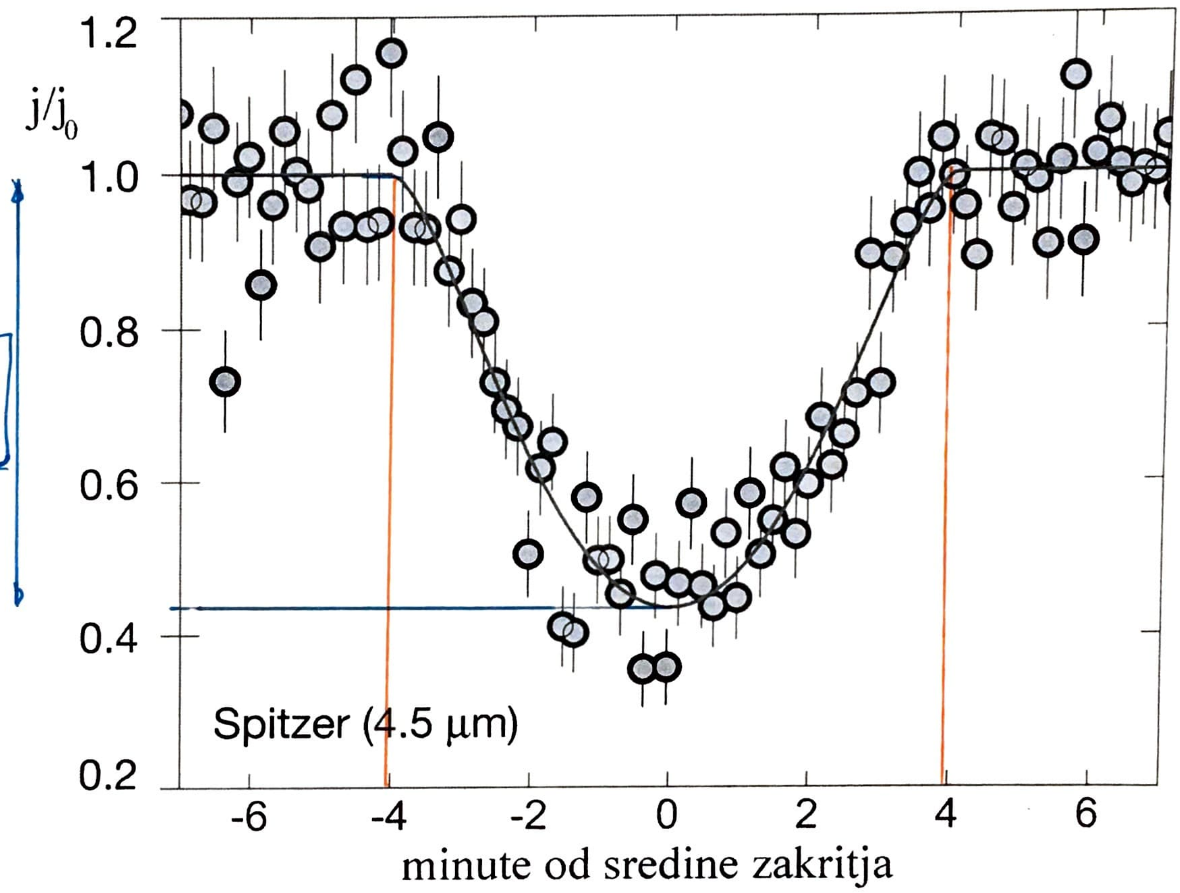
Na sliki je krivulja sija (meritve so bile narejene z vesoljskim teleskopom Spitzer), ki je nastala ob prehodu eksoplaneta pred zvezdo Gaia DR2 2146576589564898688. Podrobna analiza je pokazala, da je obhodna doba planeta 1,4 dneva in da ima planet krožno orbito s polmerom 3 milijone kilometrov. Kot med smerjo proti zvezdi in normalo na ravnino kroženja planeta je 88,8°. Iz danih podatkov in slike oceni polmera zvezde in planeta ter določi tudi tip zvezde in tip planeta.

$\delta j \approx 0{,}58\, j_0$
$\sim \frac{1}{2} j_0$



$t_T \approx 8$ min

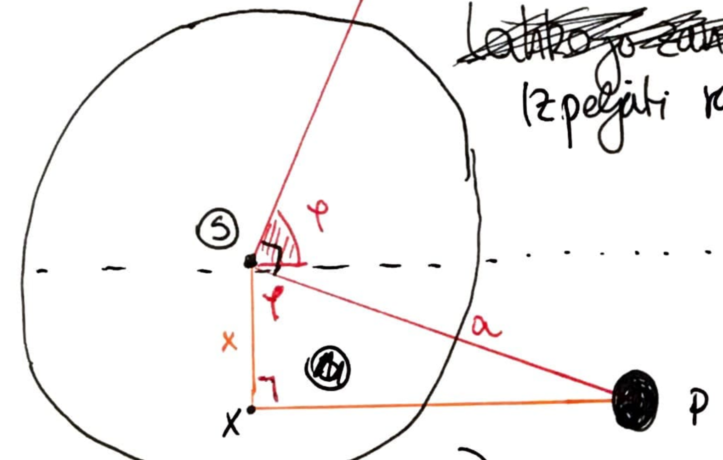
PODATKI

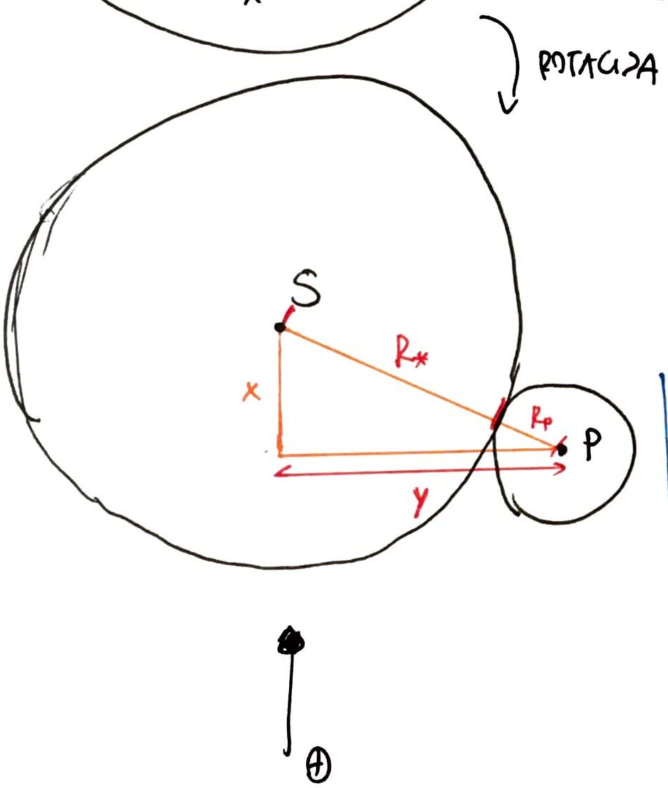
$t_0 = 1{,}4$ dne

$a = 3\cdot 10^9$ m

$\varphi = 88{,}8^\circ$

(1.) Naloga je ~~...~~ LIGHT CURVE problem, ki se ga da v osnovi enostavno rešit. Vendar imamo tu posebnost – INKLINACIJO. ~~Katero jo zanemarimo~~ ~~...~~, pa ~~...~~ poskusimo izpeljati račun, da jo upoštevamo.





(2.) Iz skice lahko izpeljemo:

$$\boxed{x = a\cdot\cos\varphi}$$

$$y^2 = (R_* + R_P)^2 - x^2$$

$$\boxed{\therefore\ y = \sqrt{(R_* + R_P)^2 - (a\cos\varphi)^2}}$$

(3.) Čas TRANSITA izmerimo iz fotografije:

$$t_T = \frac{7{,}5}{1{,}9}\cdot 2\,\text{min} \approx 8\,\text{min}$$

(4.) Povežemo čas t_T in y:

$$\boxed{\frac{t_T}{t_0} = \frac{2y}{2\pi a} = \frac{y}{\pi a}}$$

Če upoštevamo še Δj, ki je v našem primeru zelo VELIK (običajno je $\Delta j \sim 0{,}01 j_0$), tukaj pa je $\Delta j =$ (list 2)

$$\Delta j = \frac{58\,mm}{20\,mm} \cdot 0{,}2\, j_0 \approx \underline{0{,}58\, j_0}$$

$\boxed{\text{Od tod pišemo}}$ (Inklinacija je relativno majhna, zato v času vrhunca zakritja planet zakrije zvezdo v celoti.

$$\frac{\pi R_p^2}{\pi R_*^2} = \frac{\Delta j}{j_0} = 0{,}58 \Rightarrow \frac{R_p}{R_*} = (0{,}58)^{1/2} \overset{*}{=} 0{,}76$$

$$\underline{R_p = 0{,}76\, R_*} \quad (11)$$

$*$ $\sqrt{0{,}58} =$

$\sqrt{0{,}58|00|} = 0{,}76$

$58 - 49$

$900 = 146 \cdot 6$

876

ROČNI IZRAČUN KORENA

To je zelo veliko, zato NE smemo zanemariti $R_p \ll R_*$.

$1{,}2° \ll 10°$

$\sin 1{,}2° \approx \frac{1{,}2 \cdot \pi}{180} \approx 1/50$

$\sin x \approx x$

$\cos 88{,}8° = \sin 1{,}2°$

(6.) Vstavimo (11) v ($\star$) in ($\odot$).

$$y^2 = (R_* + R_p)^2 - (a \cdot \cos i)^2$$

$$\left(\frac{t_T}{t_0}\right)^2 \cdot (\pi a)^2 = (1{,}76 R_*)^2 - (a \cdot \cos i)^2$$

$$(1{,}76 R_*)^2 = \left(\frac{t_T}{t_0}\right)^2 \cdot (\pi a^2) + (a \cdot \cos i)^2$$

$$= \left(\frac{8}{1{,}4 \cdot 24 \cdot 60}\right)^2 \cdot \pi^2 \cdot (3 \cdot 10^3)^2 + (3 \cdot 10^3 \cdot \sin(90 - 88{,}8))^2$$

$$= (3 \cdot 10^3)^2 \cdot \left[\frac{64 \cdot 10}{1{,}4^2 \cdot 24^2 \cdot 60^2} + \frac{1{,}2^2 \cdot 10}{180^2}\right]$$

List 3

$$(1{,}76 R_*)^2 = (3\cdot10^9)^2\cdot\left[\frac{\cancel{32}\cdot\cancel{10}\,8\cdot4}{\cancel{24^2\cdot60^2}\;3\cdot24\cdot6}+\frac{1}{12\cdot180}\right]$$

$$=(3\cdot10^9)^2\cdot\left[\frac{1}{6480}+\frac{1}{2160}\right]$$

$$\approx(3\cdot10^9)^2\cdot\left[1{,}5\cdot10^{-4}+4{,}5\cdot10^{-4}\right]$$

$$\approx(3\cdot10^9)^2\cdot\left[6\cdot10^{-4}\right]$$

$$\Rightarrow 1{,}76R_* = 3\cdot10^9\cdot\sqrt{6}\cdot10^{-2} = 3\cdot2{,}5\cdot10^7 \approx \underline{7{,}5\cdot10^7\,m}$$

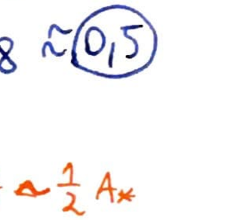
$$\therefore R_* = \frac{7{,}5}{1{,}8}\cdot10^7\,m \approx \boxed{4{,}3\cdot10^7\,m}$$

$$\therefore R_P = 0{,}76\cdot R_* = 4{,}3\cdot0{,}8\cdot10^7\,m \approx \boxed{3{,}5\cdot10^7\,m}$$

②

7. ~~Vidimo, da je $R_* \ll R_\odot$, $R_* = 4{,}3\cdot10^7$~~

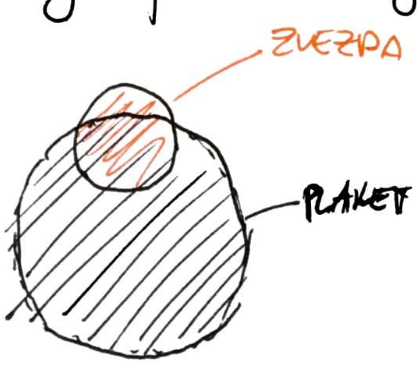
- Naša ocena je temeljila na predpostavki, da ~~je~~ planet v celoti pokrije zvezdo, torej da $R_* > R_P$

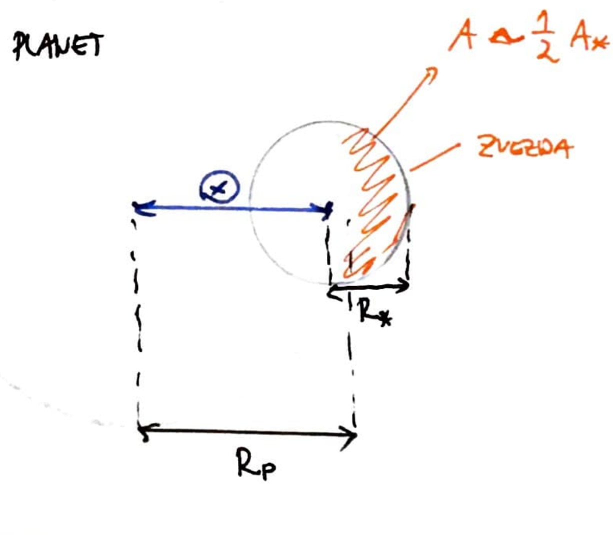


kar pa ni nujno res.

- To pa ni nujno res. Lahko je $\boxed{R_* < R_P}$, situacija pa takrat zgleda tako:

$$\frac{\Delta j}{j_0} = 0{,}58 \approx 0{,}5$$





Na tem mestu moramo delati s PLOŠČINO LUNINEGA KRAJCA, 

kar pa je KOMPLICIRANO. Ker je $\frac{oj}{jo} \approx op$, lahko predpostavimo, da gre za ~ polovico krajca — .

~~VZ pri...~~ Če vzamemo, da je $R_* \ll R_P$, potem velja:

$$R_P \approx x \approx a \cdot \sin 1{,}2^\circ = 3\cdot 10^9\,m \cdot \frac{1{,}2\cdot\pi}{180} = 10^9 \cdot \frac{1{,}2}{18}$$

$\sin x \approx x$; $x \lesssim 10^\circ$

$$\therefore R_P \approx \boxed{6{,}7\cdot 10^7\,m}$$

list 4

(3.) Približek za R_* dobimo iz enačbe ★

$$(R_* + R_P)^2 = (a\cos P)^2 + y^2$$

$$R_* + R_P = \dots = 7{,}5\cdot 10^7\,m$$

GLEJ TČ. (6.)

$$\Rightarrow R_* = (7{,}5 - 6{,}7)\cdot 10^7 \approx \boxed{8\cdot 10^6\,m},$$

Od tu vidimo, da je res $R_* \ll R_P$.

(10.) DISKUSIJA

Zvezda $R_* \simeq 8\cdot 10^6\,m \approx \frac{8}{6{,}4} R_\oplus \approx \frac{5}{4} R_\oplus \sim R_\oplus$,

torej je zvezda približno toliko velika kot Zemlja.

Vemo, katere zvezde so take — BELE PRITLIKAVKE, vendar imajo maso veliko večjo. Na primer SIRIUS B, ki je bela pritlikavka, ima polmer $R_{SB} \sim R_\oplus$ in $M_{SB} \sim M_\odot$.

Zato ima zvezda gotovo veliko GOSTOTO.

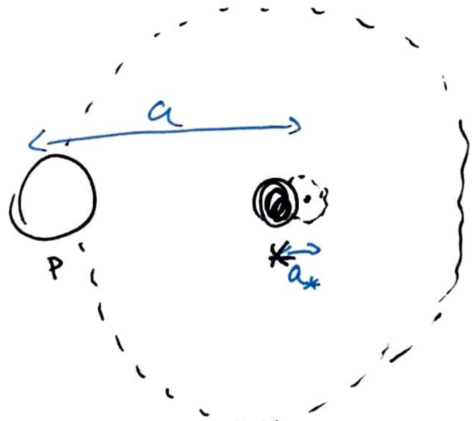
Planet $R_P \approx 6{,}7 \cdot 10^7\,m \approx 7 \cdot 10^7\,m \sim R_{JUPITER}$

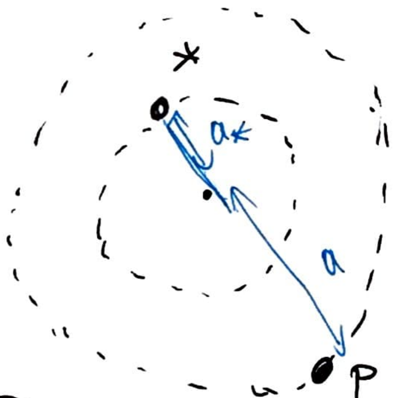
Planet je približno tako velik kot JUPITER. Če ga primerjamo z njim, lahko sklepamo, da je planet PLINASTI VELIKAN. Njegova masa pa okoli $M_P \approx M_J \approx 10^{-3} M_\odot$.

List 5

OPOMBA / KOMENTAR

A. Pri reševanju naloge smo privzeli, da je $M_P << M_*$, kar smo upoštevali pri času prehoda.





1. $a >> a_* \Rightarrow \underline{a_* \approx 0}$

$M_* >> M_P$

$\left.\begin{array}{l} M_* \sim 1 M_\odot \\ M_P \sim 1 M_J \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{M_* >> M_P}$

To je res.

2. V tem primeru bi bilo nalogo rešiti težje, ker na TRANZIT ne vpliva le premikanje PLANETA.

B. $i \approx 90°$ NE bi bil dober pristop, saj potem naloga ne bi imela smisla.