КОЗ-02

№1.

⊕ – Земля
● – Луна
1 – Планета
2 – Спутник

Дано:

$g_\oplus m_1 = g_1 m_1$

$\ell_1 = \cancel{\ldots}\, 6\cdot10^7$ м

~~...~~ $(T_\bullet = T_2)$

R_2?

d_1 – ?

Решение:

$g_\oplus m_1 = g_1 m_1 \Rightarrow g_\oplus = g_1 \Rightarrow \frac{GM_\oplus}{R_\oplus^2} = \frac{GM_1}{R_1^2} \rightarrow \frac{M_\oplus}{R_\oplus^2} = \frac{M_1}{R_1^2}$

$2\pi R_1 = 6\cdot10^7 м = \ell$

$\pi \approx 3 \Rightarrow R_1 \approx 10^7$ м

Если $T_2 = T_\bullet \Rightarrow \frac{d_\bullet^3}{T_\bullet^2} = \frac{G\cancel{M_\oplus} M_1}{4\pi^2}$

$$\frac{\left(\frac{d_\bullet^3}{T_\bullet^2}\right)}{\left(\frac{d_2^3}{T_2^2}\right)} = \frac{\left(\frac{GM_\oplus}{4\pi^2}\right)}{\left(\frac{GM_1}{4\pi^2}\right)} \Rightarrow d_2 = \sqrt[3]{\frac{M_1}{M_\oplus}}\cdot d_\bullet$$

Выразим M_1 через R_1, $R_\oplus$ и $M_\oplus$:

$$M_1 = \frac{M_\oplus \cdot R_1^2}{R_\oplus^2}$$

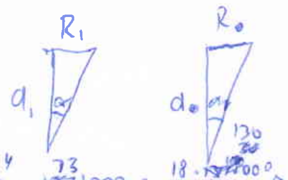
$$d_2 = \left(\frac{R_1}{R_\oplus}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot d_\bullet$$

$$d_2 = \left(\frac{10^7}{6{,}371\cdot10^6}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot 384400000.$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{10^{14}}{10^{12}\cdot 36}}\cdot 384400000 = \sqrt[3]{\frac{100}{36}}\cdot 384400000$$

$$\sqrt[3]{\frac{5^2\cdot2^2}{2^2\cdot3^2}} = \sqrt[3]{\frac{5^2\cdot3}{3^3}} = \frac{\sqrt[3]{25\cdot3}}{3} = \frac{\sqrt[3]{75}}{3} \approx \frac{4{,}2}{3} = 1{,}4\cdot3{,}844\cdot10^8 м$$

$1{,}4\cdot3{,}844\cdot10^8 м = 5{,}4\cdot10^8 м \approx d_2$



Так как угловые размеры относительно невелики:

$\alpha[рад] = \frac{R_\oplus}{d_\bullet} = \frac{R_1}{d_1}$, откуда $\frac{R_1}{d_1} = \frac{R_\oplus\cdot d_1}{R_\oplus}$ …

≈ 2340000 м $\approx R_2$

КАЗ-02

№2

Дано:
R_1 - радиус планеты
$R_2 = 0{,}3R_1$
$R_3 = 0{,}7R_1$
$\rho_3 = 3000\ \frac{кг}{м^3}$
$\rho_4 = 600\ \frac{кг}{м^3}$
$\rho_2 - ?$
$\rho_1 = 1530\ \frac{кг}{м^3}$

Решение:
$R_4 << R_1$, так как оболочка занимает маленькую часть планеты => так как $\rho_4 < \rho_3$ в 5 раз, мы можем пренебречь оболочкой и её массой

$\cancel{R_1 \cdot \rho_1} \cdot V_1 \cdot \rho_1 = V_2 \cdot \rho_2 + V_3 \cdot \rho_3 + \cancel{V_4 \cdot \rho_4}$

$\rho_2 = \frac{V_1 \rho_1 - V_3 \cdot \rho_3}{V_2} = \frac{V_1 \rho_1 - 2V_3 \rho_1}{V_2}$, где $V_2 = V_1 - V_3$;

$\frac{\rho_3}{\rho_1} \approx 2 \Rightarrow \rho_1 = 0{,}5\rho_3$ $\quad \rho_2 = \frac{V_1 \rho_1 - V_3 \rho_1}{V_1 - V_3} - \rho_1$

$V_1 = R_1^3 \cdot \frac{4}{3}\pi$

$V_3 = R_1^3 \cdot \frac{4}{3}\pi - (0{,}3)^3 \cdot R_1^3 \cdot \frac{4}{3}\pi = \left(1 - \frac{81}{1000}\right) \cdot V_1$

V_2

$+ \frac{\frac{919}{1000} V_1}{\frac{81}{1000} V_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{919}{81} \cdot 10 \frac{119}{81} \approx 11 \Rightarrow \rho_2 = 11 + 1530 = 1541\ \frac{кг}{м^3}$

№3.

Дано:
$160000000\ \frac{дет.}{год}$
кол-во людей - ?

Решение:
Так как мы должны оценить, то возьмем случай, когда тень луны движется по диаметру ϑ: (рис. 1)

Рис. 1.
тень луны

Так как $T_\oplus >> T_\bullet$ и $\cancel{\vartheta}$
и $d_\oplus >> d_\bullet$, то $\vartheta_T \approx \vartheta_\bullet \approx 1$ км/с =>
=> длится затмение будет $\approx 6371 \cdot 2$ секунд ≈ 12742

$\frac{1{,}6 \cdot 10^6}{365 \cdot 24 \cdot 3600}\ \frac{дет.}{с}$ => кол-во детей = $\frac{1{,}6 \cdot 10^6 \cdot 12742}{365 \cdot 24}$ детей

№4.

$R_1(t) \propto \alpha \sqrt[5]{E_1 \cdot t^2}$

$R_2(t) \propto \sqrt[5]{32 E_1 \cdot t^2} \cdot 2$

$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\sqrt[5]{E_1 t_1} \cdot 2}{\sqrt[5]{E_1 \cdot t_1}} = 2 \Rightarrow R_2 = 2R_1$

$R_1 + R_2 = 300$ пк. $\overset{R_3}{''}$ => $R_1 = R_3 - R_2$

$t_1 = t_2$

$R_2 - ?$

$\cancel{2R_1}$ $R_2 + 0{,}5R_2 = 300$ пк

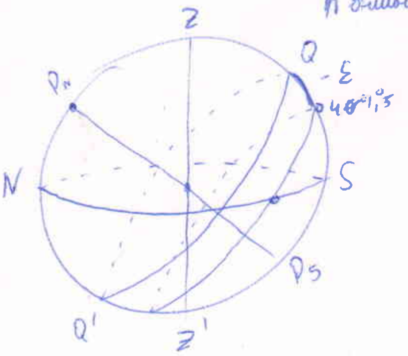
$R_2 = \frac{3000}{15} = 200$ пк

Лист 2

№5.

Для максимальной разницы $\cancel{\delta} h_{вк.}$ ☉ должна быть минимальной, так как $\cancel{\#} \angle \delta_☉$ ☉ N(или S) минимальней => $\cancel{\delta} h_☉$ меняет медленней и разница станет больше h ближе к $h_{вк.}$

$h_{в.к.} = 90 - \varphi + \delta$, $\varphi < 25 \Rightarrow \delta_{min☉} = -\varepsilon$ и $h_{в.к}$ будет min



$h_{вк} = 90° - 25° - 23°26' \approx 41°,5$

$h_{нк} = 25° + 23°26' - 90° \approx \cancel{...} 8°,5$

Тогда над горизонтом ☉ проводит $\approx \dfrac{41°,5}{(88°,5 + 41°,5)}$ дня $= \dfrac{\cancel{4}}{13\cancel{0}}$ ~~дня~~ $\approx$ ~~42,5~~

Горизонт приподнимется на $\arccos\left(\dfrac{6371}{6371{,}442}\right) \approx 1° \Rightarrow$ над горизонтом ☉ $\approx \dfrac{425}{1300}$ дня. Так как рефракция есть и там, и там мы ей пренебрежем

$\dfrac{415}{1300}$ дня

$\dfrac{425}{1300} - \dfrac{415}{1300} = \dfrac{10}{1300} = \dfrac{1}{130}$ дня