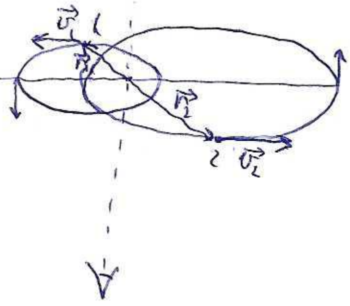
Обратим внимание, что ~~для первой звезды выполняется~~ закон сохранения момента импульса.



Тогда для первой звезды ~~верно~~ массой $\mathfrak{M}_1$ справедливо $\mathfrak{M}_1\vec r_1\times\vec v_1=\vec C_1$,
а для второй — $\mathfrak{M}_2\vec r_2\times\vec v_2=\vec C_2$

Заметим, что ~~в апоастре одна звезда к нам приближ~~ также верно $\mathfrak{M}_1\vec r_1+\mathfrak{M}_2\vec r_2=0$.

Тогда в апоастре $\mathfrak{M}_2\vec r_2\times\vec v_2=-\mathfrak{M}_1\vec r_1\times\vec v_2$. ~~Очевидно, что одна звезда приближает~~ся, а другая — отдаляется. Тогда $\vec v_2=\lambda\vec v_1$ и $\vec C_2=-\mathfrak{M}_1\lambda\vec C_1$.

~~Следовательно, если одна звезда двигается~~

Обратим внимание, что ~~выполняется он выполняется правило моментов~~ справедливо выражение $\mathfrak{M}_1\vec r_1+\mathfrak{M}_2\vec r_2=\vec 0$, где $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}_2$ — массы 1 и 2 звезды соответственно. Из ~~этого следует, что эллипсы подобны.~~
~~То есть, если скорость первой звезды $\vec v_1$ перпендикулярна лучу зрения, перейти~~ Возьмем производную от обеих частей: $\frac{d}{dt}\left[\mathfrak{M}_1\vec r_1+\mathfrak{M}_2\vec r_2\right]=\mathfrak{M}_1\frac{d\vec r_1}{dt}+\mathfrak{M}_2\frac{d\vec r_2}{dt}=\mathfrak{M}_1\vec v_1+\mathfrak{M}_2\vec v_2=\frac{d}{dt}[\vec 0]=\vec 0$. Т.е. если скорость $\vec v_1$ перпендикулярна лучу зрения, то и $\vec v_2$ перпендикулярна лучу зрения, а их лучевые скорости одинаковы и равны нулю (а если система двигается, — то скорости удаления системы от нас).

Пусть скорость удаления системы v_0. Тогда эту скорость имеют звезды, когда их лучевые скорости одинаковы.
Масштаб на графике по оси v_r — 17мм на 50 км/с, измеренная v_0 — 7мм, т.е. $v_0=\frac{7}{17}\cdot 50=\frac{350}{17}\approx 20,6$ км/с

Измерим ~~от~~ период обращения системы T, ~~от апоастра~~ периастра до ~~апоастра~~ периастра (что соответствует ~~максимальным v_r макс-~~ ~~доб звезды~~). Он будет равен $\frac{69,5\text{мм}}{23\text{мм}}\cdot 1\text{ сут.}=3$ сут

Теперь перейдем в систему отсчета одной из звезд. Тогда ~~скорос~~ относительное ускорение другой звезды будет равным $\vec g=\left(\frac{G\mathfrak{M}_1}{(r_1+r_2)^3}+\frac{G\mathfrak{M}_2}{(r_1+r_2)^3}\right)(\vec r_1-\vec r_2)$. Но $\vec r_1$ и $\vec r_2$ всегда направлены противоположно, то же можно сказать и про ускорения относительно барицентра. Тогда $|\vec r_1-\vec r_2|=r_1+r_2$, а $g=\frac{G(\mathfrak{M}_1+\mathfrak{M}_2)}{(r_1+r_2)^2}$. Тогда это будет выглядеть, ~~будто~~ ~~но~~ в системе отсчета одной звезды, будто другая обращается по большой полуоси a_1+a_2, а сама звезда имеет массу $\mathfrak{M}_1+\mathfrak{M}_2$. Скорость же относительная будет также равна v_1+v_2, а эксцентриситет — не изменится.

Пусть первая звезда более медленная, а вторая — более быстрая. Тогда в периастре лучевые скорости обеих будут, очевидно, максимальные по модулю, скорость первой звезды $v_{1p}=94,1+v_0$, а второй — $v_{2p}=192,6-v_0$, т.е. относительная скорость $v_p = v_{1p} + v_{2p} = 286{,}7$ км/с. Аналогично в апоастре у лучевых скоростей „вторичный" максимум (потому что в апоастре всё же скорость меньше), $v_{1a} = 63{,}2 + v_0$, $v_{2a} = 75{,}3 - v_0$; $v_a = v_{1a} + v_{2a} = 138{,}5$ км/с.

Отсюда $\frac{v_p}{v_a} = \frac{1+e}{1-e}$, где e – эксцентриситет орбит. Тогда $e = \frac{k-1}{k+1}$, где $k = \frac{v_p}{v_a} = \frac{286{,}7}{138{,}5} \approx 2{,}07$. Следовательно, $e = \frac{1{,}07}{3{,}07} \approx \underline{0{,}35}$

Также получаем, что $v_p = \sqrt{\frac{G(M_1+M_2)}{a_1+a_2}\cdot\frac{1+e}{1-e}}$, а $v_a = \sqrt{\frac{G(M_1+M_2)}{a_1+a_2}\cdot\frac{1-e}{1+e}}$. Тогда пусть $\mu = \frac{G(M_1+M_2)}{a_1+a_2} = \frac{G(M_1+M_2)}{a_1+a_2}\sqrt{\frac{1-e}{1+e}\cdot\frac{1+e}{1-e}} = v_p v_a$.

По обобщённому третьему закону Кеплера: $\frac{4\pi^2}{T^2} = \omega^2 = \frac{G(M_1+M_2)}{(a_1+a_2)^3}$. Отсюда $\frac{\mu}{\omega^2} = \frac{G(M_1+M_2)}{a_1+a_2}\cdot\frac{(a_1+a_2)^3}{G(M_1+M_2)} = (a_1+a_2)^2$ и

$$a_1+a_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\omega^2}} = \frac{T\sqrt{v_p v_a}}{2\pi}$$

Под рукой у меня калькулятора нет, поэтому, к сожалению, придётся жертвовать точностью:

$$a_1+a_2 = \frac{3\cdot 864\cdot 10^4\,\text{с}\cdot\sqrt{138{,}5\cdot 286{,}7}\ \text{км/с}}{2\cdot 3{,}1416} \approx \frac{2{,}592\cdot 10^5\cdot\sqrt{144\cdot 289}}{6{,}2832} \approx \frac{2{,}6\cdot 10^5\cdot 2\cdot 10^2}{6{,}2832} = \frac{5{,}2\cdot 10^7}{6{,}2832} \approx \left(1 - \frac{0{,}9168}{6{,}2832}\right)\cdot 10^7 \approx (1-0{,}146)\cdot 10^7 =$$

$= \underline{9{,}54\cdot 10^6\ \text{км}}$. Это и есть большая полуось системы.

Масса звёзд $M_1 + M_2 = \frac{\mu(a_1+a_2)}{G} = \frac{(v_p\cdot v_a)^{3/2}\cdot T}{2\pi G} \approx \frac{\sqrt{144\cdot 289}^3\cdot 2{,}6\cdot 10^5}{6{,}2832\cdot 6{,}67\cdot 10^{-20}}$ (ибо $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ м³/кг·с² $= 6{,}67\cdot 10^{-20}$ км³/кг·с²) $\approx \frac{(2\cdot 10^2)^3\cdot 2{,}6\cdot 10^5}{6{,}2832\cdot\frac{2}{3}\cdot 10^{-19}} \approx \frac{8\cdot 2{,}6}{4{,}2}\cdot 10^6\cdot 10^5\cdot 10^{19} \approx 5{,}0\cdot 10^{30}$ кг

Для того, чтобы определить массы звёзд, запишем выражение $M_1\vec{v}_1 + M_2\vec{v}_2 = \vec{0}$ в скалярном виде: $M_1 v_1 = M_2 v_2 \Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{v_2}{v_1}$. Скорости возьмём для ~~апоцентра:~~ ~~v_{2a}~~ периастра: $v_{2p} = 192{,}6 - v_0 = 192{,}6 - 20{,}6 = 172$ км/с; $v_{1p} = 94{,}1 + 20{,}6 = 114{,}7$ км/с. Отсюда $\frac{M_1}{M_2} = \frac{172}{114{,}7} = 1{,}5$. Отсюда $M_1 + M_2 = M_2\left(1 + \frac{M_1}{M_2}\right) = M_2\cdot 2{,}5 = 5{,}0\cdot 10^{30}$ кг $\Rightarrow$
$\Rightarrow \underline{M_2 = 2\cdot 10^{30}\ \text{кг}}$; $\underline{M_1 = 3\cdot 10^{30}\ \text{кг}}$.

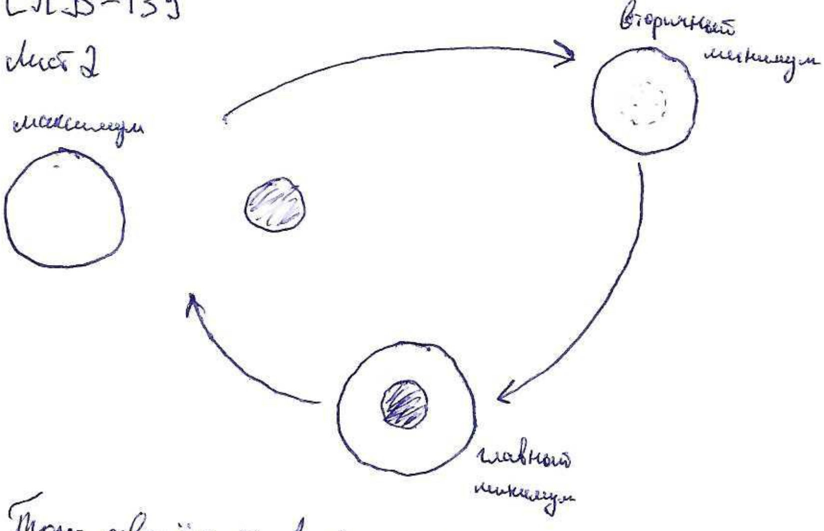
Мы видим, что вторая звезда ~~очень~~ имеет массу Солнца $M_\odot$, а первая – $1{,}5 M_\odot$. Используя зависимость масса-светимость $L \propto M^4$, определим светимость первой звезды $L_1 = 1{,}5^4 L_\odot \approx 5{,}1\,L_\odot$

Также для звёзд, массивнее Солнца существует зависимость масса-радиус: $M \propto R^{0{,}8}$, для упрощения возьмём $M \propto R$. Тогда радиус первой звезды $R_1 = 1{,}5 R_\odot$, а второй – $R_2 = R_\odot$.

~~Вычислим мак~~ Пусть ~~светимость вто~~ освещённость от второй звезды равна F_0. Тогда в максимуме блеска видны обе звезды, а освещённость ~~их~~ от них суммарная будет $F_{max} = (1+5{,}1)F_0 = 6{,}1 F_0$. Во время глав-

СПБ-139

Лист 2



...ного минимума вторая ~~первая~~ ~~вторая~~ звезда как бы „вырезает" из первой часть блеска ~~яркости~~, равной $\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$ (отношение площадей), и замещает его эту часть своим светом. Тогда освещённость во время главного минимума равна

$$F_I = \left(5{,}1 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + 1\right) F_0 = \left(\frac{5{,}1}{2{,}25} + 1\right) F_0 = 3{,}27 F_0$$

Во время вторичного максимума первая звезда перекрывает свет более тусклой второй звезды. Тогда освещённость во время вторичного максимума равна $F_{II} = 5{,}1 F_0$.

Определим блеск, соответствующий F_0. Данная система находится от нас на расстоянии $\frac{1}{\pi} = 20$ пк. F_0 создаётся от звезды, подобной Солнцу, у которого абсолютная видимая звёздная величина равна $M_\odot = 4{,}8^m$.

Тогда блеск $m_0 = M_\odot + 5 \cdot \lg \frac{20\text{ пк}}{10\text{ пк}} = 4{,}8 + 5 \cdot \lg 2 \approx 4{,}8 + 1{,}5 = 6{,}3^m$

Из всего этого блеск в максимуме $m_{max} = m_0 - 2{,}5 \lg \frac{F_{max}}{F_0} = 6{,}3 - 2{,}5 \lg 6{,}1 \approx 6{,}3 - 2{,}5 \cdot 0{,}78 \approx \underline{4{,}3^m}$

Блеск в главном минимуме $m_I = 6{,}3 - 2{,}5 \cdot \lg 3{,}27 \approx 6{,}3 - 1{,}3 = \underline{5^m}$

Блеск во вторичном минимуме: $m_{II} = 6{,}3 - 2{,}5 \cdot \lg 5{,}1 \approx 6{,}3 - 1{,}75 = \underline{4{,}55^m}$