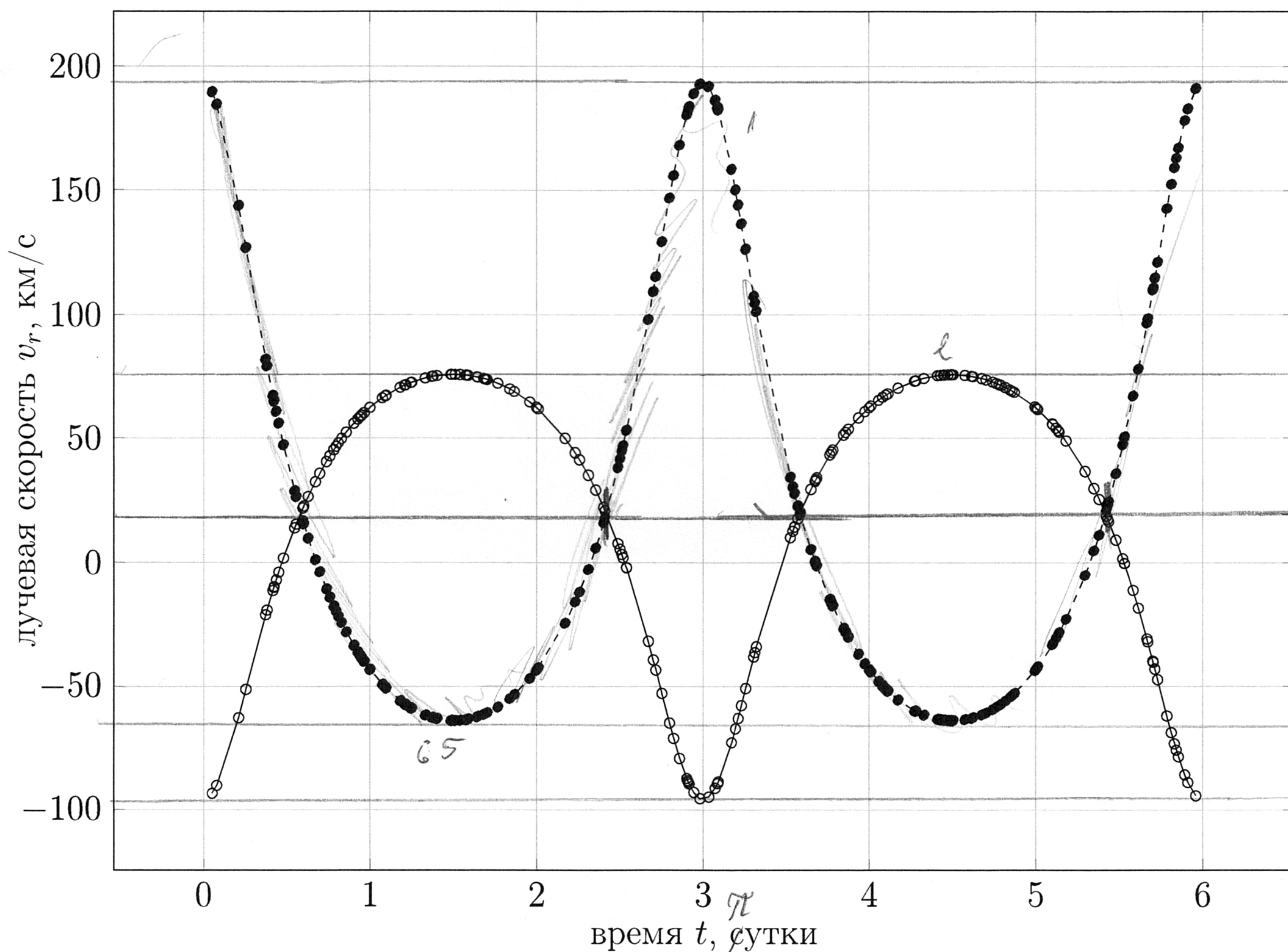


XXIX Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
практический тур

2022  
13  
марта

11 класс

Вам дана кривая лучевых скоростей двойной системы, состоящей из двух звезд Главной последовательности. Луч зрения лежит в плоскости орбиты, линия апсид (соединяющая периастры и апоастры орбит) перпендикулярна лучу зрения. Найдите параметры системы: массы звезд, период и большую полуось системы, эксцентриситет орбиты. Определите видимые звездные величины системы в максимуме и минимумах блеска. Годичный параллакс системы равен  $\pi = 0''.05$ , звезды считайте сферически симметричными, эффектами прогрева и потемнения диска к краю можно пренебречь.



Решения задач и результаты олимпиады будут размещены на сайте

<http://school.astro.spbu.ru>

XXIX Самит - Петербургска олимпиада  
 по астрономия  
 Традиционски мърз  
 13. 03. 2022.

Двете графони не се пресичат  
 в краищата, защото самата система, т.е.  
 центърът ѝ на масите, има ненулева  
 орбитална скорост.

$$T_0 \approx \frac{6}{60} \cdot 200 \approx 17 \text{ км/с}$$

$$V_c = 17 \text{ км/с}$$

Да намерим надлъжния период  $P$   $T_{obs}$  на  
 системата.

$$\frac{70}{117} \cdot 5 \approx 3 \text{ д.}$$

$$x = c \cdot T_{obs}$$

$$x = v T_{real} + ct \Rightarrow T_{obs} = T_{real} (1 + \frac{v}{c})$$

Тъй като системата се движи със  
 скорост  $V_c$ , то истинският ѝ период е:

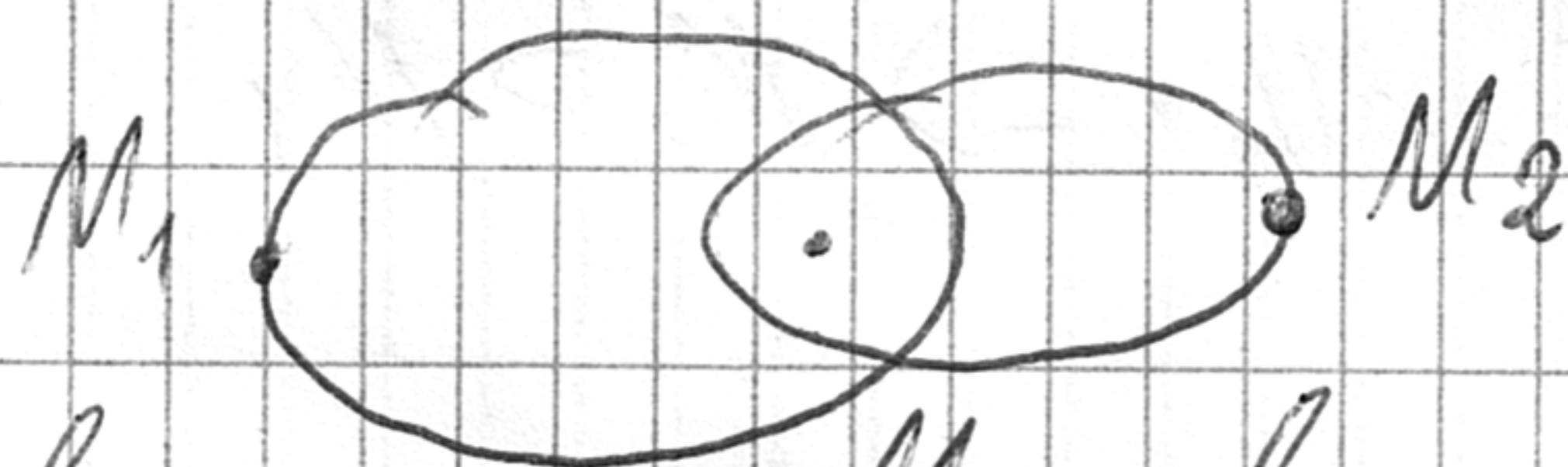
$$T_{obs} = T_{real} (1 + \frac{v}{c})$$

$$\Rightarrow T_{real} = \frac{3 \text{ д.}}{1 + 6 \cdot 10^{-5}} \approx 3 \text{ д.} (1 - 6 \cdot 10^{-5}) \Rightarrow T_{obs} - T_{real} \approx 5 \text{ с,}$$

което е пренебрежимо

$\Rightarrow T \approx 3 \text{ д.}$  е периодът.

Да вземем изобитна скорост



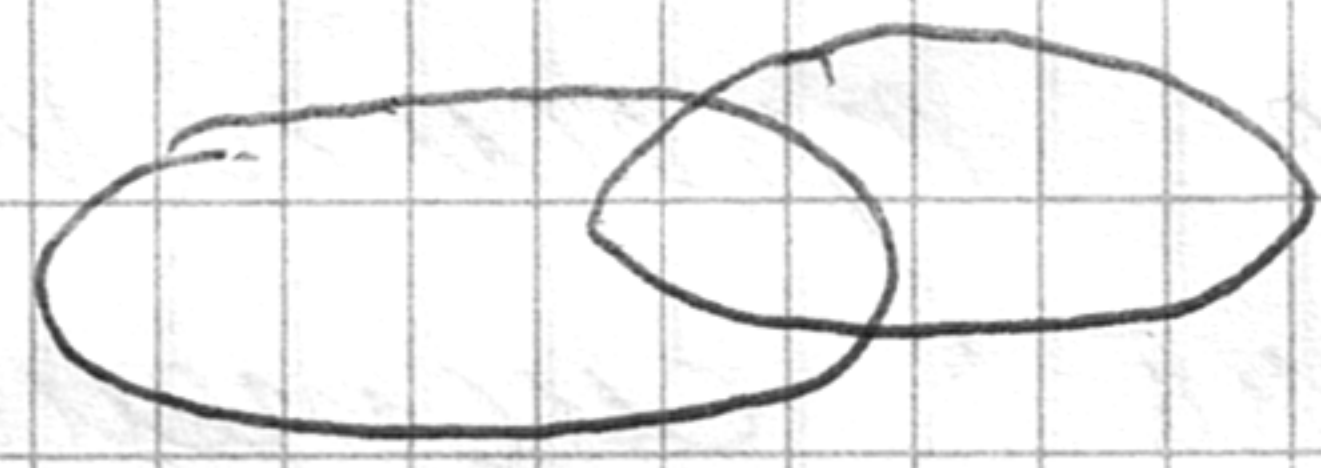
За гледане  $M_1$  в афо и податрич  
 спрямо земята:

$$V_{a1} = \frac{22}{60} \cdot 200 \approx 65 \text{ км/с}$$

$$V_{p1} \approx 194 \text{ км/с}$$

$$V_{a2} = \frac{20}{70} \cdot 200 \approx 57 \text{ км/с}$$

$$V_{p2} \approx$$



$V_a$  - скорость в афелии  
 $V_{\pi}$  - скорость в периафелии

$$V_{a1} + V_{a2} = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1-e}{1+e}}$$

комма  $M = M_1 + M_2$   
 $e$  - эксцентриситет  
 $a$  - большая полуось

$$V_{\pi 1} + V_{\pi 2} = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1+e}{1-e}}$$

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

↑ период

$$\frac{a^3 [\text{AU}]}{T^2 [\text{yr}]} = M [M_{\odot}]$$

Спрямую земная на массе:

$$V_{a1} = \frac{28}{70} \cdot 200 \approx 80 \text{ km/s}$$

$$V_{a2} = \frac{20}{700} \cdot 200 \approx 57 \text{ km/s}$$

$$V_{\pi 1} = \frac{60}{70} \cdot 200 \approx 170 \text{ km/s}$$

$$V_{\pi 2} = \frac{39}{69} \cdot 200 \approx 114 \text{ km/s}$$

Получим так  $V_{\pi 2} < V_{\pi 1}$  и  $V_{a2} < V_{a1} \Rightarrow M_2 > M_1$

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad \frac{M_2}{M_1} = \frac{V_{a1}}{V_{\pi 1}} =$$

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_{a2}}{V_{a1}} = \frac{114}{170} \approx 0,6$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{V_{a2}}{V_{a1}} = \frac{57}{80} \approx 0,6$$

$$V_A \approx 140 \text{ m/s}$$
$$V_H \approx 286 \text{ m/s}$$

Да намерим эксцентриситет.

$$V_{a1} = V_{a1} + V_{a2} = 137 \text{ m/s} \approx 140 \text{ m/s}$$

е скоростта в апсидата  
на орбита гледана  
спрямо звездата.

$$V_H = V_{H1} + V_{H2} = 114 + 170 =$$
$$= 284 \text{ m/s}$$

е орбиталната  
скорост в перисидата

$$V_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1-e}{1+e}}$$

$$V_H = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1+e}{1-e}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{V_H} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \Rightarrow \frac{V_A}{V_H} = \frac{1-e}{1+e}$$

$$\frac{V_A}{V_H} = \frac{137}{284} \approx 0,5$$

$$0,5 + 0,5e = 1 - e$$
$$1,5e = 0,5$$

$$e = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3} \approx 0,33 \text{ е эксцентриситетът.}$$

$$V_{\pi} \cdot V_{\alpha} = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1+e}{1-e}} \cdot \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1-e}{1+e}}$$

$$\Rightarrow V_{\pi} V_{\alpha} = \frac{GM}{a}$$

$$137.289 \cdot 10^6 = 7 \cdot 10^{31} \cdot \frac{M}{a}$$

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad V_{\pi} V_{\alpha} = \frac{GM}{a}$$

$$GM = V_{\pi} V_{\alpha} a$$

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{V_{\pi} V_{\alpha} a}{4\pi^2}$$

$$a^2 = \frac{T^2}{4\pi^2} V_{\pi} V_{\alpha}$$

$$\Rightarrow a = \frac{T}{2\pi} \sqrt{V_{\pi} V_{\alpha}} = \frac{3.24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 200}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{3.24 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 10^7}{2 \cdot 3} = 860 \cdot 10^7 =$$

$$86 \cdot 10^8 = 8,6 \cdot 10^9 \text{ m} = 8,6 \cdot 10^6 \text{ km}$$

е колчану между на симметричном  
прямом.

$$a = \frac{8,6 \cdot 10^6}{150 \cdot 10^6} \approx 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ AU}$$

$$V_{\pi} \cdot V_A = \frac{G \cdot M}{a}$$

$$M = \frac{V_{\pi} \cdot V_A}{G} a = \frac{137.284 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^{-11}} \cdot 8,6 \cdot 10^9 =$$

$$= 4,8 \cdot 10^{30} = 0,48 \cdot 10^{30} \text{ кг.}$$

$$\frac{0,48 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 10^{30}} = 0,24 - \frac{4,8 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 10^{30}} = 2,4 M_{\odot}$$

$$\Rightarrow M_1 = 0,24 M_{\odot} \quad M = 2,4 M_{\odot}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = 0,6$$

$$M_1 = 0,6 M_2$$

$$\Rightarrow 0,6 M_2 + M_2 = 0,24 (M_{\odot})$$

$$M_2 = \frac{0,24}{1,6} M_{\odot} = 0,15 M_{\odot} \quad 1,5 M_{\odot}$$

$$\Rightarrow M_1 = (0,24 - 0,15) M_{\odot} = 0,09 M_{\odot} = 0,09 M_{\odot}$$

~~\Rightarrow Звезда не может существовать с такой малой массой.~~

~~$M_2$  не может быть меньше  $0,08 M_{\odot}$ , поэтому~~

$$M_1 = 0,09 M_{\odot}$$

$$M_1 = 0,09 M_{\odot}$$

$$M_2 = 1,5 M_{\odot}$$

Тогд нам са на ролокани носејвамена  
 имаме  $L[L_0] \approx M[N_0]^4$

3a

$$L_1 = M_1^4 \Rightarrow L_1 = (0,8)^4 L_0 = 0,8^4 = 0,64 L_0$$

$$L_2 = (M_2)^4 = (1,5)^4 L_0 = 5,06 L_0 \approx 5 L_0$$

$L_1 + L_2 \approx 5,7 L_0$  е супремум бемини.

$\Delta M = 4,8^m$   $M_0 = 4,8^m$  - одк. гл. на бемини.

Да погледиме адомонитанна глери бемини.

$$\frac{L}{L_0} = 10^{0,4 \Delta M}$$

$$\Delta M = 2,5 \log 5,7 \approx 2,5 \cdot 0,72 = 1,9$$

$\Rightarrow M = 4,8 - 1,9 = 2,9$  е адомонитанна гл. бемини или инменери.

$$r[pc] = \frac{1}{5^k} = \frac{1}{0,05^k} = 20 pc$$

$$\Rightarrow \left(\frac{10 pc}{20 pc}\right)^2 = 10^{0,4 \Delta M}$$

$$\Delta M = 2,5 \log \left(\frac{10}{20}\right)^2 = 5 \log \frac{1}{2} = 5 \log 0,5 =$$

$$= 5 \log \frac{5}{10} = 5 (\log 5 - \log 10) =$$

$$= 5 (0,7 - 1) = 0,3 \cdot 5 = -1,5$$

$\Rightarrow M = 2,9 + 1,5 = 4,4^m$  е супремум гл. бемини.

Тлова е го. бев. б максим.

$$L_1 = 0,64 L_0$$

$$L_2 = 5 L_0$$

$$M = 2,9$$

$1,5^m$  - множба

$$M_2 \supset M_1 \Rightarrow$$

Минимуме са носило  $M_2$  зана  $M_1$  и  
носило  $M_1$  зана  $M_2$ .

Това - како  $M_2 \supset M_1 \Rightarrow R_2 \neq R_1 \Rightarrow$  носило само  
само  $M_2$ .

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta M &= 2,5 \log \frac{5}{5,7} = 2,5 (\log 5 - \log 5,7) = \\ &= 2,5 (0,7 - 0,75) = \\ &= 0,03 \cdot 2,5 = 0,075 \approx \\ &\approx 0,08 \approx 0,1 \end{aligned}$$

$\Rightarrow MM = 4,4 + 0,08 \approx 4,48 \approx 4,5$  б минимума  
носило  $M_1$  е зана  $M_2$ :

$$\begin{aligned} R_1 &\approx 1 R_0 & T_1 &\approx \sqrt{\frac{0,64}{1}} \approx 0,8 T_0 = 5400 \text{ K} \\ R_2 &\approx 1,1 R_0 & & \end{aligned}$$

$0,64 = R_1^2 T_1^4$   
 $(R_1/T_0)^2 (T_1/T_0)^4$

$$\Rightarrow 5 = 1,1^2 T_2^4 \Rightarrow T_2 \approx 1,4 T_0 \approx 8400 \text{ K}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \cdot 5400^4 + 1 \cdot 10^{-2} \cdot 8400^4}{5400^4 + 1,1^2 \cdot 8400^4}$$

$$\Rightarrow \Delta M \approx 2,5 \log \frac{0,6}{5} = 2,5 \log \left( \frac{1,2}{10} \right) = 2,5 (\log 1,2 - \log 10) \approx 0,2 \cdot 2,5 \approx 2,2^m$$

$\Rightarrow M \approx 4,4 + 2,2 = 6,8$  б носило  
минимума на  
само.



# 57

$$\frac{11 \cancel{4}}{170} = \frac{57}{84} = \frac{19}{28} \approx \frac{18}{28} = \frac{9}{14}$$

$$\frac{36 \cdot 24}{144} = 72$$

$$86 \cdot \frac{140 \cdot 280}{7} \cdot 10^{26} = 30 \cdot 10 \cdot 27 \cdot 10^{27}$$

$$\frac{2}{15} \cdot \frac{3}{5}$$

$$86 \cdot 2 \cdot 28 \cdot 10^{28}$$

$$\frac{81}{81} = \frac{19}{27} = \frac{18}{27} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{99}{48}$$

10: 11:50 10

11:50 1:30

$$\frac{28}{86 \cdot 28}$$

$$\frac{708}{172} = 1428$$

$$\frac{137}{284} = \frac{138}{284} = \frac{69}{142} = \frac{70}{142} = \frac{35}{71} = \frac{35}{70} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{137 \cdot 284 \cdot 10^6}$$

$$289 = 17^2$$

$$\frac{I}{22} \cdot 10^3$$

$$137 \cdot 284$$

$$\frac{144}{121} = 12$$

$$12 \cdot 17$$

$$\frac{205}{540} = 5 \cdot 10^{30}$$

$$\frac{140 \cdot 280 \cdot 10^6}{7 \cdot 10^{-11}} = 86 \cdot 10^9$$

$$\frac{17 \cdot 12}{34} = 14 \cdot 200 = 2000$$

$$20 \cdot 280 \cdot 10^{11} \cdot 86 \cdot 10^9$$

$$2 \cdot 28 \cdot 86 \cdot 10^{28}$$

W GP G MS

$$\frac{2}{6} \cdot 200$$

$$\frac{22}{69}$$

$$23 \cdot 1$$

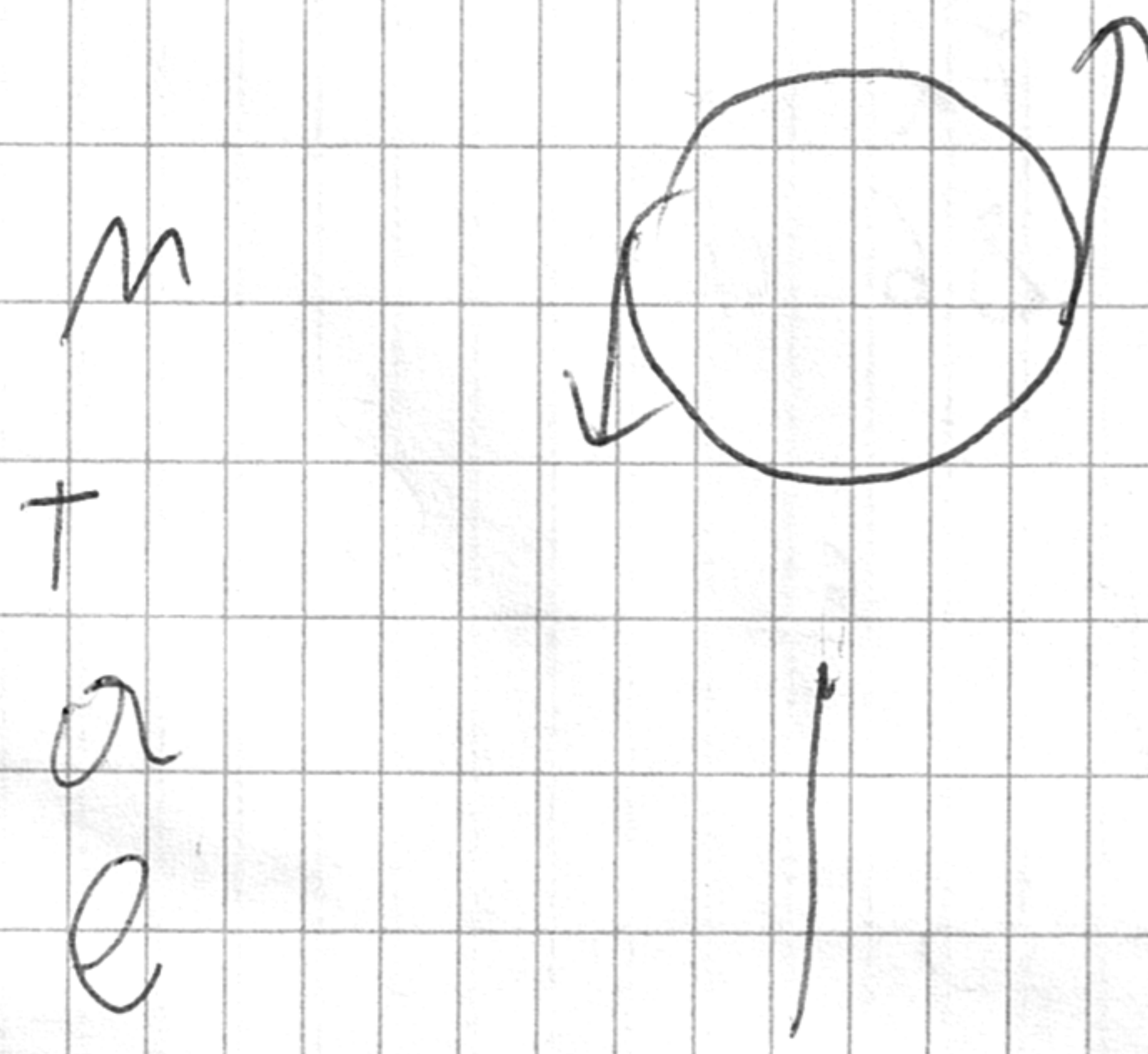
$$\frac{2}{29} \cdot 200$$

$$\frac{1}{12} \cdot 200$$

$$\frac{100}{6} \quad \frac{50}{3}$$

$$50:3=17$$

$$\frac{3}{20}$$



$$\pi = 0.05''$$



$$\frac{70}{117} \cdot 5$$

$$\frac{70}{130} \cdot 6$$

$$\frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$\frac{22}{70}$$

$$\frac{11}{30}$$

$$11:3=$$

$$110:3=37$$

$$\frac{2}{20}$$

$$\frac{11 \cdot 40}{7} \cdot 6$$

$$\frac{10 \cdot 42}{7}$$

$$\frac{14}{30}$$

$$\frac{18}{3 \cdot 10^5} \approx 6 \cdot 10^{-5}$$

$$146 \cdot 10^{-5}$$

$$0.37 \cdot 200$$

$$37 \cdot 2$$

$$74$$

$$\frac{5}{22}$$

$$6 \cdot 10^{-5} \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$$

$$276$$

$$864$$

$$216 \cdot 24$$

$$6 \cdot 10^{-3} \cdot 24 \cdot 6 \cdot 6$$

$$432$$

$$5,184$$

$$\frac{22}{69} \cdot 200$$

$$\frac{22}{70}$$

$$\frac{11}{35}$$

$$\frac{40}{200}$$

$$\frac{5}{17} \cdot 50$$

$$5:12$$

$$\frac{5}{8} \cdot 50$$

$$\frac{125}{8}$$

$$\frac{22}{70}$$

$$\frac{11}{35}$$

$$\frac{124}{5}$$

$$\frac{62}{5} = 15,$$

$$\frac{0,81 \cdot 0,81}{10^{-4}}$$

$$\frac{81 \cdot 81}{}$$

$$\frac{80 \cdot 80 \cdot 10^4}{64 \cdot 10^{-2}} = \frac{137 \cdot 284 \cdot 8,6}{7 \cdot 40}$$

$$\frac{137 \cdot 280 \cdot 8,6}{7}$$

$$140 \cdot 40 \cdot 8,6$$

$$\frac{19 \cdot 4}{56}$$

$$56 \cdot 86$$

$$\frac{2,25 \cdot 2,25}{}$$

$$1125$$

$$1125$$

$$12375$$

$$15$$

$$150$$

$$75$$

$$225$$

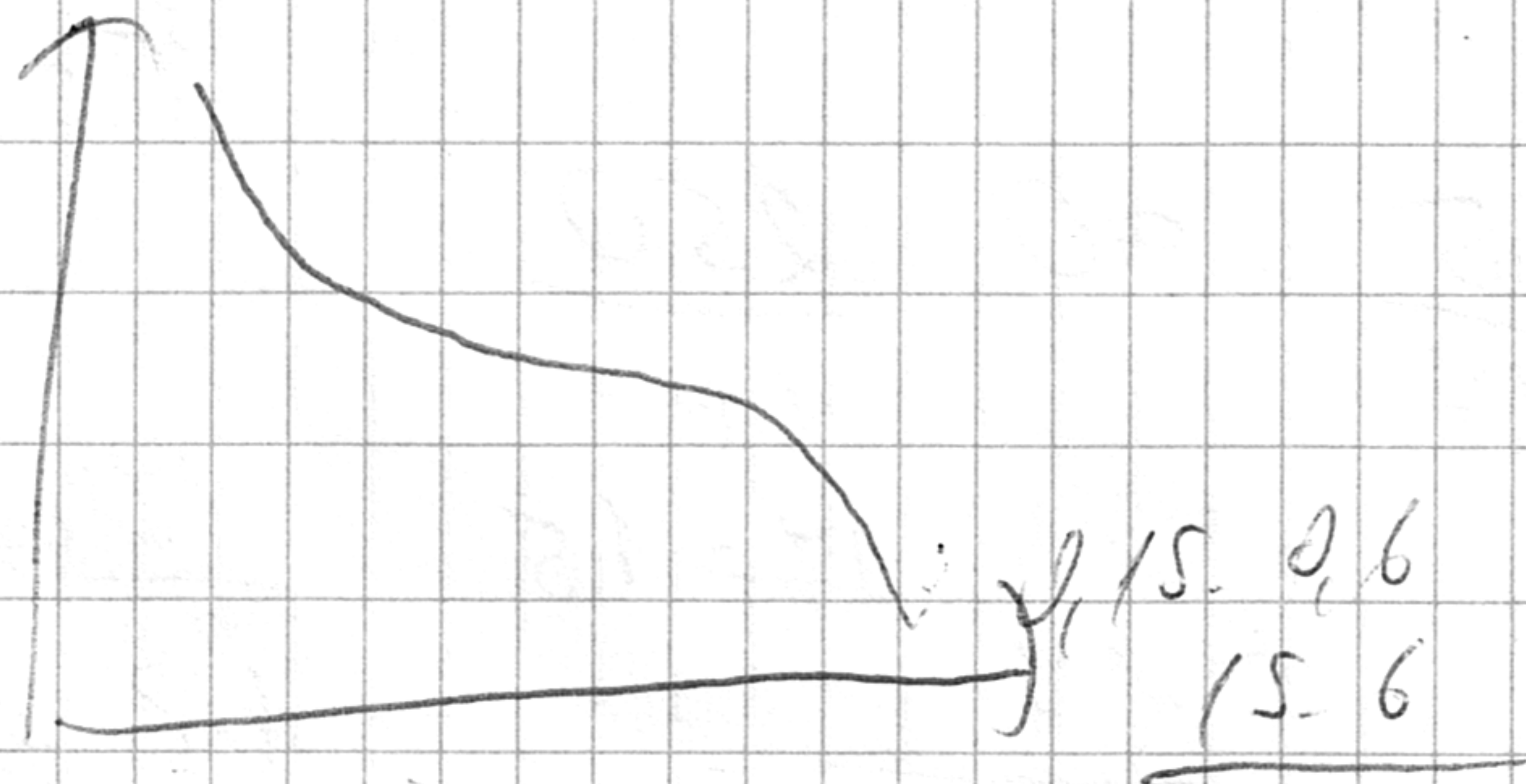
$$\frac{3336}{448} = 4816$$

$$\frac{2,2 \cdot 225 \cdot 225}{}$$

$$1125$$

$$1125$$

$$12375$$



$$\frac{0,241 \cdot 10}{16}$$

$$\frac{2,4}{16}$$

$$\frac{2,4}{16}$$

$$\frac{24 \cdot 10^{-1}}{16} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$4816 \cdot 10^2$$

$$480 \cdot 10^2$$

$$4,8 \cdot 10^3$$

$$10^6 \cdot 10^9 \cdot 10^{11}$$

$$10^{20}$$

$$10^{26}$$

$$10^{27}$$

$$2,25$$

$$200 \cdot 200$$

$$40000$$

$$220 \cdot 230$$

$$22$$

$$2,2 \cdot 23$$

$$23 \cdot 22$$

$$46$$

$$46$$

$$506$$

$$\sqrt[4]{\frac{5}{112}} \quad \sqrt[4]{\frac{4}{12}}$$

$$\frac{5}{17} - 90 \quad \frac{250}{17}$$

$$210 : 17 = 15$$

$$\frac{17}{80}$$

$$\sqrt[3]{17.5}$$

$$\frac{66}{5}$$

$$5$$

$$\frac{600}{114.6}$$

$$\frac{0.0}{25.3}$$

$$0.075$$

$$1.3$$

$$1.69$$

$$1.1$$

$$1.2$$

$$2900$$

$$1800$$

$$6000$$

$$72.25$$

$$360$$

$$154$$

$$1900$$

$$19$$

$$\frac{1}{2.05} = \frac{1}{5 \cdot 10^2} = \frac{100}{5} =$$

$$\frac{39}{69}$$

$$\frac{49}{79}$$

$$\frac{4}{7} \cdot 1000$$

$$\frac{20}{69} - 200$$

$$400 : 7 = 57$$

$$\frac{28}{70}$$

$$800 : 7 = 114$$

$$\frac{20}{70} - 200 - \frac{35}{50}$$

$$\frac{4}{10} \cdot 200$$

$$\frac{7}{30}$$

$$\frac{2.0}{1.5}$$

$$400$$

$$\frac{2}{70} \cdot 200$$

$$\frac{6}{7} \cdot 200$$

$$\frac{25.1}{5}$$

$$13.5$$

$$40 : 7$$

$$400 : 7 = 57$$

$$\frac{35}{50}$$

$$200 - 6 = 194$$

$$1200 : 7 = 170$$

$$25.9$$

$$100$$

$$200$$

$$25$$

$$225 \cdot 225$$

$$225 \cdot 225$$

$$1125$$

$$1125$$

$$250$$

$$450$$

$$250$$

$$450$$

$$28625$$

$$50625$$

36m.

$$20 \cdot 286 \cdot 10^{14} \cdot 10^9 \cdot 8,6$$

$$\frac{36 \cdot 6}{296}$$

$$\frac{8,6 \cdot 2}{2}$$

$$2 \cdot 286 \cdot 8,6 \cdot 10^{24}$$

$$\frac{0 \cdot 10^{-2}}{10^{-2}}$$

$$200 \frac{10^{-6}}{10^{-4}} = 2 \cdot 10^2 = 2$$

$$17 \cdot 17$$

$$286$$

$$286 \cdot 8,6$$

$$286 \cdot 8,6$$

$$\frac{T}{2R}$$

$$190 \cdot 286$$

$$179$$

$$1716$$

$$2288$$

$$24596$$

$$140 \cdot 286 \cdot 10^6$$

$$7 \cdot 10^{11}$$

$$3 \cdot 1 \cdot 10$$

$$17 \cdot 12$$

$$20 \cdot 286$$

$$\frac{3}{300} \cdot 1 \cdot 10^{-2}$$

$$17$$

$$36 \cdot 24 \cdot 24,6$$

$$24,6 \cdot 2$$

$$17 \cdot 12$$

$$17$$

$$170$$

$$194$$

$$12:29$$

$$49,2$$

$$4920 \cdot 10^{27}$$

$$34$$

$$864$$

$$49,2$$

$$200$$

$$860 \cdot 10^7$$

$$86 \cdot 10^9$$

$$8,6 \cdot 10^{10}$$

$$24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 100$$

~~24~~

$$24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 10^7$$

$$140 \cdot 286 \cdot 10^6 \cdot 8,6 \cdot 10^9$$

$$7 \cdot 10^{14}$$

$$\frac{8,6}{150} = \frac{86}{15} \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{110}{15} = 7 \frac{10}{15}$$

$$75 + 11$$

$$15$$

$$5,7 \cdot 10^{-2}$$

$$5 \frac{11}{15}$$

$$20 \cdot 286 \cdot 8,6 \cdot 10^{26}$$

$$2 \cdot 10 \cdot 200$$

$$20 \cdot 200$$

$$2 \cdot 200$$

$$4000$$

$$2 \cdot 8,6 \cdot 286 \cdot 10^{27}$$

$$\frac{57}{80}$$

$$\frac{114}{170}$$

$$57 \cdot 170$$

$$39$$

$$57 \cdot 170$$

$$\frac{62}{69} \cdot 200$$

$$\frac{62}{69} \cdot 20$$

$$\frac{(69-7)}{69} \cdot 20$$

$$1 - 0,1$$

$$\frac{70}{139} \cdot 6 \approx 3,1$$

$$\frac{190}{286}$$

$$\frac{20}{3 \cdot 10^5}$$

$$2$$

$$\frac{v}{c} = \frac{17 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \approx 6 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{36.6}{276} = 132$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 169 \\ 57 \\ \hline 7390 \end{array}$$

$$\frac{36.6}{276} = 132$$

$$9120$$

$$\frac{114.80}{000} = 972$$

$$6 \cdot 10^{-5} \cdot 24.60.60$$

$$\frac{49}{100}$$

$$\frac{39}{70}$$

$$\frac{4}{7}$$

$$\frac{200}{800} \cdot 7 = 175$$

$$\frac{60}{70} \cdot 200$$

$$\frac{1200}{7} = 171$$

$$1$$

$$\frac{40}{70} \cdot 200 = 114$$

$$\frac{106}{70} \cdot 200$$

$$\frac{2000}{7} \approx 286$$