1. naloga

Geostacionarni satelit so morali z dvostopenjskim potiskom v dveh korakih spraviti v novo orbito. Raketni strokovnjaki so pričakovali, da bo prvi impulz satelitu povečal hitrost za 10 %, drugi impulz pa po polovici periode vmesne orbite hitrost zmanjšal za 10 %. Toda nekaj je šlo narobe in impulzi so se obrnili. Določi razliko obhodnih časov satelita med predvideno in dejansko pridobljeno novo orbito.

1. Za geostacionarni satelit velja $t_0 \doteq 24^h$:

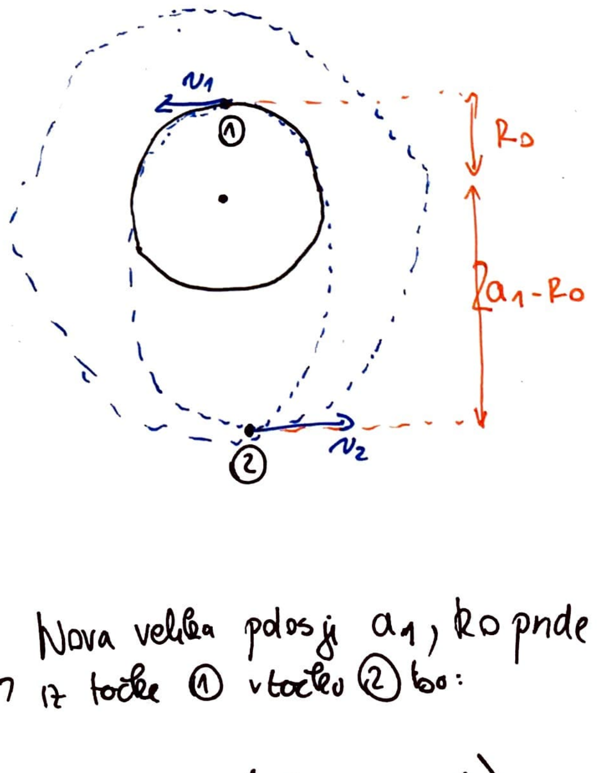
$$\frac{R_0^3}{t_0^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \Rightarrow R_0^3 = \frac{7\cdot10^{-11}\cdot 6\cdot10^{24}}{4\cdot 10}\cdot\left[24\cdot3600\right]^2$$

$$\therefore R_0^3 \approx \frac{7\cdot6\cdot2{,}4^2\cdot3{,}6^2}{4}\cdot10^{21}\ m^3 \doteq 8\cdot10^{22}$$

$$\therefore R_0 \approx \sqrt[3]{80}\cdot10^7 m \approx 4{,}3\cdot10^8 m$$

2. PREDVIDENA – TEORIJA

Uporabimo Hohmanov transfer in „Vis-Viva" enačbo.



- Začetna hitrost je:

$$v_0 = \frac{2\pi R_0}{t_0} \approx \frac{\cancel{2\cdot3\cdot4{,}3}\cdot10^{7}\ 3}{\cancel{24}\cdot\cancel{3600}} \approx 3\cdot10^3\ \frac{m}{s}$$

- Pri prvem prehodu je $v_1 = 1{,}1v_0$:

$$v_0^2 = GM\left(\frac{1}{R_0}\right) = \frac{GM}{R_0}$$

$$v_1^2 = GM\left(\frac{2}{R_0} - \frac{1}{a_1}\right)$$

Nova velika polos je a_1, ko pride iz točke 1 v točko 2 bo:

$$v_1'^2 = GM\left(\frac{2}{2a_1-R_0} - \frac{1}{a_1}\right)$$

c| Pri transferju ponovnem se bo zgodilo: $v_2 = 0{,}9\, v_1'$

$$v_2^2 = GM\left(\frac{2}{2a_1 - R_0} - \frac{1}{a_2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad a_2 = \left(\frac{2}{2a_1 - R_0} - \frac{v_2^2}{GM}\right)^{-1}$$

Obhodni čas izračunamo kot $T_2 = \cancel{a_2^{3/2}} \left(\frac{a_2^3 \cdot 4\pi^2}{GM_\oplus}\right)^{1/2}$.

* * *

③ I. OPCIJA

⊙

$$v_1^2 = GM\left(\frac{2}{R_0} - \frac{1}{a_1}\right)$$

$$1{,}1^2 \cdot v_0^2 = GM\left(\frac{2}{R_0} - \frac{1}{a_1}\right)$$

$$1{,}1^2 \cdot GM\left(\frac{1}{R_0}\right) = GM\left(\frac{2}{R_0} - \frac{1}{a_1}\right)$$

$$1{,}1^2 = 2 - \frac{R_0}{a_1} \quad \Rightarrow \quad a_1 = \left[\frac{2 - 1{,}21}{R_0}\right]^{-1}$$

$$\therefore \; a_1 \doteq \frac{5}{4} R_0$$

$$v_2^2 = GM\left(\frac{2}{2a_1 - R_0} - \frac{1}{a_2}\right)$$

$$0{,}9^2 \cdot \cancel{GM}\left(\frac{2}{2a_1 - R_0} - \frac{1}{a_1}\right) = \cancel{GM}\left(\frac{2}{2a_1 - R_0} - \frac{1}{a_2}\right)$$

$$0{,}8 \cdot \left(\frac{2}{\frac{5}{2}R_0 - R_0} - \frac{1}{\frac{5}{4}R_0}\right) = \frac{2}{\frac{5}{2}R_0 - R_0} - \frac{1}{a_2}$$

$$a_2^{-1} = \left(\frac{4}{3} - \frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5} + \frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{1}{R_0} \approx 0{,}9\,\frac{1}{R_0}$$

$$\therefore \; a_2 = 1{,}1\, R_0$$

4. II. OPCIJA

$$v_1^2 = GM\left(\frac{2}{R_0} - \frac{1}{a_1}\right)$$

$$0{,}9^2 \cdot v_0^2 = GM\left(\frac{2}{R_0} - \frac{1}{a_1}\right)$$

$$0{,}9^2 = 2 - \frac{R_0}{a_1} \Rightarrow \quad a_1 = \frac{R_0}{2-0{,}9^2} \approx \frac{5}{6}R_0$$

$$v_2^2 = GM\left(\frac{2}{2a_1 - R_0} - \frac{1}{a_2}\right)$$

$$1{,}1^2 \cdot \cancel{GM}\left(\frac{2}{2a_1-R_0} - \frac{1}{a_1}\right) = \cancel{GM}\left(\frac{2}{2a_1-R_0} - \frac{1}{a_2}\right)$$

$$a_2^{-1} = \frac{2}{\left(\frac{10}{6}-1\right)R_0} - 1{,}1^2 \cdot \frac{2}{\left(\frac{10}{6}-1\right)R_0} + 1{,}1^2 \cdot \frac{1}{\frac{5}{6}R_0}$$

$$= \left(3 - 1{,}2 \cdot 3 + 1{,}2 \cdot \frac{6}{5}\right)\frac{1}{R_0} \approx \boxed{\frac{4}{5}\frac{1}{R_0}}$$

$$\therefore a_2 = 1{,}2 R_0$$

5. RAZLIKA OBHODNIH ČASOV t_0

Obhodni čas druge opcije je večji:

$$T_B - T_A = \left(\frac{4\pi^2}{GM_\oplus}\right)^{1/2} \cdot \left[1{,}2^{3/2} - 1{,}1^{3/2}\right] \cdot R_0^{3/2}$$

$$\approx \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}} \cdot \left[1{,}3 - 1{,}15\right] \cdot \left(4{,}3 \cdot 10^8\right)^{3/2} \qquad \sqrt{4{,}3^3} \approx 10$$

$$\approx \frac{6}{\sqrt{7 \cdot 6 \cdot 10^{7}} \cdot 10^6} \cdot 0{,}15 \cdot 10^{12} \cdot 10$$

$$\approx \frac{6}{20 \cdot 10^6} \cdot 0{,}15 \cdot 10^{13} \approx 4 \cdot 10^5\ s$$

$$\approx \sim 5 \text{ dni}$$

OP: Magnituda SIRIJA

$m_S = -1{,}5^m$

2. naloga

Astronomska anekdota.
Zvečer s sestro stojiva na ulici in občudujeva Sirij, najsvetlejšo zvezdo na nočnem nebu.
Jaz: »Pojdiva bližje, da jo bova bolje videla.«
In sva šla. Po 30 sekundah se je sestri posvetilo.
Denimo, da sva bila na zemljepisni širini + 28° in se je to dogajalo na novo leto ob polnoči.
Pešci se gibljejo s hitrostjo 1 m/s. Oceni spremembo navidezne magnitude Sirija v anekdoti.
Nebesne ekvatorialne koordinate Sirija so α = 6h45min, δ = −17°.

$\varphi = 28^\circ$, $v = 1\ m/s$, $\alpha = 6^h 45\,min$ $\delta = -17^\circ$, $t = 30\,s$

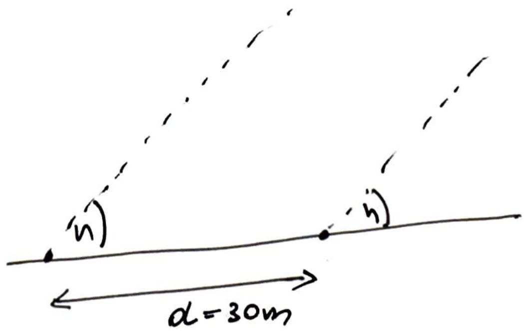
(1.) Zvezdni čas za novo leto ob polnoči je $\Theta_0 \doteq 6^h 40^{min}$
GREENICH

(2.) ~~HAka~~ Ker je $\alpha = 6^h 45^{min} \approx \Theta_0$, se nahaja Sirij na MERIDIANU. Potem velja za njegovo višino:

$$h = 90^\circ - (28^\circ - (-17^\circ)) = \underline{\underline{45^\circ}}.$$

(3.)

$$m_1 - m_2 = -2{,}5 \log\left(\frac{j_1}{j_2}\right)$$



3. naloga

Okoli zvezde glavne veje z maso 2 masi Sonca se po krožni orbiti z obhodno dobo 4 leta giblje planet velikosti Zemlje. Planet ima redko atmosfero, okoli svoje osi, ki je pravokotna na ravnino orbite, pa se enkrat zavrti v 20 urah. Na ekvatorju tega planeta je znanstvena postaja, ki ima nameščene solarne kolektorje s površino 100 m² in izkoristkom 10 %. Kolektorji ležijo na površju planeta in v vodoravni ravnini. Koliko električne energije dnevno proizvedejo kolektorji?

(1.) PODATKI: $M = 2M_\odot$; $t_0 = 4$ leta; $m = M_\oplus$, $R = R_\oplus$; $t_\oplus = 20\,h$;

$S = 100\,m^2$; $\eta = 10\,\%$

(2.) Izračunati moramo vrednost SOLARNE KONSTANTE, za kar pa potrebujemo IZSEV. Za zvezde na glavni veji velja:

$$L \propto M^{3.8}$$

$$L = L_\odot \cdot \left(\frac{2M_\odot}{M_\odot}\right)^{3.8} \approx 2^{\cancel{3.8}} L_\odot \approx \cancel{16}\, L_\odot$$

(3.) Oddaljenost od zvezde dobimo iz $\underline{III}$. KEPLERJEVEGA ZAKONA:

$$\frac{t_0^2}{a^3} = \frac{1}{M}$$

$$a^3 = t_0^2 \cdot M = 4^2 \cdot 2 = 32$$

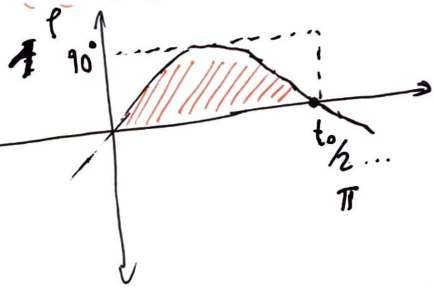
$$\therefore\ \underline{\underline{a \approx 3\ a.e}}$$

(4) SOLARNA KONSTANTA

$$j = \frac{1\cancel{6}}{3^2} j_0 \approx \underline{\underline{1{,}7\, j_\odot}} \approx \underline{2400\ \frac{W}{m^2}}$$

5.) Ker ATMOSFERE nimamo in je os vrtenja PRAVOKOTNA, lahko sončni kolektorji svetlobo pobirajo $20/2 = 10$ UR.

6.) Upoštevati moramo tudi KOT, pod katerim žarki sijejo na PANELE; naj bo ta



Z upoštevanjem tega pridemo do faktorja $\varepsilon = \frac{2}{3.14}$, ki ga moramo upoštevati v računu.

(*) Iz integralnega računa je znano, da je

$$\int_0^{\pi} \sin x \, dx = \left[-\cos x\right]_0^{\pi} = -\cos\pi + \cos 0° = +2.$$

7.) Če upoštevamo vse skupaj

$$W = j \cdot S \cdot y \cdot \varepsilon \cdot \frac{t_0}{2}$$

$$= 2400 \frac{W}{\cancel{m^2}} \cdot 100\,\cancel{m^2} \cdot 0{,}1 \cdot \frac{2}{3{,}14} \cdot \frac{20}{2} \cdot (3600)\,\cancel{s}\; J$$

$$= \left(2{,}4 \cdot \frac{2}{3.14} \cdot 3{,}6\right) \cdot 10^8 \; J \approx 5 \cdot 10^8 \; J$$

4. naloga

Zvezdo in homogeno sferično meglico opazujemo v isti smeri na nebu, meglico pa osvetljuje ta zvezda. Znano je, da sta integralna navidezna magnituda meglice in navidezna magnituda zvezde enaki in znašata 5,7 magnitude. Razdalja do zvezde je 0,31 kpc, absolutna magnituda zvezde pa je −2,5. Oceni razdaljo med središčem meglice in zvezdo. Kateri objekt nam je bližje?

1. ABSORPCIJA

$$m - M = 5\log d - 5 + A \Rightarrow A = 5 + 5{,}7 + 2{,}5 - 5\log(3\cdot 10^2)$$

$$= 13{,}2 - 5[\log 3 + 2]$$

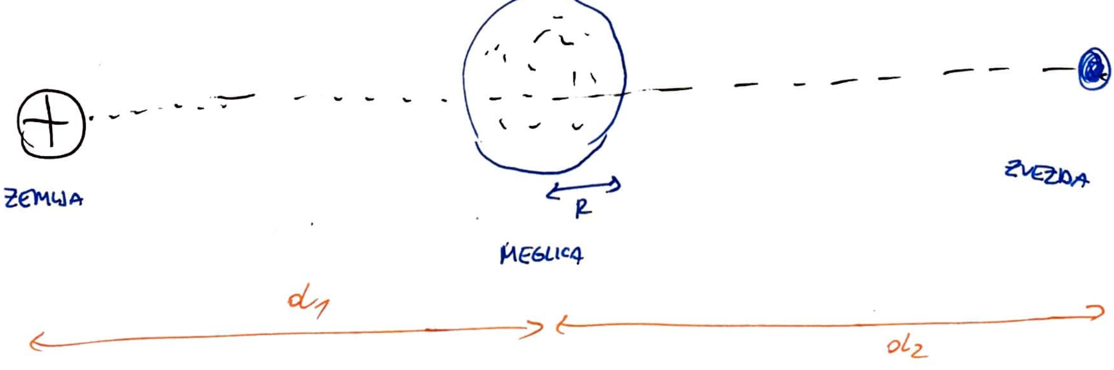
$$= 13{,}2 - 5\cdot 2{,}5 = 0{,}7^m.$$

2. Medzvezdna ekstinkcija nanese: $a = 1\ \mathrm{mag/kpc}$

$$\Rightarrow A' = 1\ \mathrm{mag/kpc}\cdot 0{,}31\ \mathrm{kpc} = \underline{\underline{0{,}3\ \mathrm{mag}}}$$

$$\Rightarrow A_0 = 0{,}7 - 0{,}3 = \underline{\underline{0{,}4^m}}$$

3. To pomeni, da se meglica nahaja pred zvezdo:



$d_1 + d_2 = d = 0{,}31\ \mathrm{kpc}$

(4.) Gostota svetlobnega toka, ki pride do Zemlje, ~~j~~ če meglice ne bi bilo, j':

$$j'/j = 10^{0.4 \cdot A} \approx 10^{0.16} \approx 1{,}5$$

j' ... meglice ni

j ... meglica je

j ... s.g.t. od meglice

(5.) Ker se svetloba meglice sipl je, velja:

$$j_m + j = j' \Rightarrow j_m = (1{,}5 - 1)\, j = \tfrac{1}{2} j$$

(6.) Potreb za meglico velja:

~~$j_m =$~~

× Magnituda ZVEZDE, če ne bi bilo meglice, je $5^m = 5{,}7^m - 0{,}7^m$

$m' = 5^m$

(7.)

3. ~~Ab~~ Absorpcija

Recimo, da se vsa svetloba odbije od ~~zvezde~~ meglice proti nam:

- $j_2 = \frac{L_*}{4\pi d_2^2} \Rightarrow L' = \frac{\pi R^2}{4\pi d_2^2} \cdot L_*$

- $j_1 = \frac{L'}{4\pi d_1^2} = \frac{1}{4}\frac{R^2}{d_2^2} L_* \cdot \frac{1}{4\pi d_1^2}$

- $L_* = L_\odot \cdot 10^{0.4(M_\odot - M_*)}$

- $j'/j_\odot = 10^{0.4(m_\odot - m)}$

$d_1 + d_2 = d$

4. Združimo zgornje enačbe:

$$\frac{1}{4}\frac{R^2}{d_2^2} \cdot L_\odot 10^{0.4(M_\odot - M_*)} \cdot \frac{1}{4\pi d_1^2} = j_\odot \cdot 10^{0.4(m_\odot - m)}$$

Tipična absorpcija, ekstinkcija

5. naloga

Nevtronska zvezda z akrecijskim diskom ima izsev 10^{30} W, maso 1,4 mase Sonca in polmer 10 km. Meritve spektra nevtronske zvezde so pokazale prisotnost ciklotronske črte z energijo fotona 30 keV (frekvenca sevanja ustreza frekvenci vrtenja/kroženja elektrona v magnetnem polju), gravitacijski rdeči premik je že upoštevan. Znano je, da je dinamični tlak padajoče snovi v akrecijskem disku na meji magnetosfere uravnotežen s pritiskom magnetnega polja. Predpostavi, da je akrecijski disk sferno simetričen, da ciklotronska črta nastane v bližini površja zvezde in je gostota magnetnega polja odvisna od razdalje do središča zvezde kot $B \propto r^{-3}$. Na podlagi teh predpostavk oceni polmer magnetosfere te nevtronske zvezde. Tlak magnetnega polja lahko izrazimo kot $p = \kappa B^2$, kjer je $\kappa = 4 \cdot 10^5$ Pa/T^2.

1. PODATKI: $L = 10^{30}\,\mathrm{W}$, $M = 1{,}4 M_\odot$, $R = 10\,\mathrm{km}$, $\kappa = 4 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{Pa}}{\mathrm{T}^2}$, $E_0 = 30\,\mathrm{keV}$

2. $$E_0 = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \nu = \frac{E_0}{h} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{6{,}6 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}$$

$$= \frac{3 \cdot 1{,}6}{6.6} \cdot 10^{19}\,\mathrm{Hz}$$

$$\simeq 10^{19}\,\mathrm{Hz}$$

3. $$\nu = \frac{1}{t_0} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{eB}{m_e \cdot 2\pi} = \nu$$

$$\omega = \frac{2\pi}{t_0}$$

$$\therefore B_0 = \frac{2\pi \nu \cdot m_e}{e}$$

$$= \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{19} \cdot 3 \cdot 1{,}6 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{6{,}6 \cdot \cancel{9{,}1 \cdot 10^{-31}} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}$$

$$= \frac{2 \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{1{,}6} \cdot 9{,}1}{\cancel{6{,}6} \cdot \cancel{1{,}6}} \cdot 10^{7}$$

$$\doteq 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{T}$$

$$\frac{B(r)}{B_0} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 \Rightarrow B(r) = B_0 \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^3$$

$$P_{MAG} = K \cdot B_0^2 \left(\frac{R}{r}\right)^6$$ MAGNETNI TLAK

5.) DINAMIČNI TLAK

II. KOZMIČNA HITROST

$$P_{DIN} = \cancel{\frac{1}{2}} \rho v^2 = \frac{\dot{m}}{4\pi r^2 \cdot v} \cdot v^2 = \frac{\dot{m}}{4\pi r^2} \cdot v$$

$$= \frac{\dot{m}}{4\pi r^2} \cdot \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

6.) EDDINGTONOVA LIMITA:

$$L_{ED} = \frac{4\pi G m M c}{\sigma_T} \doteq \qquad \sigma_T = 7 \cdot 10^{-29}\ m^2$$

$$\cancel{\dot{m} = \frac{dM}{dt} = \frac{4\pi R m c}{\sigma_T}} = \dot{M} = \frac{L_{ED}}{c^2} \approx \frac{4\pi G m M}{c \cdot \sigma_T}$$

7.) IZENAČENJE TLAKOV:

$$K \cdot B_0^2 \left(\frac{R}{r}\right)^6 = \frac{\dot{M}}{4\pi r^2} \cdot \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$r^{\frac{7}{2}} = \frac{K B_0^2 R^6 \cdot c^2 \cdot 4\pi}{L_{ED} \cdot \sqrt{GM}}$$

$$r^{\frac{7}{2}} = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 3^2 \cdot 10^{16} \cdot (10^4)^6 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 4 \cdot \pi}{10^{30} \cdot \sqrt{7 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}4 \cdot 2 \cdot 10^{30}}} \approx$$

$$= 10^{21} \cdot \frac{4 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 4 \cdot \pi}{1{,}4} \approx \underline{\underline{3 \cdot 10^{24}\ m^{3.5}}}$$

$$\therefore r = \left(\sqrt[7]{3 \cdot 10^{24}}\right)^2 = (3000)^{2/7} \cdot 10^6$$

$$\boxed{\approx 10^7 m}$$