Жук-3

№1.

Зная период и большую полуось круговой орбиты планеты ~~около~~ оценим массу звезды и планеты из третьего з-на Кеплера

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{a^3}{G(M+m)}$$ где M - масса звезды m - масса планеты

a - большая полуось орбиты ($3 \cdot 10^9$ м) T период обращения планеты (1,4 сут) $\frac{4\pi^2}{G}$ - константа

$$(M+m) = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2 G} \approx \frac{4 \cdot 10 \cdot 27 \cdot 10^{27}}{(1{,}4 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)^2 \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-11}} \approx \frac{4 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 10^{27}}{1{,}4 \cdot 10^{10} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-11}} \approx \frac{1{,}2 \cdot 10^{30}}{9{,}4 \cdot 10^{-1}} \approx 10^{30} \text{ кг}$$

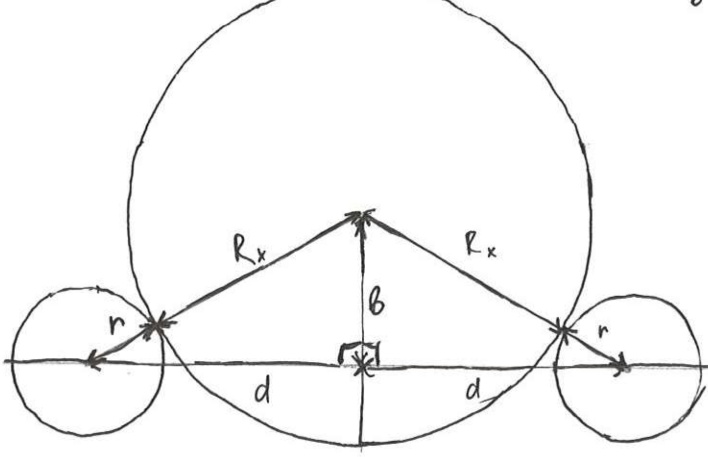
$(M+m) \approx 0{,}5 M_\odot$ Если предположить что $M \gg m$ то $M \approx 0{,}5 M_\odot$

Звезда с такой массой является красным карликом (возможно класса M)

Для оценки радиуса звезды (R) примем, что её средняя плотность и средняя плотность Солнца равны. Тогда:

$$\rho_\odot = \rho_з \Rightarrow \frac{3M_\odot}{4\pi R_\odot^3} = \frac{3M_\odot}{8\pi R_x^3} \Rightarrow \frac{R_x^3}{R_\odot^3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R_\odot}{R_x} = \sqrt[3]{2} \approx \cancel{1{,}25}\ 1{,}3 \quad R_x \approx \frac{3}{4} R_\odot = 7{,}5 \cdot 7 \cdot 10^5 \text{ км} \approx 5 \cdot 10^5 \text{ км}$$

Поскольку плоскость орбиты наклонена к лучу зрения ~~(90-h)~~ (90-h=i=1,2°) где h наклон нормали к лучу зрения) то планета пересекает звезду не по центру. Тогда картина затмения выглядит примерно так:



где R_x - радиус звезды

r - радиус планеты

$d = \frac{v_п \tau}{2}$ $v_п$ - скорость планеты

τ - время затмения

$b = a_п \cdot \sin i$ $a_п$ - полуось планеты

$i = 90 - h = 1{,}2° = 90 - 88{,}8$

~~По теореме Пиф~~

$r + R = \sqrt{b^2 + d^2}$

$r = \sqrt{b^2 + d^2} - R_x$

Так как орбита планеты круговая: $v_n^2 = \frac{GM}{a}$ $\cancel{v_n = \sqrt{\;}}$ или $v_n = \frac{2\pi a}{T} \approx$

Жук-3

$$\approx \frac{6\cdot 3\cdot 10^6}{1,4\cdot 24\cdot 60} \approx \frac{1,8\cdot 10^7}{2\cdot 10^3} \approx 9\cdot 10^3 \text{ км/мин} = 10^4 \text{ км/мин}$$

Тогда $d = 9\cdot 10^3\cdot \frac{\tau}{2}$

Из графика τ (расстояние между началом спада относительного потока и концом роста относительного потока) 8 минут

$$d = \frac{9\cdot 8\cdot 10^3}{2} = \overset{4\cdot 10^4}{\cancel{3,6\cdot 10^4}} \text{ км}$$

Определим b

$b = a\cdot \sin i$ где $a = 3\cdot 10^6$ км $i = 1,2^\circ$ т.к. i малый угол

$$\sin i \approx \frac{1,2\cdot 3600}{206265} \approx \frac{1}{45} \Rightarrow b = \frac{3\cdot 10^6}{3\cdot 15} \approx 0,6\cdot 10^5 = 6\cdot 10^4$$

Тогда

$$r_x = \sqrt{36\cdot 10^8 + 13\cdot 10^8} - 5\cdot 10^5 = 7\cdot 10^4 - 5\cdot 10^5$$

Оценить радиус планеты не хватает точности.

Судя по провалу относительного потока планета сопоставима со звездой размеров и принадлежит к «Горячим Юпитерам» с радиусом $\approx 5 R_{Ю}$ где $R_{Ю}$ радиус юпитера.

Ответ: $R_{звезды} \approx 5\cdot 10^5$ км $R_{пл} \approx 2,5\cdot 10^4$ км класс звезды красный карлик класс планеты „горячий Юпитер“

Жук-3

XXVIII Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

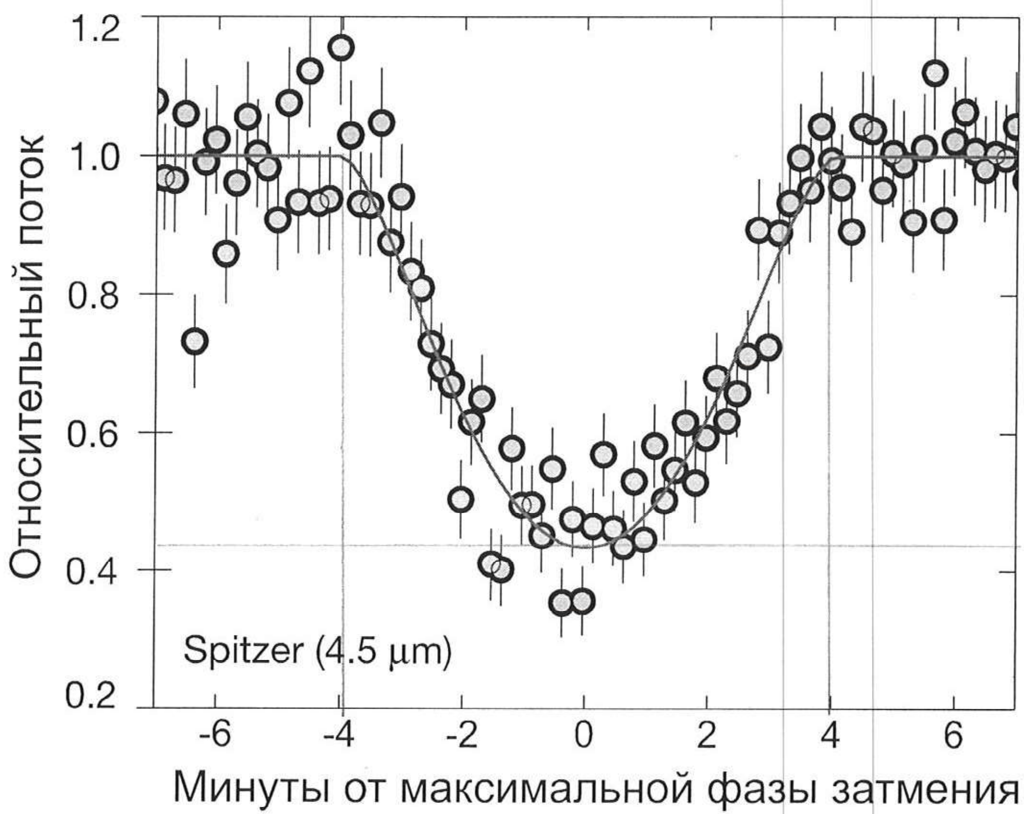
практический тур

2021

14 марта

11 класс

Вам дан график кривой блеска (наблюдения получены на телескопе Spitzer), образованной прохождением планеты по диску звезды Gaia DR2 2146576589564898688. Детальный анализ показал, что данная планета имеет период обращения 1.4 дня при радиусе круговой орбиты 3 млн. км. Угол между лучом зрения и нормалью к плоскости орбиты составляет 88°.8. Исходя из этих параметров, оцените радиусы звезды и планеты, а также определите, к каким типам относятся звезда и планета.



Решения задач и результаты олимпиады будут размещены на сайте

http://school.astro.spbu.ru

лист 3/3

1,37
1,3
39
169
1,7
1,3
51
17
2,21

1,2
1,2
24
12
1,44

1,44
1,20
000
288
144
1,6280

$1{,}25^2$
1,25
625
250
125
1,5625

$\frac{1{,}2\cdot 36\cancel{00}}{206\cancel{000}}$

36,0
1,2
720
36
1080

360
1,2
720
360
43,20

$\frac{43}{2060}$

2060 | 43
172 | 45
340

$\frac{1}{45} \approx \frac{1}{50}$

$\sqrt{49\cdot 10^8} = 7\cdot 10^4$