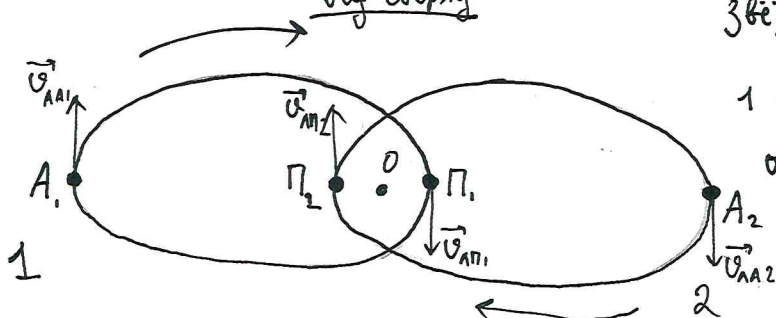


Решение:

v_A - лучевая скорость; проекция скорости v_0 на луч зрения.

Нарисуем орбиту двойной системы звезд: орбита каждой звезды - эллипс.



звезды обращаются вокруг общего центра масс O .

1 и 2 - орбиты 1-ой и 2-ой звезд.

обе звезды пусть обращаются в одну сторону

A_1 и A_2 - апоцентрические звезды, отсюда они в самой удаленной точке орбиты, т.е. в апоцентре.

P_1 и P_2 - звезды в самой близкой точке орбиты к O .

Когда звезды в A_1 и A_2 их орбитальная скорость минимальна, соответственно v_A - min.

Когда звезды в P_1 и P_2 их v_A - max, что следует из II-зак. Кеплера.

По графику найдем ^{лучевые} скорости в A_1, A_2, P_1, P_2

для двух звезд: $v_{A1} = 75 \text{ км/с}$; где "-" указывает на то, что звезда к нам приближается, это следует из эффекта Доплера:
 $v_{A2} = -60 \text{ км/с}$
 $v_{P1} = 180 \text{ км/с}$
 $v_{P2} = -95 \text{ км/с}$
 $\lambda = \lambda_0 (1 + \frac{v_A}{c}) \Rightarrow v_A = \frac{c(\lambda - \lambda_0)}{\lambda_0}$

Из графиков видно, что звезды движутся противоположно, т.е. когда одна звезда от нас удаляется, другая приближается. Также можно определить по графику период системы, $T = 3$ суток.

Используем формулы скорости в апоцентре и перигентре: $v_A = v_0 \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$ где e - эксцентриситет орбиты.
 $v_P = v_0 \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$
 для 1-ой звезды найдем эксцентриситет. $\frac{v_{A1}}{v_{P1}} = \frac{v_{01} \sqrt{(1-e_1)^2}}{v_{01} \sqrt{(1+e_1)^2}} = \frac{1-e_1}{1+e_1} \cdot \frac{75}{180} = \frac{1-e_1}{1+e_1} \Rightarrow$
 для 2-ой звезды: $\frac{v_{A2}}{v_{P2}} = \frac{v_{02} \sqrt{(1-e_2)^2}}{v_{02} \sqrt{(1+e_2)^2}} = \frac{1-e_2}{1+e_2} \Rightarrow \frac{60}{95} = \frac{1-e_2}{1+e_2} \Rightarrow e_2 = \frac{7}{31} \approx 0,2$

Зная эксцентриситет, найдем орбитальную скорость звезд, т.е. среднюю.

$$v_{01} = v_{A1} \sqrt{\frac{1+e_1}{1-e_1}}; v_{01} = 75 \sqrt{\frac{1+0,4}{1-0,4}} = 75 \sqrt{\frac{1,4}{0,6}} \approx 75 \cdot \sqrt{2,33} \approx 75 \cdot 1,5 \approx 105 \text{ км/с}$$

$$v_{02} = v_{A2} \sqrt{\frac{1+e_2}{1-e_2}}; v_{02} = 60 \sqrt{\frac{1+0,2}{1-0,2}} = 60 \sqrt{\frac{1,2}{0,8}} = 60 \sqrt{1,5} \approx 60 \cdot 1,2 \approx 72 \text{ км/с}$$

Используем формулы для эллипса, где a - большая полуось орбиты, b - малая полуось орбиты

$$(1) \ell \approx \pi(a+b); \text{ также } \ell = v_0 T \quad (3)$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}};$$

$$e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow b^2 = (1-e^2)a^2 \Rightarrow b = a\sqrt{1-e^2} \quad (2)$$

подставляем (2) в (1):

$$\ell = \pi(a + a\sqrt{1-e^2}), \text{ приравняем к (3)}$$

$$\pi(a + a\sqrt{1-e^2}) = v_0 T$$

$$\pi a + \pi a \sqrt{1-e^2} = v_0 T$$

$$a(\pi + \pi\sqrt{1-e^2}) = v_0 T$$

$a(1 + \pi\sqrt{1-e^2}) = v_0 T \Rightarrow a = \frac{v_0 T}{\pi(1 + \sqrt{1-e^2})}$; Найдем большую полуось для

каждой звезды: $a_1 = \frac{v_{01} T}{\pi(1 + \sqrt{1-e^2})} \Rightarrow a_1 = \frac{105 \cdot 3 \cdot 3600 \cdot 24}{3,14(1 + \sqrt{1-0,4^2})} \approx \frac{105 \cdot 3600 \cdot 24}{2} \approx 4536000 \text{ км} \approx 4,5 \cdot 10^6 \text{ км}$

$a_2 = \frac{v_{02} T}{\pi(1 + \sqrt{1-e^2})}$; $a_2 = \frac{78 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 24}{3,14(1 + \sqrt{1-0,2^2})} \approx 1000 \cdot 78 \cdot 24 \approx 3,4 \cdot 10^6 \text{ км}$

Большая полуось системы равна:

$a_c = a_1 + a_2$; $a_c = (4,5 + 3,4) \cdot 10^6 \approx 8 \cdot 10^6 \text{ км}$

Чтобы найти эксцентриситет системы нужно зашифровать орку звезды и найти относительные скорости в А и П.

Относит. скорость в А двойной системы $v'_A = 60 + 75 = 135 \text{ км/с}$
 $v'_P = 150 + 85 = 235 \text{ км/с}$

Зная а орбит звезды то они вращаются вокруг общего центра массе, запишем выражение:

(4) $M_1 a_1 = M_2 a_2$, где M_1 и M_2 - массы звезд 1 и 2;

Из 3-го уточнения 3-й Кеплера найдем сумму масс:

$M_1 + M_2 = \frac{a_c^3 \cdot T_3^2 \cdot M_0}{T^2 \cdot a_3^3}$

$M_1 + M_2 = \frac{(8 \cdot 10^6)^3 \cdot 365^2 \cdot M_0}{3^2 \cdot (150 \cdot 10^6)^3} = \frac{8^3 \cdot 365^2 \cdot 10^{18} \cdot M_0}{8 \cdot 150^3 \cdot 10^{18}} = \frac{57.625 M_0}{150}$

$M_1 + M_2 \approx 4 M_0$; $M_1 = 4 M_0 - M_2$ (5)

(5) \rightarrow (4): $(4 M_0 - M_2) a_1 = M_2 a_2$;

$4 M_0 a_1 - M_2 a_1 = M_2 a_2$;

$4 M_0 a_1 = M_2 (a_2 + a_1)$;

$M_2 = \frac{4 M_0 a_1}{a_2 + a_1}$; $M_2 = \frac{4,5 \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot M_0}{8 \cdot 10^6} = \frac{4,5 M_0}{2} = 2,25 M_0$

Из диаграммы Герцшпрунга-Рассела для звезд главной последовательности известны

зависимости: $L \sim M^4$, где L - светимость звезды, M - масса.

$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^4 = \left(\frac{1,75 M_0}{2,25 M_0}\right)^4 = \left(\frac{0,55}{0,45}\right)^4 = (0,8)^4 \approx 0,41$; $L_1 = 0,41 L_2$; где L_1 и L_2 - светимости двух звезд.

$\frac{L_1}{L_0} = \left(\frac{M_1}{M_0}\right)^4 = 1,75^4 \Rightarrow L_1 = 1,75^4 \cdot L_0$; $L_2 = \frac{1,75^4}{0,41} L_0$
 $L_1 = 9 L_0$ $L_2 = 22,5 L_0$

Исп. формулу Погсона: $\frac{L_1}{L_0} = 2,512$

$\frac{L_{max}}{L_0} = 2,512$

$\frac{L_1 + L_2}{L_0} = 31,5 = 2,512$ $\frac{M_0 - M_{max}}{M_0 - M_{min}} = 2,512$

$31,5 \approx 2,512^4$

$5 - M_{max} = 4$, $\frac{M_{max}}{M_0} = 2^n$, где M_0 - масса Солнца

$\frac{L_2 - L_1}{L_0} = 13,5 = 2,512^3$
 $13,5 \approx 2,512^3 \Rightarrow \frac{M_{min}}{M_0} = 2^m$

M_{max} - абсолютн. зв. величина макс звезды
 M_{min} - абсолютн. зв. величина мин звезды

Максимум блеска системы наступает когда звезды на равных орбит от центра массе
 $L_{max} = L_1 + L_2$
 Минимум блеска тогда, когда звезда 1 перекувырнет зв. 2
 $L_{min} = |L_1 - L_2| = L_2 - L_1$

M_0 - абсолютн. зв. величина Солнца

Зная абсолютную звездную величину, можно найти
видимую звездную величину

$$M' = m - 5 + 5 \lg r, \text{ где } m - \text{видим. зв. величина, } M' - \text{абсолютная,}$$

$$m = M' + 5 - 5 \lg r \quad r - \text{расстояние до звезды в пк.}$$

$$m_{\max} = M_{\max} + 5 - 5 \lg 20 \quad r \text{ можно найти по формуле:}$$

$$\lg 20 \approx 1$$

$$\frac{s}{n''} = r, \text{ где } n'' - \text{параллакс}$$

$$m_{\max} = 1 + 5 - 5 \cdot 1 = 1 + 5 - 5 = 1^m$$

$$r = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ пк.}$$

$$m_{\min} = 2 + 5 - 5 = 2^m$$

Итак, массы звезд равны $M_1 = 1,75 M_{\odot}$; $M_2 = 2,25 M_{\odot}$

период $T = 3$ зем. суток;

Большая полуось системы $a_c = 8 \cdot 10^5 \text{ км}$

эксцентр. системы $e = 0,36$

видимая зв. величина в max. и в min: $m_{\max} = 1^m$

$$m_{\min} = 2^m$$

