СПБ-111

Задание 4.

Известно, что звёзды типа Солнца соприкасаются, значит центр масс находится в точке соприкосновения, а большая полуось этой двойной системы равна диаметру Солнца $(R+R)$. Тогда запишем 3 закон Кеплера:

$$\frac{T^2_{[год]}}{a^3_{[а.е.]}} = \frac{1}{M_1+M_2\,[M_\odot]}$$

$$\frac{T^2}{D_\odot^3} = \frac{1}{2} \qquad T = \sqrt{D_\odot^3 \cdot \frac{1}{2}} \text{ года}$$

$$D_\odot = 1400000 \text{ км} = 1.4\cdot10^6 \text{ км} = \frac{1.4\cdot10^6}{1.5\cdot10^8} \text{ а.е.} \approx \frac{1}{100} \text{ а.е.}$$

$$T = \sqrt{10^{-6}\cdot\frac{1}{2}} \text{ года} \approx 0.7\cdot10^{-3} = \boxed{7\cdot10^{-4} \text{ года}} \approx 6 \text{ часов}$$

Насчёт звёзд спектральных классов F и K.

Звёзды ГП спектрального класса F имеют большую светимость, чем Солнце, а звёзды ГП спектрального класса K, наоборот, меньшую.

Вспомним зависимость масса-светимость и радиус-светимость:

$$L \propto M^4$$

$$L \propto R^{5.2} \qquad M \propto R^{\frac{5.2}{4}}$$

$$M \propto R^{1.3}$$

Тогда $T \propto R^{\frac{3}{2.3}}$, $T \propto R^{2.3}$, т.е. звёзды спектрального класса F будут иметь больший период, чем звёзды типа Солнца, а звёзды класса K будут иметь меньший период.

Задание 2.

$M = 2M_\odot$

$a_1 = 0.5$ а.е.

$a_2 = 0.8$ а.е.

$S_1 = S_2$

$T_{осн\,2} = 2T_{осн\,1}$

Найдём периоды обращения планет, запишем 3 Закон Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{1}{2} \qquad T_1 = \sqrt{\frac{a_1^3}{2}} = \sqrt{\frac{1}{8\cdot2}} \text{ года} = \frac{1}{4} \text{ года}$$

$$\frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{1}{2} \qquad T_2 = \sqrt{\frac{a_2^3}{2}} = \sqrt{\frac{4^3}{5^3\cdot2}} \text{ года} = \sqrt{\frac{32}{125}} \approx \frac{1}{2} \text{ года}$$

$$\frac{32}{125} \approx \frac{1}{4}$$

Тогда местные солнечные сутки: ~~это синодический~~ период

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{осн}}$$ (вращение вокруг своей оси в ту же сторону, что и по орбите)

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} + \frac{1}{T_{осн}}$$ (вращение происходит в разные стороны)

③ I. $S_1 = \frac{T_1 T_{осв 1}}{T_1 - T_{осв 1}}$ $\quad S_2 = \frac{T_2 T_{осв 2}}{T_2 - T_{осв 2}}$

$$\frac{T_1 T_{осв 1}}{T_1 - T_{осв 1}} = \frac{T_2 \cdot 2T_{осв 1}}{T_2 - 2T_{осв 1}}$$

$$\cancel{T_1 T_2 - \dots}$$

$$T_1 T_2 T_{осв 1} - 2T_{осв 1}^2 T_1 = 2T_{осв 1} T_1 T_2 - 2T_{осв 1}^2 T_2$$

$$T_{осв 1} T_1 T_2 - 2T_{осв 1}^2 T_2 + 2T_{осв 1}^2 T_1 = 0$$

$$T_1 T_2 = 2T_{осв}(T_2 - T_1)$$

$$T_{осв.} = \frac{T_1 T_2}{2(T_2 - T_1)}$$

$$T_{осв} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \text{ года} = T_1$$ По условию такой вариант не подходит.

II. $\frac{1}{S_1} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_{осв 1}}$ $\quad \frac{1}{S_2} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_{осв 2}}$

$$\frac{T_1 T_{осв 1}}{T_1 + T_{осв.1}} = \frac{T_2 2T_{осв 1}}{T_2 + 2T_{осв 1}}$$ $$T_2 T_1 \cancel{T_{осв.1}} + 2T_1 \cdot T_{осв 1}^{\cancel{2}} = 2T_1 T_2 \cancel{T_{осв.1}} + 2T_2 T_{осв 1}^{\cancel{2}}$$

$$T_{осв.1} = \frac{T_1 T_2}{2(T_2 - T_1)}$$ не подходит.

III. $\frac{1}{S_1} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_{осв.1}}$ $\quad \frac{1}{S_2} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_{осв.2}}$

$$\frac{T_1 T_{осв 1}}{T_1 - T_{осв.1}} = \frac{2T_{осв.1} T_2}{T_2 + 2T_{осв 1}}$$ $$T_1 T_2 \cancel{T_{осв.1}} + 2T_1 T_{осв 1}^{\cancel{2}} = 2\cancel{T_{осв.1}} T_1 T_2 - 2T_{осв 1}^{\cancel{2}} T_2$$

$$T_1 T_2 = T_{осв 1}(2T_1 + 2T_2)$$

$$T_{осв 1} = \frac{T_1 T_2}{2T_1 + 2T_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{12} \text{ года}}$$

$$T_{осв.2} = 2T_{осв.1} = \boxed{\frac{1}{6} \text{ года}}$$

IV. Вариант, когда внутренняя планета обращается в ту же сторону по орбите, что и вокруг своей оси, а внешняя в противоположную, невозможен, так как тогда $\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_{осв 1}} > \frac{1}{T_2} + \frac{1}{2T_{осв 1}}$. То есть $\frac{1}{S_1} > \frac{1}{S_2}$ в таком случае, что противоречит условию.

Ответ: $T_{осв 1} = \frac{1}{12}$ года;

$T_{осв 2} = \frac{1}{6}$ года

Задание 2.

$\nu = 12\ ГГц$
$D = 2\ м$

Найдём длину волны, на которой станция принимает сигнал

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{\cancel{3}\cdot 10^8\ \frac{м}{с}}{\cancel{12}_{4}\cdot 10^8\ с^{-1}} = \frac{1}{40}\ м = 0.025\ м = \boxed{2.5\ см}$$

Заметим, что "засветка" возникает, когда приёмник не может различить полезный радиосигнал и излучение Солнца, то есть угловое расстояние между Солнцем и спутником меньше дифракционного предела:

$$\theta = \frac{\lambda}{D} = \frac{1}{40\cdot 2}\ рад = \frac{1}{80}\ рад = \frac{206265''}{80} \approx \frac{20000\cancel{0}''}{8\cancel{0}} = 2500'' \approx 41'$$

Ретрансляционные спутники имеют период, равный периоду осевого вращения Земли, т.е. $23^h 56^m 4^s$

Заметим, что спутнику нужно пройти угол, равный $2\theta + d_\odot = 112' \approx 2^\circ$

За день спутник проходит 1° отн. Солнца, значит 2° пройдёт за 2 дня.

Конкретные даты назвать не смогу, но эта засветка будет возникать в течение двух дней.

Задание 1.

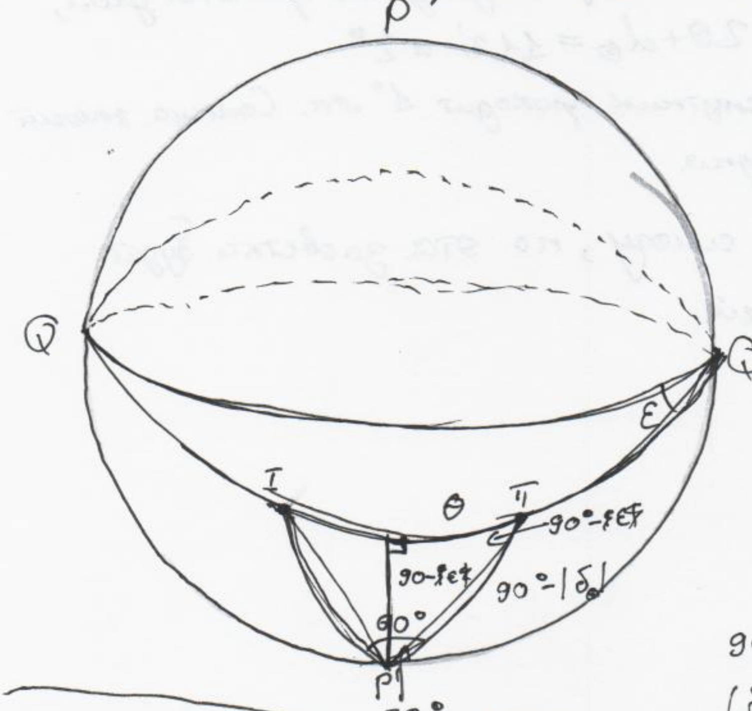
$T = 60$ дней
$\delta - ?$

$$h_{вк} = 2h_{нк}$$
$$90^\circ - \varphi + \delta = 2(-90^\circ + \varphi + \delta)$$
$$90^\circ - \varphi + \delta = -180^\circ + 2\varphi + 2\delta$$
$$270^\circ - 3\varphi = \delta$$

Нужно найти широту места наблюдения.

Заметим, что полярная ночь длилась 60 дней. Учитывая рефракцию, равную 35', получим поправку около 10 минут, что довольно несущественно в данном случае, т.к. точно мы всё равно посчитать не можем, а можем лишь оценить.

Нарисуем параллактический треугольник для нахождения склонения Солнца, когда полярная ночь только началась:



Запишем сферическую теорему косинусов:

$$\cos(90^\circ - |\delta_\odot|) = \cos\Theta \cdot \cos(90^\circ - \varepsilon) + \underbrace{\sin\Theta \cdot \sin(90^\circ - \varepsilon) \cdot \cos 90^\circ}_{=0}$$

$$\cos(90^\circ - |\delta_\odot|) = \cos\Theta \cdot \cos(90^\circ - \varepsilon)$$

$$\Theta = \omega_\odot \cdot 30^d \approx 30^\circ$$

$$\varepsilon = 23.^\circ4$$

$$\cos(90^\circ - |\delta_\odot|) = \cos 30^\circ \cdot \cos 66.6$$

$$\cos(90^\circ - |\delta_\odot|) = 0.886 \cdot 0.45 \approx 0.39$$

$$90^\circ - |\delta_\odot| = \arccos(0.39) \approx 70^\circ$$

$$|\delta_\odot| = 20^\circ \quad \delta_\odot = -20^\circ$$

P.S.: косинусы посчитала, построив треугольник прямоугольный с таким углом с помощью транспортира, и с помощью линейки измерила отношение сторон. Аналогично, зная arccos нашла угол

Тогда верно следующее:

$$90^\circ - \varphi + \delta = 0$$
$$\varphi = 70^\circ$$

$$\delta = 270^\circ - 3\varphi = 270^\circ - 3 \cdot 70^\circ = 60^\circ$$

Ответ: $\delta = +60^\circ$

Задание 5.

СПБ-111

Известно, что ~~как~~ в центре Галактики находится ~~звезд~~ сверхмассивная чёрная дыра массой $4.5 \cdot 10^6 M_\odot$. Теперь мы заменим эту чёрную дыру на шаровое скопление, состоящее из чёрных дыр звёздных масс.

~~Заметим, что чёрная дыра имеет на постоянную плотность~~

Я думаю, что на месте сверхмассивной чёрной дыры не может находиться шаровое скопление. Известно, что звезда может ~~превра~~ стать чёрной дырой, когда её масса больше полутора $M_\odot$. Пусть каждая из чёрных дыр имеет массу ~~5M~~ $10 M_\odot$, тогда всего их $4.5 \cdot 10^5$ штук. Заметим, что вокруг центра Галактики есть вещество, которое акрецирует на центр Галактики. В данном случае никакой акреции происходить не будет, так как чёрные дыры распределены в скоплении равномерно. Хоть средняя плотность скопления может совпадать с средней плотностью Стрельца А (сверхмассивные чёрные дыры имеют низкую плотность), плотность СЧД непостоянна, в отличие от шарового скопления.