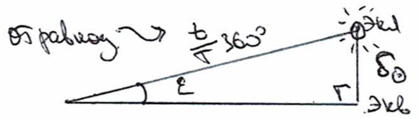
Жук-04 стр. 1/5

№1

Раз мы говорим о России, широта у нас будет северная. Полярная ночь в северном полушарии может быть близ зимнего солнцестояния. Так как она длится 60 дней, ~~её начало~~ начинается она за 30 дней до солнцестояния (21.12). Т.е. за 30 дней до солнцестояния Солнце кульминирует на горизонте.

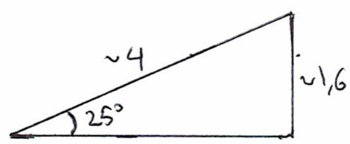
Найдем склонение Солнца на дату:

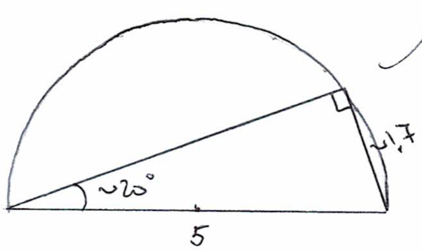


$$\Rightarrow \sin\delta_\odot = \sin\varepsilon \sin\left(\frac{t}{T}360°\right) \approx \sin 25° \cdot \sin 60°$$

$$\sin\delta_\odot \approx \frac{2}{5}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$\delta_\odot \approx -20°$ („–", так как з.с.)



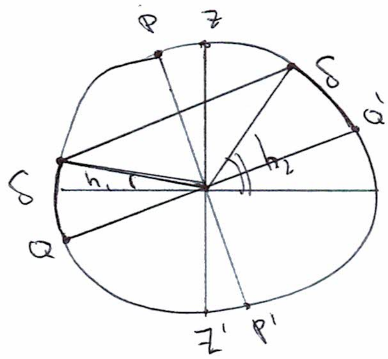


Теперь найдем широту:

$$0° = 90° - |\varphi - \delta_\odot|$$

$$\left[\begin{array}{l} 90° = \varphi - \delta_\odot \\ 90° = \delta_\odot - \varphi \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \varphi = 70° \\ \varphi = -110° \leftarrow \text{невозм-о} \end{array}\right.$$

Отлично. Теперь изобразим то, что происходит со звездой



(Сразу отбрасываем вариант с верхней кульминацией над севером, т.к. максимальное отношение высот будет $\frac{90°}{50°} < 2$)

$$\begin{cases} h_1 = (\varphi+\delta) - 90° \\ h_2 = (90°-\varphi)+\delta \\ h_2 = 2h_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} 90° - \varphi + \delta = 2\varphi + 2\delta - 180° \\ \delta = 270° - 3\varphi = 60° \end{array}$$

Ответ: $\delta = 60°$

Жук-04 Стр. 2/5 | №3

Найдем орбитальные периоды планет из III з-и Кеплера:

$$\frac{M_\odot T_\oplus^2}{a_\oplus^3} = \frac{2M_\odot T_1^2}{a_1^3} = \frac{2M_\odot T_2^2}{a_2^3}$$

$$\begin{cases} T_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}\left(\frac{a_1}{a_\oplus}\right)^{3/2} T_\oplus = \left(\frac{1}{2}\right)^{4/2} T_\oplus = \frac{1}{4} T_\oplus \\ T_2 = \sqrt{\frac{1}{2}}\left(\frac{a_2}{a_\oplus}\right)^{3/2} T_\oplus = \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}\right)^{1/2}\frac{4}{5} T_\oplus \approx \frac{64}{100}\cdot\frac{4}{5} T_\oplus \approx \frac{1}{2} T_\oplus \end{cases}$$

Мы не знаем, в сонаправлено или противоположно вращение планет с их движением по орбите, поэтому я просто решу четыре ~~все~~ уравнения:(x)
~~Знаю, что~~

$\cancel{1)\ \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{2T}}$

$\cancel{\frac{T - T_1}{T_1} = \frac{2T - T_2}{2TT_2}}$

$\cancel{2T_1T_2 - 2TT_1}$

1) $\frac{1}{T} - \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2T} - \frac{1}{T_2}$

$$\frac{T_1 - T}{T_1} = \frac{T_2 - 2T}{2TT_2}$$

$$2T_1T_2 - 2TT_2 = T_1T_2 - 2TT_1$$

$$T_1T_2 - 2T(T_2 - T_1) = 0$$

$$T = \frac{1}{2}\frac{T_1T_2}{T_2 - T_1} = \frac{1}{4}T_\oplus$$

(x) т.к. орб. периоды обоих планет тогда равны периодам их обращения. Во-первых, это противоречит условию, во-вторых, тогда само понятие солнечных суток теряет смысл) ~~...~~
↑ $\frac{1}{T_c} = 0$:)

2) $\frac{1}{T} - \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2T} + \frac{1}{T_2}$

$$2T_1T_2 - 2TT_2 = T_1T_2 + 2TT_1$$

$$T_1T_2 - 2T(T_2 + T_1) = 0$$

$$T = \frac{1}{2}\frac{T_1T_2}{T_1 + T_2} = \frac{1}{12}T_\oplus$$

(V)

3) $\frac{1}{T} + \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2T} - \frac{1}{T_2}$

$$2T_1T_2 + 2TT_2 = T_1T_2 - 2TT_1$$

$$T_1T_2 + 2T(T_2 + T_1) = 0$$

$$T = -\frac{1}{2}\frac{T_1T_2}{T_1 + T_2} < 0$$

(x)

4) $\frac{1}{T} + \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2T} + \frac{1}{T_2}$

$$2T_1T_2 + 2TT_2 = T_1T_2 + 2TT_1$$

$$T_1T_2 + 2T(T_2 - T_1) = 0$$

$$T = \frac{1}{2}\frac{T_1T_2}{T_1 - T_2} < 0$$

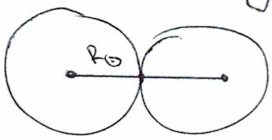
(x)

Ответ: период осевого вращения 1ой планеты — $\frac{1}{12}$ г, 2ой — $\frac{1}{6}$ г.

№4

Так как звезды одинаковой массы, на аккрецию (к!) можно забить (скажем, что они с одинаковой силой ~~если один украдет ΔM, то~~ пытаются друг друга обокрасть, так что массы (к моменту) не меняются).
Тогда период вращения можно найти из III з-на Кеплера:

$$\frac{2M_\odot T^2}{R_\odot^3} = \frac{M_\odot T_\oplus^2}{a_\oplus^3}$$



$$T = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2}\left(\frac{R_\odot}{a_\oplus}\right)^{1,5} T_\oplus$$

$$T \simeq \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2}\left(\frac{1}{2\cdot10^3}\right)^{3/2} T_\oplus = \frac{1}{2\cdot10^3}\left(\frac{1}{4\cdot10^3}\right)^{1/2} T_\oplus \approx \frac{1}{12\cdot10^4} T_\oplus \simeq 3\cdot10^{-3}\text{ сут} \simeq \frac{1}{14}\text{ ч} \simeq 4\text{ мин}$$

Теперь о классах F и K. Я помню, что $T_F \in (\sim6000; \sim10000)$K и $T_K \in (\sim3000; \sim5000)$K. Оценим средние температуры как $T_F = 9000$K, $T_K = 4000$K. Ещё я помню, что для звезд на ГП этих классов выполняется примерно такое отношение:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4$$

$$\frac{R^2T^4}{R_\odot^2T_\odot^4} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4 \Rightarrow \begin{cases} M_F \simeq 1,8\left(\frac{R_F}{R_\odot}\right)^{1/2} M_\odot \\ M_K \simeq 0,8\left(\frac{R_K}{R_\odot}\right)^{1/2} M_\odot \end{cases}$$

~~Из оценки $M_F \approx 1,8M_\odot$, $M_K = 0,8M_\odot$ звучит довольно неплохо, поэтому делаем вывод, что отношение радиусов ≈ 1 для этих классов.~~

Тогда:

$$\frac{\cancel{2}M_\odot T^2}{R_\odot^3} = \frac{\cancel{2}M_i T_i^2}{R_i^3}$$

$$T_i = \left(\frac{M_\odot}{M_i}\right)^{1/2}\left(\frac{R_i}{R_\odot}\right)^{3/2} T \Rightarrow \begin{cases} T_F \approx 1,8^{-1/2}\frac{R_F}{R_\odot}T \\ T_K = 0,8^{-1/2}\frac{R_K}{R_\odot}T \end{cases}$$

Честно, я совсем не могу припомнить отношение радиусов, но так как классы близкие, сделаю очень кривую оценку $\frac{R_F}{R_\odot} \approx \frac{R_K}{R_\odot} \approx 1$, просто чтоб получить примерные значения.

$T_F \simeq 1$ мин

$T_K \simeq 4,5$ мин

Ответ: $T \simeq 4$ мин

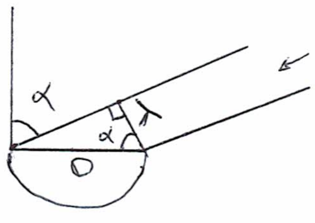
$T_F \simeq 1$ мин

$T_K \simeq 4,5$ мин

Жук-04 сор. 4/2 №2

~~Я смею сделать весьма логичное умозаключение, что с ретрансляционными спутниками связь нужно поддерживать постоянно. Т.е. спутник летает по геостационарной орбите, а антенна направлена на него. Радиус геостационарной орбиты ($\sim 2{,}5\cdot 10^5$ км) достаточно большой, чтоб спутник можно было наблюдать с любой широты. По сути, спутник будет просто „висеть" в одной точке (нет суточного движения), поэтому на большинстве широт Солнце ни разу не попадёт в поле зрения антенны. Я посчитал~~

Спутник будет наблюдаться на небесном экваторе (гор. параллакс учтём потом). Найдём даты, в течение которых ~~вхождения~~ Солнце попадает в поле зрения телескопа. Для этого найдём поле зрения:



пограничный случай, т.к. для волн, летящих в этом направлении, препятствие ≈ λ. остальные волны будут уже просто огибать его.

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\lambda}{D}\right) = \arccos\left(\frac{3\cdot 10^8}{12\cdot 10^5}\cdot\frac{1}{2}\right) = \arccos\left(\frac{1}{80}\right) \approx 90^\circ$$

Ну, план не сработал. Получается, если Солнце над горизонтом, то оно всё заглушит. Тогда выгодно поставить антенну на полюс, покуда Солнце не встаёт, вот вам счастье.

Ответ: ~~...~~

с ~21.06 по ~21.12
или
с ~21.12 по ~21.06 (в зависимости от полюса)

№5

Для начала, подозрение вызывает такое количество маломассивных ЧД. Насколько я понимаю, такими массами могут обладать только первичные ЧД, а ~~это~~ вроде не настолько уж частое явление. Я конечно не Хокинг, но это выглядит подозрительно.

Но если посчитать всякие числа, то вроде все нормально:

$R_0 = \frac{2GM_\odot}{c} \simeq 3$ км

$R = \frac{2GNM_\odot}{c} \simeq 14{,}5 \cdot 10^6$ км — грав. радиусы ~~теор~~ маленькой и большой ЧД

$r = \sqrt[3]{\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{N}} \simeq 3000$ км — расстояние между маленькими ЧД в шаровом скоплении, чей размер равен размеру большой ЧД

$r \gg R_0$, так что даже есть шанс, что такая система не сколлапсирует сразу же :) Хотя для этого ЧД-ам надо вращаться с огромными скоростями по странным орбитам, так что я не очень понимаю, о какой постоянной концентрации может идти речь.