{160}{270}$$

$$M_1 + M_2 = 2,67 M_\odot$$

$$\frac{M_1 + M_2}{M_2} = \frac{270 + 160}{270} \Rightarrow M_2 = \frac{430 M_\odot}{\frac{430}{270}} = \frac{2,67 \cdot 270}{430} M_\odot = 1,67 M_\odot$$

$$M_1 = 2,67 M_\odot - 1,67 M_\odot = 1 M_\odot$$

$$M_1 = M_\odot$$

$$M_2 = 1,67 M_\odot$$

Т.к. звезда малой последовательности и она из нее имеет массу Солнца, то можно считать, что $L \sim M^4$ и $L_0 = 4\pi R_\odot^2 \cdot T_\odot^4 = 3,86 \cdot 10^{26}$ Вт.

А также где звезда мал. послед. спектрально сг. соотношения

нас интересует верхнее соотношение $L \sim M^4, M \in [0,7M_\odot; 4M_\odot]$
 $L \sim M^{2,5}, M \in \mathbb{R} \setminus [0,7M_\odot; 4M_\odot]$
 $[1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3 \cdot 10^{16} \text{ м}]$

$L_1 = L_0$ //ост//

$\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^4 \Rightarrow \left(\frac{1,67}{1}\right)^4 = \left(1 + \frac{2}{3}\right)^4 \approx 1 + \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{4}{9} \cdot 6 \approx \frac{56}{9} \approx 6,22$

$L_1 = 3,86 \cdot 10^{26}$ Вт

$L_2 = 6,22 L_1 = 24 \cdot 10^{26}$ Вт $\approx 2,4 \cdot 10^{27}$ Вт.

$E_1 = \frac{L_1}{4\pi r^2}$
 $E_2 = \frac{L_2}{4\pi r^2} \Rightarrow E_1 < E_2$
 $r = 20 \text{ пк} = 60 \cdot 10^{16} \text{ м}$

$M_\odot \text{ а.е.} \approx 4,8^m$ $r_{\text{а.е.}} = 10 \text{ пк}$
 Найти $r_{\text{макс}}$
 $\frac{L_1 + L_2}{4\pi r^2} = 10^{\circledast} (M_\odot - \text{макс})$
 $\frac{L_0}{4\pi \cdot 10^4} = 10^{\circledast} \Rightarrow \text{макс} = M_\odot + 2,5 \lg(\dots)$

Таким как обе звезды на малой последовательности, они имеют схожий состав 70% H и 30% He , а зная их мощность \Rightarrow

$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 = \frac{M_2}{M_1} \Rightarrow R_2 = R_1 \sqrt[3]{1,67} \approx R_1 \cdot 1,2$

Если нужно найти макс. звезду, то $E_2 = E_1 + E_2$.
 А если нужно найти мин. звезду, то это когда звезда на одной линии с другой звездой, а именно одна звезда I заслонит звезду II (если верно $E_2 > E_1$)

$\Rightarrow E_2 = E_1 + E_2 \cdot \frac{\pi R_1^2 - \pi R_2^2}{\pi R_2^2} = E_1 + \frac{0,44}{1,44} E_2 \approx E_1 + 0,3 E_2$

лист 3/3

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{0,4(m_2 - m_1)}$$

$$E = \frac{L}{s} = \frac{L}{4\pi r^2}$$

$$M_{\odot} = 4,8^m \quad \left. \begin{array}{l} \text{адсм зб. берем} \\ r_{\odot} = 10 \text{ нк} \end{array} \right\}$$

$$0,4(m_2 - m_1) = \lg\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$$

$$m_2 - m_1 = 2,5 \lg\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$$

$$m_2 = m_1 + 2,5 \lg\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$$

Для поиска макс. зв. берем

$$m_{\max} = M_{\odot} + 2,5 \lg\left(\frac{\left(\frac{L_0}{4\pi \cdot 10^2}\right)}{\left(\frac{L_0 + L_2}{4\pi \cdot 20^2}\right)}\right) =$$

$$= 4,8 + 2,5 \lg\left(\frac{1}{(1+6,22)} \cdot \frac{20^2}{10^2}\right) =$$

$$= 4,8 + 2,5 \lg\left(\frac{4}{7,22}\right) = 4,8 + 2,5 \lg(0,554) \approx$$

$$\approx 4,8 + 2,5 \cdot \left(-\frac{1}{3,2}\right) \approx$$

$$\approx 4,8 + (-0,72) = 4,08^m$$

$$m_{\max} = 4,08^m$$

Угол на максимум, что

$$T = 3^d \quad (72 \text{ часа}) \quad \text{из}$$

$$M_1 = 1 M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$$

$$M_2 = 1,67 M_{\odot} = 3,33 \cdot 10^{30} \text{ кг}$$

$$a = 0,058 \text{ а.е.} = 8,69 \cdot 10^9 \text{ м}$$

$$e = 0,218$$

$$M_{\min} = 4,9^m \quad (\text{мыч тучае сануа})$$

$$M_{\max} = 4,08^m$$

$$(1,39)^n \approx 1 + 0,39 \cdot n$$

$$10^n = 1,39$$

$$10 = 1,39^{\frac{1}{n}} \Rightarrow 1 + 0,39 \cdot \frac{1}{n} = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{0,39}{9} = 0,0433$$

$$M_{\min} = 4,9^m$$

Ответ:

$$T = 3^d = 72 \text{ ч}; M_1 = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}; M_2 = 1,67 M_{\odot} = 3,33 \cdot 10^{30} \text{ кг};$$

$$a = 0,058 \text{ а.е.} = 8,69 \cdot 10^9 \text{ м}; e = 0,218; m_{\min} = 4,9^m; m_{\max} = 4,08^m$$