Прак (стр. 0)

Х ин - 27

XXVIII Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

практический тур

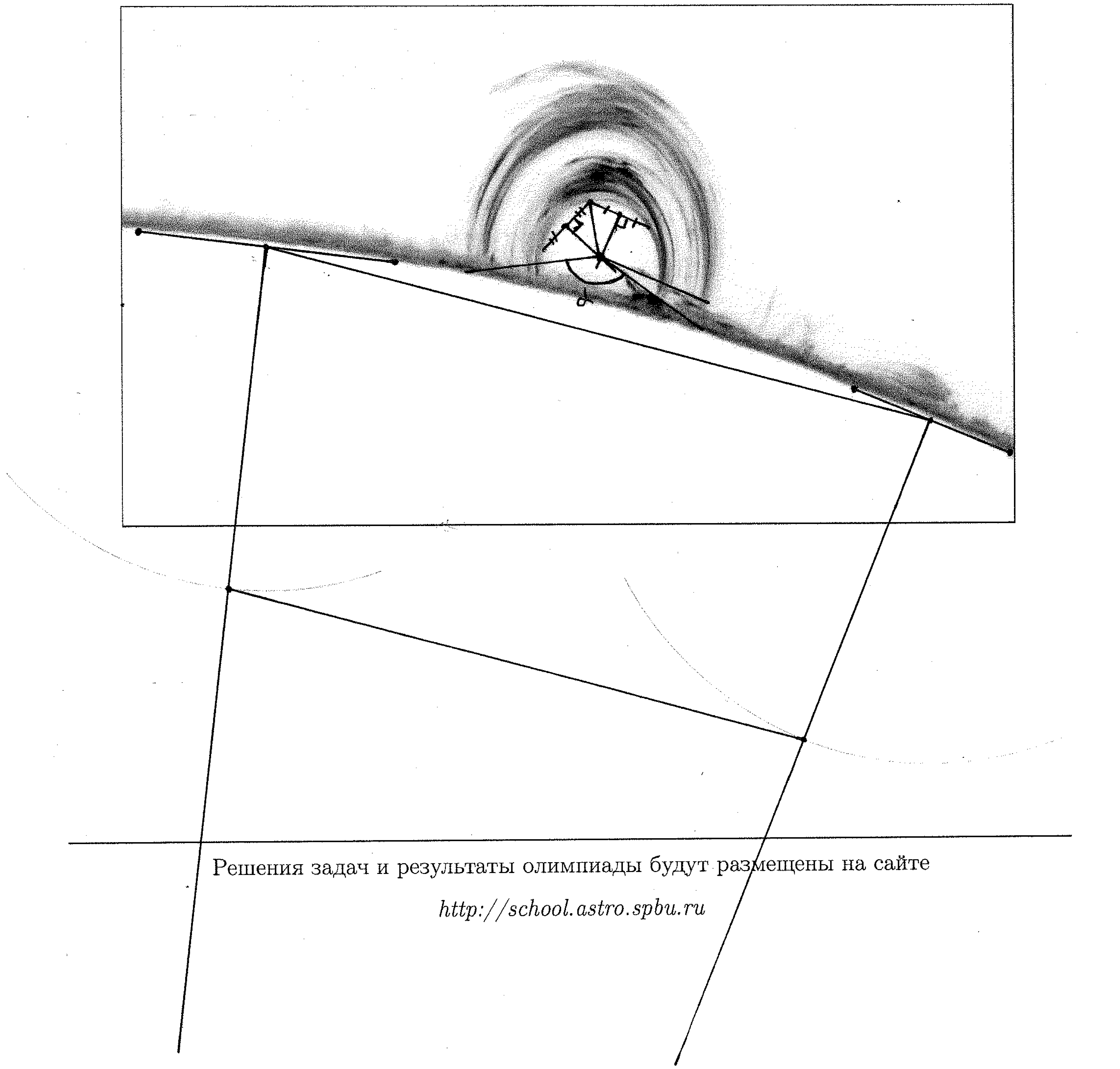
2021

14 марта

---

10 класс

Вам дано изображение (негатив) корональной петли, образовавшейся на видимом краю диска Солнца из-за выхода силовых линий магнитного поля. Оцените объем этой корональной петли, считая ее изогнутой трубкой.



Прак (стр. 1.) Хим-27

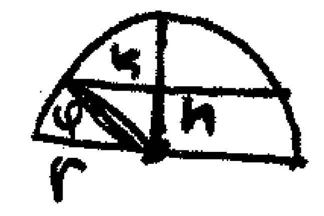
Для начала скажем, что трубка представляет из себя тор, и её сечение плоскостью снимка — кольцо. То есть мы как бы смотрим на него сверху. Теперь померим внутренний и внешние его радиусы. Для этого найдём его центр, как точку пересечения серединных перпендикуляров его хорд. На рисунке внутренний радиус — 1 см, внешний — 2 см. Но петля — не весь тор, а только его часть. Для простоты расчётов скажем, что это "сектор" тора. Это значит, что его объём — объём полного тора, помноженный на отношение угла сектора (на условии $360° - \alpha$) к полному углу. При помощи транспортира я померил, что $\alpha = 145°$. Значит

$$\frac{V_{тр}}{V_{тор}} = \frac{360° - \alpha}{360°} = 1 - \frac{145°}{360°} = 1 - \frac{29}{72} \approx 1 - \frac{30}{75} = 0{,}6$$

Обзовём это отношение ω. Теперь выведем формулу объёма тора. Если мы будем рассматривать срезы (вид сверху), то все они будут представлять из себя кольца с одинаковым радиусом (обозначим радиусом кольца — среднее арифметическое ~~радиусов~~ внешнего и внутреннего радиусов). Разбросом ~~тора~~ кольца назовём полуразность внешнего и внутреннего радиусов. R — радиус кольца, k — разброс кольца. S — его площадь.

$$S = \pi(R+k)^2 - \pi(R-k)^2 = \pi(R^2 + 2Rk + k^2 - R^2 + 2Rk - k^2) = 4\pi Rk$$

Теперь найдём объём тора. Для этого разрежем на маленькие ломтики толщиной dh, где h – высота ломтика относительно уровня самого широкого ломтика. Пускай r – радиус тора. Выразим $k(h)$



Очевидно, что $k = r\cdot\cos\varphi$, где φ – "широта" ломтика. Тогда $dh =$ $= r\cdot d\varphi$. Значит весь объём тора представим в виде:

$$V = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 4\pi R k\cdot(r\cdot d\varphi) = 4\pi R r^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\varphi\, d\varphi = 4\pi R r^2\cdot\left(\sin\varphi\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\right) =$$

$= 8\pi R r^2$. Подставим это в формулу и получаем, что

$V = 8\pi R r^2 \omega\cdot d^3$, где d – масштаб. $R = 1{,}5$ см, $r = 0{,}5$ см $\Rightarrow$

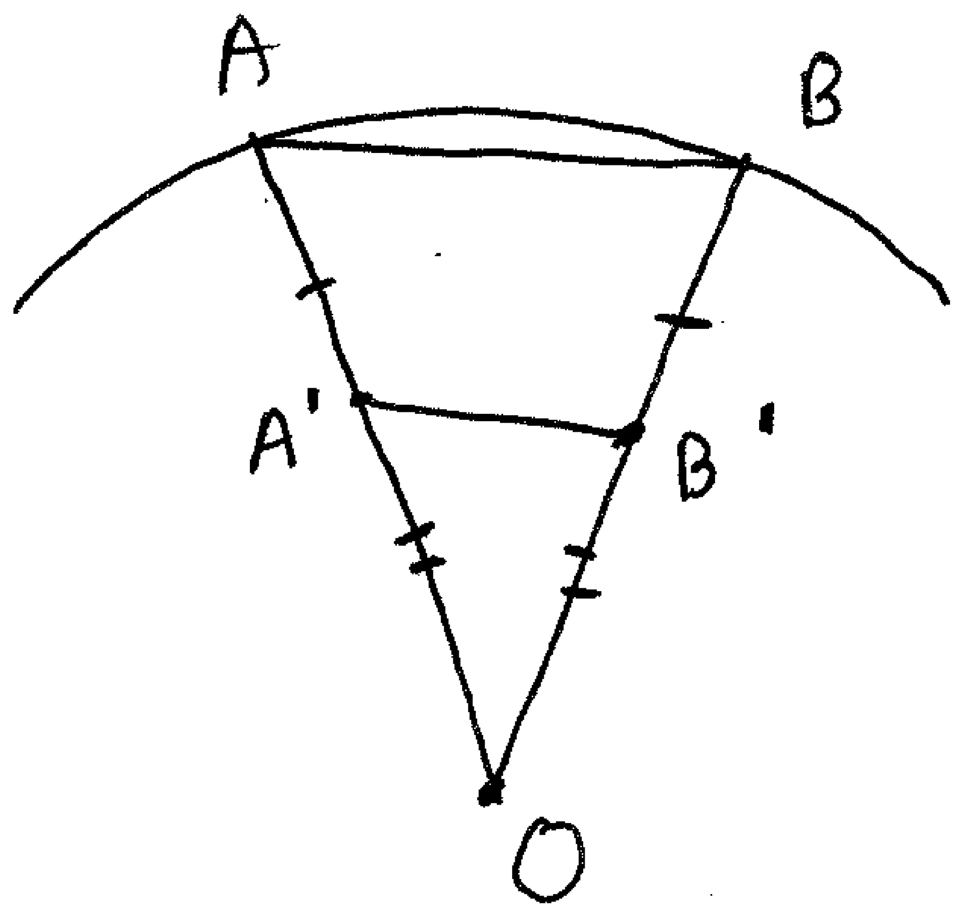
$\Rightarrow V = 3\pi\omega d^3$ см^3 $= 1{,}8\pi d^3$ см^3

Осталось найти масштаб. Для этого рассмотрим Солнце:

Изобразим 2 серединных перпендикуляра к маленьким, но далёким хордам на диске. Из-за их малости, можно считать, что середины хорд лежат на окружности. Значит эти серединные перпендикуляры – радиусы. Найдём расстояния между этими точками и расстояния между точками на тех же радиусах, но на равное расстояние ближе к центру (построено циркулем).

Прак(стр.3) Хим-27

Получается, что картинка выглядит так:



$AO = BO = R$ По определению окружности.

$AA' = BB'$ По построению

⇓

$A'O = B'O$

$\angle AOB = \angle A'OB'$

⇓

$\triangle AOB \sim \triangle A'OB' \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AO}{AB} = \frac{AO - AA'}{A'B'} \Rightarrow \frac{R}{AB} = \frac{R - AA'}{A'B'}$. Померим

AB, AA' и $A'B'$ линейкой и получаем:

$AB = 11{,}9$ см $A'B' = 10{,}3$ см $AA' = 6$ см.

$\frac{R}{11{,}9\text{ см}} = \frac{R - 6\text{ см}}{10{,}3\text{ см}} \Rightarrow 10{,}3R = 11{,}9R - 71{,}4 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1{,}6R = 71{,}4 \Rightarrow R \simeq 44{,}6$ см

Значит, что $7 \cdot 10^5$ км это $44{,}6$ см

на ~~рисунке~~ изображении. Тогда 1 см равен:

$d = 15{,}7 \cdot 10^3$ км/см

$V = 1{,}8\pi \cdot (15{,}7 \cdot 10^3)^3$ км^3 $= 1{,}8 \cdot 3{,}14 \cdot 15{,}7 \cdot 15{,}7 \cdot 15{,}7 \cdot 10^9$ км^3 $=$

$= 22{,}3 \times 10^{12}$ км^3.

Ответ: объём корональной петли приблизительно равен $22{,}3 \times 10^{12}$ км^3.