1. Дано:

$\chi_1 = 1{,}1$

$\chi_2 = 0{,}9$

$\Delta T - ?$

ЛВ-5

$\frac{4\pi^2}{G} = \frac{T^2 M}{a^3}$ $\quad v^2 = GM\left(\frac{1}{a} - \frac{2}{r}\right) \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{r} - \frac{v^2}{GM}$

$\Rightarrow a_1 = \frac{1}{\frac{2}{r_1} - \frac{v^2}{GM}\cdot\chi_1^2}$ $\quad a_2 = \frac{1}{\frac{2}{2a_1 - r_1} - \frac{v^2}{GM}\cdot\chi_2^2}$

↳ так как точка смены импульса будет перицентром или апоцентром

$$a_2 = \frac{1}{\frac{2}{\frac{2}{\frac{2}{r_1} - \frac{v^2}{GM}\cdot\chi_1^2} - r_1} - \frac{v^2}{GM}\cdot\chi_2^2} = \frac{1}{\frac{2}{\frac{2\cdot r_1 GM}{2GM - v^2\chi_1^2 r_1} - r_1} - \frac{v^2}{GM}\cdot 0{,}9^2} = \frac{1}{\frac{2\cdot(2GM - v^2\chi_1^2 r_1)}{2r_1 GM - r_1(2GM - v^2\chi_1^2 r_1)} - \frac{v^2}{GM}\cdot 0{,}9^2} =$$

$$= \frac{1}{\frac{4GM - 2v^2\chi_1^2 r_1}{v^2\chi_1^2 r_1^2} - \frac{v^2}{GM}\cdot\chi_2^2} = \frac{v^2\chi_1^2 r_1^2 \cdot GM}{4G^2M^2 - 2v^2\chi_1^2 r_1 GM - v^2\chi_2^2 v^2\chi_1^2 r_1^2} = \frac{v\chi_1 r_1}{\frac{4GM}{v\chi_1 r_1} - 2v\chi_1 - \frac{v^3\chi_1^2\chi_2^2 r_1}{GM}}$$

$\Rightarrow$ для второго случая $\quad \chi_1 \to \chi_2 \quad \chi_2 \to \chi_1$

$$a_{2*} = \frac{v\chi_2 r_1}{\frac{4GM}{v\chi_2 r_1} - 2v\chi_2 - \frac{v^3\chi_2^2\chi_1^2 r_1}{GM}}$$

$\frac{4\pi^2}{G} = \frac{T^2 M}{a^3}$

$\Rightarrow T_1^* - T_2^* = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}}\left(\sqrt{a_1^3} - \sqrt{a_2^3}\right)$

$$\Delta T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}}\left(\sqrt{a_2^3} - \sqrt{a_1^3}\right)$$

Геостац орбита:

$\frac{m\omega^2 r_1^2}{r_1} = \frac{GMm}{r_1^2}$

$r_1^3 = \frac{GM}{\omega^2}$ $\quad r_1 = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} \approx 4{,}1\cdot 10^8$ м

$\frac{GMm}{r_1^2} = \frac{mv^2}{r_1}$

$v^2 = \frac{GM}{r_1}$ $\quad v = \sqrt{\frac{GM}{\sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}}}} \approx 3\cdot 10^3 \frac{м}{с}$

$\Rightarrow$

$\Delta T \approx 5$ часов

2 Дано:

$\alpha = 6^h 45^m$

$\varphi = 28°$

$\delta = -17°$

$v = 1 \frac{м}{с}$

$\Delta m - ?$

1) Звездное время:

$S = t_\odot + \alpha_\odot$ $\quad t_\odot = 12^h$

$S = 6^h,6$ $\quad \alpha_\odot \approx 18,6^h$

$S = t_S + \alpha_S \Rightarrow t_S = -9^m \approx$ верхняя кульминация

$\Rightarrow h \approx 90 - \varphi + \delta = 90° - 28° - 17° = 45°$

2) Для оценки скажем, что:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \cdot \cos 45°$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\lambda - \Delta\lambda}{\lambda}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{0,4\Delta m}$$

$$10^{0,4\Delta m} = \frac{\lambda - \Delta\lambda}{\lambda}$$

$$0,4\Delta m = \lg 1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$\boxed{\Delta m = \frac{\lg\left(1 - \frac{v_{тан}}{c}\right)}{0,4}}$$

$\Delta m \approx -10^{-7}$ м

Відповідь: $\Delta m = -10^{-7}$ м

3. Дано:

$M = 2M_\odot$

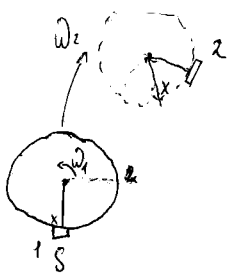
$T = 4$ года

$T_1 = 20$ л.

$\chi = 10\% = 0{,}1$

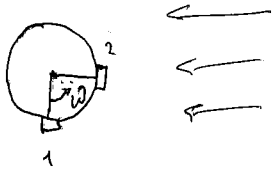
$S = 100\ м^2$

$Q - ?$



Найдем относительную угловую скорость:

$$\omega = \omega_2 + \omega_1 = \frac{2\pi}{T} + \frac{2\pi}{T_1} = 2\pi \cdot \frac{(T+T_1)}{T \cdot T_1} \Rightarrow$$



Найдем Q_1 - энергию из 1 в 2:

$$Q_1 = \int_0^{\frac{T_0}{4}} \chi E \cdot (S \cdot \sin\alpha) \cdot dt = \int_0^{\frac{T_0}{4}} \chi E \cdot S \cdot \sin\omega t \cdot dt =$$

$$= -\frac{1}{\omega} \cdot E \cdot S \chi \cdot \cos\omega t \Big|_0^{\frac{T_0}{4}} = \chi \omega E S \cdot \frac{T}{4} \cdot \sin\frac{\omega T}{4} = \chi \omega E S \cdot \frac{T_0}{4} \cdot 1 = \Leftarrow \frac{\omega T}{4} = 90°$$

$$= \chi \cdot \frac{1}{4} \cdot E \cdot S \cdot T_0 \qquad Q = 2Q_1$$

$$Q = \chi \cdot \frac{1}{2} E \cdot S \cdot T_0$$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi \cdot (T+T_1)}{T \cdot T_1} \qquad T_0 = \frac{T \cdot T_1}{T+T_1}$$

$$E = \frac{L}{4\pi a^2}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^{1,4} \Rightarrow L = L_\odot \cdot 2^4$$

$$\frac{4\pi^2}{G} = \frac{T^2 M}{a^3} \Rightarrow a^3 = \frac{T^2 M}{4\pi^2} G \qquad a = \sqrt[3]{\frac{T^2 M G}{4\pi^2}}$$

$$Q = \frac{1}{2} \cdot S \cdot \chi \cdot \frac{L_\odot \cdot 2^4}{4\pi \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{T^2 \pi G}{4\pi^2}}\right)^2} \cdot \frac{T \cdot T_1}{T+T_1}$$

$$\boxed{Q = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{S \cdot L_\odot \cdot T \cdot T_1 \cdot \chi}{(T+T_1)\left(\sqrt[3]{\frac{T^2 M_\odot G}{2\pi^2}}\right)^2}}$$

$Q \approx 3 \cdot 10^{29}$ Дж