'ЮОИ – 88

Задача №1

Дано:

$g_1 = g_\oplus$

$2\pi R_1 = 60\cdot10^3$ км

$T_п = T_л = 27{,}3^d$

$a_п - ?$

$R_п - ?$

1) Найдем радиус R_1 планеты

$$R_1 = \frac{60\cdot10^3}{2\pi} = 10\cdot10^3 = 10^4 \text{ км}$$

2) Давайте найдем массу планеты:

$$mg_\oplus = \frac{GM_\oplus m}{R_\oplus^2}$$

$$\parallel$$

$$mg_1 = \frac{GM_1 m}{R_1^2} \Rightarrow \frac{GM_\oplus m}{R_\oplus^2} = \frac{GM_1 m}{R_1^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{M_\oplus}{R_\oplus^2} = \frac{M_1}{R_1^2}$$

$$\Downarrow$$

$$M_1 = \frac{M_\oplus\cdot R_1^2}{R_\oplus^2} = \frac{6\cdot10^{24}\cdot10^{8^2}}{64^2\cdot\cancel{10^4}} = \frac{6}{8^4}\cdot10^{26}\text{ кг.}$$

3) Найдем большую полуось малой планеты:

$$a_п = \left(\frac{T_п^2\cdot GM_1}{4\pi^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{27{,}3\cdot\cancel{60}\cdot\cancel{60}\cdot\cancel{24}^{6}\cdot 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{26}}{\cancel{8^4}\cdot\cancel{4}\cdot9}\right)^{1/3} =$$

$$= \left(3\cdot36\cdot6{,}67\cdot10^{15}\right)^{1/3} = 6\cdot10^5\cdot\sqrt[3]{3} = 1{,}6\cdot6\cdot10^5_{м} = 96\cdot10^3\text{ км}$$

4) Посчитаем ~~видимые~~ угловой размеры Луны:

$$\rho'' = 206265\,\frac{1738\cdot2}{384400}$$

5) Угловой размер планеты равен угловому размеру Луны, найдем радиус планеты:

$$\cancel{206265}\,\frac{R_п\cdot\cancel{2}}{96\cdot10^3} = \cancel{206265}\,\frac{1738\cdot\cancel{2}}{3844\cancel{00}}$$

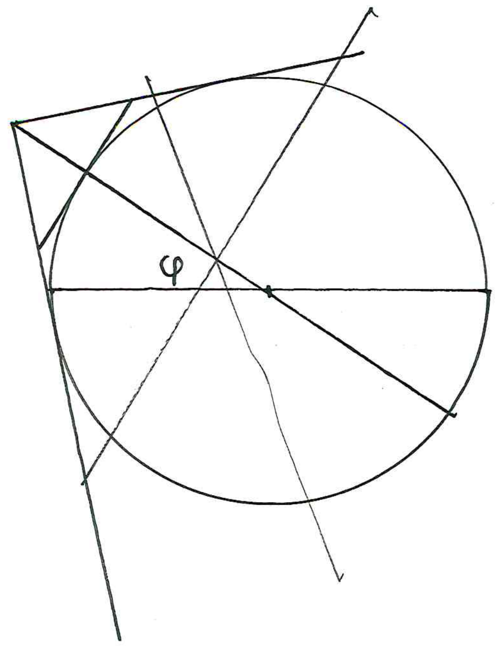
$$R_п = \frac{1738\cdot960}{3844}$$

$$\frac{1738}{3844} \approx \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{960}{2} = 480\text{ км} = R_п$$

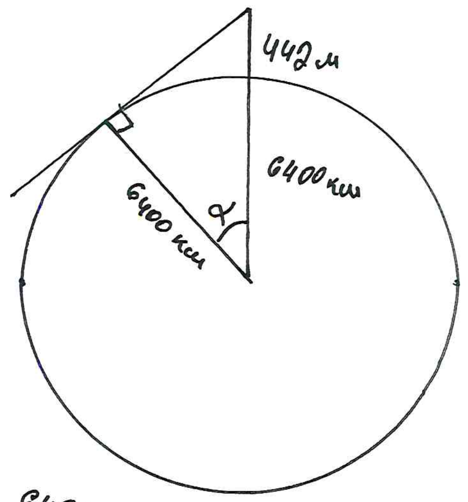
Ответ: $a = 96\cdot10^3$ км; $R_п = 480$ км

Лист 1 436

Задача №5



1) Посчитаем понижение горизонта для башни:



1) $\cos \alpha = \frac{6400}{6400+0,442} = \frac{6400}{6400,4} = 0,99$

2) $\alpha = \arccos 0,99$.

Посчитаем α:

косинус ~~возрастает~~ убывает от 90 до 0 на 1 => составим пропорцию

$90 - 1$

$\alpha - 1 - 0,99 = 0,01$

$\frac{90}{\alpha} = \frac{1}{0,01}$

$\alpha = 0,9^\circ$ => в башни солнце взойдет на ~~...~~ раньше и сядет позже.

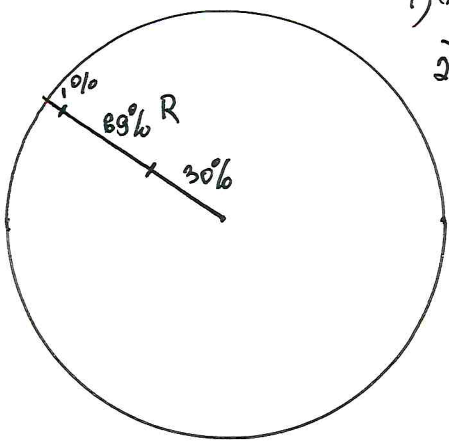
2) Переведем $0,9^\circ$ в минуты

$t = 0,9 \cdot 4^m = 3,6^m$

Получается на t^m в ресторане солнце взойдет раньше и сядет позже => максимальная ~~разница~~ разница будет $2t = 3,6 \cdot 2 = 7,2^m$

Ответ: 7,2 минуты.

Задача №2



1) Давайте обозначим: плотность ядра за $\rho_я$

2) Составим уравнение; M - масса планеты; R - радиус планеты:

$$\cancel{\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}}$$

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 1530 = \underline{\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 0{,}3^3 \cdot \rho_я + \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 0{,}69^3 \cdot 3000 + \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 0{,}01^3 \cdot 600}$$

Из подчеркнутой части выделим $\rho_я$:

$$\rho_я = \frac{1530 - 0{,}69^3 \cdot 3000 - 0{,}01^3 \cdot 600}{0{,}3^3} = \frac{1530 - 0{,}7^3 \cdot 3000}{0{,}3^3} = \frac{1530 - 7^3 \cdot 3}{0{,}3^3} = \frac{1530 - 343 \cdot 3}{0{,}3^3} =$$

$$= \frac{510 - 343}{0{,}3^2 \cdot 0{,}1} = \frac{167}{0{,}009} \approx 18500 \text{ кг/м}^3$$

Ответ: $\rho_я = 18500$ кг/м^3

Задача №3

~~1) Посчитаем время полного солнечного затмения. Для этого сначала посчитаем скорость луны:~~

$$\cancel{V_л = \sqrt{\frac{GM_⊕}{a_л}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{384400000}}}$$

1) Посчитаем угловую скорость луны:

$$\omega = \frac{360}{27{,}3} \approx \frac{3600}{273} = 13°/d$$

2) Посчитаем угловой размер Солнца:

$$\rho = 206265'' \frac{697000 \cdot 2}{1{,}5 \cdot 10^8} = \frac{41253 \cdot 232 \cdot 2''}{10^4} = \frac{41253 \cdot 464}{10^4 \cdot 60^2}° =$$

$$= \frac{6875{,}5 \cdot 77{,}3}{10^6} = 0{,}68755 \cdot 0{,}773 \approx 0{,}5^\circ$$

$\boxed{Dan-88}$

3) Посчитаем время прохождения Луны по диску Солнца:

$$t = \frac{0{,}5^\circ}{13^\circ/d} = \frac{5}{130}\,d = \frac{120^h}{130} = 0{,}9^h$$

4) Составим пропорцию:

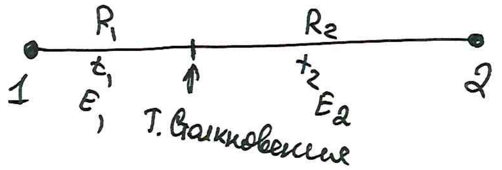
$160 \cdot 10^6$ детей — 1 год $= 365{,}25 \cdot 24^h$

X детей — $0{,}9^h$

$$X = \frac{160 \cdot 10^6 \cdot 0{,}9}{365{,}25 \cdot 24} = \frac{\overset{4\,2}{\cancel{16}} \cdot \overset{3}{\cancel{9}} \cdot 10^6}{365{,}25 \cdot \underset{6\,3}{\cancel{24}}} = \frac{6 \cdot 10^6}{365{,}25} = 1642 \text{ человека}$$

Ответ: 1642 ребенка

Задача №4



1) Мы знаем, что R ~~пропорционально~~ зависит от t. Это тоже самое, что R пропорционально t, то есть $\frac{R}{t} = const$.

2) Получается, что

$$\frac{R}{t} \sim E^{1/5} \cdot t^{2/5}.$$

3) Давайте запишем для R_1 и R_2 ~~[illegible]~~ пропорциональность.

$$const = \frac{R_1}{t_1} \sim E_1^{1/5} t_1^{2/5}$$

$$const = \frac{R_2}{t_2} \sim E_2^{1/5} t_2^{2/5}$$

4) Разделим одно на другое выражение. Оно будет равно 1, т.к. $\frac{R_1}{t_1} = const = \frac{R_2}{t_2}$.

$$\frac{R_1 \cdot t_2}{t_1 \; R_2} = \frac{E_1^{1/5} t_1^{2/5}}{E_2^{1/5} t_2^{2/5}} = 1$$

---

5) Посмотрим на правое равенство:

$$\frac{E_1^{1/5} t_1^{2/5}}{E_2^{1/5} t_2^{2/5}} = 1.$$

$$\frac{E_1 \; t_1^2}{E_2 \; t_2^2} = 1.$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt[2]{\frac{E_2}{E_1}}$$ ~~$E_2 = 32E_1$~~ Пусть $E_2 = 32E_1$, тогда

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt[2]{32} = 4\sqrt{2}$$

6) Из п.4

$$\frac{R_1 \cdot t_2}{t_1 \cdot R_2} = 1.$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{t_1}{t_2} = 4\sqrt{2}$$

Поскольку $R_1 + R_2 = 300$ пк $\Rightarrow$ $R_2 = 300$ пк $- R_2$. Подставим в уравнение

$$\frac{300-R_2}{R_2}=4\sqrt{2}$$

$$300=R_2\left(1+4\sqrt{2}\right)$$

$$R_2=\frac{300}{1+4\sqrt{2}}\ \text{пк.}$$

$$R_1=300-\frac{300}{1+4\sqrt{2}}=300\left(1-\frac{1}{1+4\sqrt{2}}\right)=300\left(\frac{1+4\sqrt{2}-1}{1+4\sqrt{2}}\right)=$$

$$=300\,\frac{4\sqrt{2}}{1+4\sqrt{2}}$$

$$300\,\frac{4\sqrt{2}}{1+4\sqrt{2}}>\frac{300}{1+4\sqrt{2}}$$

Ответ: $300\,\frac{4\sqrt{2}}{1+4\sqrt{2}}$

---

5) Поскольку звезды взорвались одновременно, ~~когда~~ то $t_1=t_2$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2}=\frac{E_1^{1/5}}{E_2^{1/5}}$$

Пусть $E_1=32E_2$, тогда

$$\frac{R_1}{R_2}=\sqrt[5]{32}=2$$

$$R_1=2R_2$$

$$R_1+R_2=3R_2=300\ \text{пк.}$$

$$R_2=100\ \text{пк.}$$

$$R_1=200\ \text{пк.}$$

Ответ: 200 пк.