Лист 1

Бел-9
11 класс

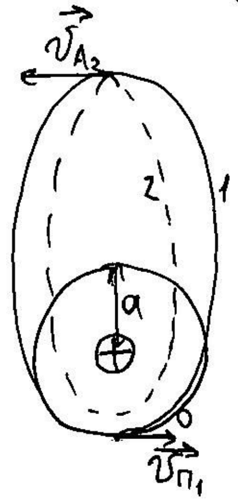
Задание №1

Геостационарные спутники летают на орбите с полуосью $a \approx 42200$ км со скоростью $v \approx 3 \frac{км}{с}$.

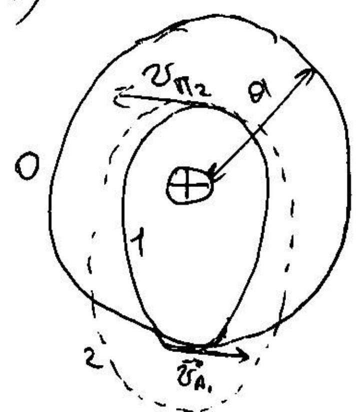
Предполагалось: $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{a}}$

Сделали:

1)



2)



1:

$$v_{П_1} = 1{,}1\sqrt{\frac{GM}{a}} = \sqrt{\frac{GM(1+e_1)}{a_1(1-e_1)}},\ a = a_1(1-e_1);\ a_1 = \frac{a}{1-e_1}$$

$$1{,}1 = \sqrt{1+e_1} \rightarrow e_1 = 1{,}21 - 1 = 0{,}21$$

$$v_{A_2} = 0{,}9 v_{A_1} = 0{,}9\sqrt{\frac{GM(1-e_1)}{a_1(1+e_1)}} = \sqrt{\frac{GM(1-e_2)}{a_2(1+e_2)}} = \sqrt{\frac{GM}{a}\frac{(1-e_1)^2}{1+e_1}} \cdot 0{,}9 =$$

$$= v_0 \cdot \sqrt{\frac{(1-e_1)^2}{1+e_1}} \cdot 0{,}9 = v_0 \cdot \sqrt{\frac{(1-0{,}21)^2}{1+0{,}21}} \cdot 0{,}9 = v_0 \cdot \sqrt{\frac{0{,}79^2}{1{,}21}} \cdot 0{,}9 \approx v_0 \cdot \sqrt{\frac{0{,}8^2}{1{,}21}} \cdot 0{,}9 =$$

$$= v_0 \cdot \frac{8}{11} \cdot 0{,}9 = \frac{36}{55} v_0$$

$$a_1(1+e_1) = a_2(1+e_2) = a \cdot \frac{1+e_1}{1-e_1}$$

$$\rightarrow e_2 = 1 - \frac{\left(\frac{36}{55}v_0\right)^2 \cdot a \cdot (1+e_1)}{GM \cdot (1-e_1)} =$$

$$= 1 - \frac{\left(\frac{36 \cdot 3000}{55}\right)^2 \cdot 42200000 \cdot 1{,}21}{7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 0{,}79} \approx$$

Лист 2

Бел-9
11 класс

$$= 1-\frac{\left(\frac{36\cdot 600}{11}\right)^2\cdot 42200000\cdot 1{,}21}{42\cdot 10^{13}\cdot 0{,}79} \approx 1-\frac{\left(\frac{36\cdot 600}{11}\right)^2\cdot 42\cdot 10^6\cdot 1{,}21}{42\cdot 10^{13}\cdot 0{,}79} \approx$$

$$\approx 1-\frac{\left(\frac{36\cdot 600}{10}\right)^2\cdot 1{,}21}{10^7\cdot 0{,}79} \approx 1-\frac{2000^2\cdot 1{,}21}{10^7\cdot 0{,}79} = 1-\frac{2}{5}\cdot\frac{1{,}21}{0{,}79} =$$

$$= 1-\frac{2\cdot 121}{5\cdot 79} = 1-\frac{242}{395} = \frac{153}{395} \approx \frac{155}{400} = \frac{31}{80} = \begin{array}{r|l} 310 & 80 \\ -240 & \overline{0{,}38\ldots} \\ 700 & \\ -640 & \\ \ldots & \end{array} = 0{,}38$$

$$a_2 = \frac{a(1+e_1)}{(1+e_2)(1-e_1)}$$

2:

$$v_{A_1} = 0{,}9\sqrt{\frac{GM}{a}} = \sqrt{\frac{GM(1-e_1)}{a_1(1+e_1)}},\quad a = a_1(1+e_1);\ a_1 = \frac{a}{1+e_1}$$

$$0{,}9 = \sqrt{1-e_1} \rightarrow e_1 = 1-0{,}81 = 0{,}19$$

$$v_{\Pi_2} = 1{,}1\,v_{A_1} = 1{,}1\sqrt{\frac{GM(1+e_1)}{a_1(1-e_1)}} = \sqrt{\frac{GM(1+e_2)}{a_2(1-e_2)}} = 1{,}1\sqrt{\frac{GM(1+e_1)^2}{a(1-e_1)}} =$$

$$= 1{,}1\cdot v_0\cdot\sqrt{\frac{(1+e_1)^2}{1-e_1}} = v_0\cdot 1{,}1\cdot\sqrt{\frac{1{,}19^2}{0{,}81}} = v_0\cdot 1{,}1\cdot\frac{119}{90} = v_0\frac{11\cdot 119}{900} =$$

$$= v_0\frac{11\cdot 12\cancel{0}}{90\cancel{0}} = \frac{132 v_0}{90} = \frac{22\cdot v_0}{15}$$

$$a_1(1-e_1) = a\cdot\frac{1-e_1}{1+e_1} = a_2(1-e_2) \Rightarrow e_2 = \frac{\left(\frac{22}{15}v_0\right)^2\cdot a\cdot(1-e_1)}{GM(1+e_1)} - 1 \approx$$

$$\approx \frac{\left(\frac{22\cdot 3000}{15}\right)^2\cdot 42\cdot 10^6\cdot 0{,}81}{42\cdot 10^{13}\cdot 1{,}19} - 1 = \frac{4400^2\cdot 0{,}81}{10^7\cdot 1{,}19} - 1 \approx \frac{44^2\cdot 10^4\cdot 0{,}81}{10^7\cdot 1{,}2} - 1 =$$

$$= \frac{44^2\cdot 0{,}81}{10^3\cdot 1{,}2} - 1 = \frac{44^2\cdot 81}{10^3\cdot 120} - 1 = \frac{44^2}{1000}\cdot\frac{27}{40} - 1 = \frac{44\cdot 44\cdot 27}{40\cdot 1000} - 1 =$$

$$= 1{,}1\cdot 0{,}044\cdot 27 - 1 = 29{,}7\cdot 0{,}044 - 1 =$$

Лист 3

Бел-9
класс 11

(=) $\frac{297}{10}\cdot\frac{11}{250}-1=\frac{3267}{2500}-1\approx\frac{33\cancel{00}}{25\cancel{00}}-1\approx 1{,}3-1=$

$=1{,}3-1=0{,}3$

$$a_2'=\frac{a(1-e_1)}{(1+e_1)(1-e_2)};$$

$$a_2=\frac{42200(1+0{,}21)}{(1-0{,}21)(1+0{,}38)}=\frac{42200\cdot1{,}21}{0{,}79\cdot1{,}38}=\frac{42200\cdot121}{79\cdot138\cdot100}=$$

$$=\frac{42200\cdot1{,}21}{1{,}09}=42200\cdot\frac{121}{109}\approx1{,}1\cdot42200$$

$$138\times79=10902$$

$$a_2'=\frac{42200(1-0{,}19)}{(1+0{,}19)(1-0{,}3)}=\frac{42200\cdot0{,}81}{1{,}19\cdot0{,}7}=\frac{42200\cdot0{,}81}{0{,}833}\approx0{,}97\cdot42200$$

$$119\times7=833$$

$$810:833=0{,}97$$

$$\Delta T=\frac{2\pi\sqrt{a^3}}{\sqrt{GM}}\left(\sqrt{1{,}1^3}-\sqrt{0{,}97^3}\right)\approx$$

$$\approx\frac{6\cdot\sqrt{(42\cdot10^6)^3}}{\sqrt{42\cdot10^{13}}}\left(\sqrt{1{,}331}-1\right)\approx\frac{6\cdot\sqrt{(42\cdot10^6)^3}}{\sqrt{42\cdot10^{13}}}(1{,}2-1)\approx$$

$\sqrt{2}=1{,}4$

$\sqrt{1{,}5}\approx1{,}2\approx\sqrt{1{,}333}$

$$\approx\frac{6\cdot\sqrt{42^3\cdot10^{18}}}{\sqrt{42\cdot10^{13}}}\cdot0{,}2=\frac{6\cdot42^{\frac{3}{2}}\cdot10^9\cdot0{,}2}{42^{\frac{1}{2}}\cdot10^{6{,}5}}=6\cdot42\cdot10^{2{,}5}\cdot0{,}2\approx6\cdot42\cdot300\cdot0{,}2=$$

$$=75600\cdot0{,}2=15120\,c=\frac{15120}{3600}ч\approx\frac{15000}{3600}ч\approx4^ч$$

Ответ: 4 часа

Задание № 2

Скорее всего, брат с сестрой пошли в сторону Сириуса, поэтому нужно определить, в какой стороне горизонта он располагался на указанный момент.

21 декабря разница местного времени и звездного составляет 6 часов. За 10 дней часовой угол точки весеннего равноденствия увеличился на: ~~4·10=400~~

$4^m/d \cdot 10^d = 40^m$. Значит, в местную полночь звездное время 1 января составило $6^h 40^m$. Прямое восхождение Сириуса $\alpha = 6^h 45^m$, значит он еще не дошел до точки верхней кульминации, но это не мешает сказать, что брат и сестра двигаются на юг.

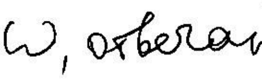
На самом небе положение Сириуса будет меняться за счет движения наблюдателя и за счёт его собственного движения. Известно отношение: $\Delta\varphi = \Delta h$

за $\tau = 30$ с наблюдатель прошел 30 м: $1^\circ = 111$ км

$\Delta\varphi = 0{,}03$ км

$\Delta\varphi = \frac{0{,}03}{111} = \frac{3}{11100} = \frac{1}{3700}^\circ$

Сам Сириус движется по небу с $\omega = \omega_0 \cdot \cos\delta$. Компонента ω, отвечающая за повышение высоты равна:



$\omega' = \omega \sin(90-\varphi) = \omega\cos\varphi = \omega_0 \cos\delta \cos\varphi$, но этим можно пренебречь

Бел-9

11 класс

Итого: из-за движения на юг звезда поднялась на $\frac{1}{3700}°$ и на $\omega\tau$ вверх. $\omega\tau \approx 15\frac{''}{min} \cdot 0{,}5 min \approx 7'$.

Таким образом, из зависимости поглощения $A = \frac{0{,}2^m}{\sin h}$ можно сделать вывод, что звезда стала ярче (для наблюдателя), но изменение звездной величины крайне мало.

Бел-9
11 класс

Задание №3

Т.к. Звезда главной последовательности и известна её масса, можно найти её светимость:

$$\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4 = \frac{L}{L_\odot}\ ;\ \left(\frac{2M_\odot}{M_\odot}\right)^4 = 16 = \frac{L}{L_\odot} \to L = 16L_\odot$$

Дан период, найдем радиус орбиты:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}\ ;\ a^3 = \frac{T^2 GM}{4\pi^2}\ ;\ a = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(4\cdot365\cdot24\cdot3600)^2\cdot7\cdot10^{-11}\cdot2\cdot2\cdot10^{30}}{9\cdot4}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(1460\cdot86400)^2\cdot7\cdot10^{-11}\cdot2\cdot2\cdot10^{30}}{36}} = \sqrt[3]{\frac{(126144\cdot1000)^2\cdot7\cdot10^{-11}\cdot4\cdot10^{30}}{36}} =$$

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times\, 864 \\ \hline 584 \\ 876 \\ 1168 \\ \hline 126144 \end{array}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{126144^2\cdot10^6\cdot7\cdot10^{-11}\cdot4\cdot10^{30}}{36}} = \sqrt[3]{\frac{126144^2\cdot7\cdot\cancel{4}\cdot10^{25}}{\cancel{36}_{9}}} \approx$$

$$\approx \sqrt[3]{\frac{130000^2\cdot7\cdot10^{25}}{9}} \approx \sqrt[3]{\frac{169\cdot10^8\cdot7\cdot10^{25}}{9}} = \sqrt[3]{\frac{1183\cdot10^{33}}{9}} \approx$$

$$\approx \sqrt[3]{\frac{11^3\cdot10^{33}}{9}} \approx \frac{11\cdot10^{11}}{2} \approx 5\cdot10^{11}\text{ м}\ \ast\ \cancel{\frac{5\cdot10^{11}}{150}}$$

Энергия, приходящая на м^2 на планете равна:

$$E = \frac{L}{4\pi a^2} = \frac{16\cdot4\cdot10^{26}}{4\pi\cdot(5\cdot10^{11})^2} = \frac{64\cdot10^{26}}{12\cdot25\cdot10^{22}} = \frac{64\cdot10^{26}}{300\cdot10^{22}} = \frac{64\cdot10^{26}}{3\cdot10^{24}} =$$

$$= \frac{64}{3}\cdot100 \approx 21\cdot100 = 2100\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

Ось планеты перпендикулярна плоскости орбиты, не зависимо от направления вращения этой оси продолжительность солнечных суток равна 10ч!

$$\frac{T_0\cdot T_s}{T_0-T_s} \approx \frac{T_0\cdot T_s}{T_0+T_s}$$

Лист 7

Бел-9
11 класс

Количество энергии, вырабатываемое станцией равно:

$$\mathcal{E} = E \cdot \tau \cdot \eta \cdot S = 2100 \frac{Вт}{м^2} \cdot (10 \cdot 3600)_с \cdot 0{,}1 \cdot 100_{м^2} =$$

$$= 3600 \cdot 100 \cdot 2100 = 756000000 \text{ Дж} = 756 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 21 \\ \hline 36 \\ 72 \\ \hline 756 \end{array}$$

Задание 4

Пересчитаем видимую звездную величину звезды с учетом ~~поглощения~~ межзвездного поглощения, его примем за $A = 2^m/кпк$

$m = M - 5 + 5\lg D + A =$ ~~$-2{,}5 + 5 + 5\lg 310 + 2 \cdot 0{,}31 =$~~

~~$= 3{,}12 + 5\lg 310 \approx 3{,}12 + 5 \cdot 2{,}5$~~

~~$\lg 300 \approx 2{,}5$~~

$\lg 300 \approx 2{,}5$

$m = -2{,}5 - 5 + 5\lg 310 + 2 \cdot 0{,}31 = -7{,}5 + 0{,}62 + 5 \cdot 2{,}5 = 12{,}5 - 6{,}88 = 5{,}62^m$

$\Delta m \approx 0{,}1^m$ по сравнению с величиной, заданной в условии. Предположим, что именно эта Δm возникает из-за поглощения туманностью излучения звезды. Значение невелико, но сама туманность поглощает излучение дальнего ультрафиолета (серия Лаймана), а сама звезда, судя по абсолютной звездной величине, довольно горячая.

Используем обратный фотометрический квадрат ~~дл~~ для энергии:

$$\frac{E}{E'} = \left(\frac{l'}{l}\right)^2 = 10^{0{,}4\Delta m} = 10^{0{,}4} = 2{,}5 \quad \Big| \longrightarrow \frac{l'}{l} = 1{,}5$$

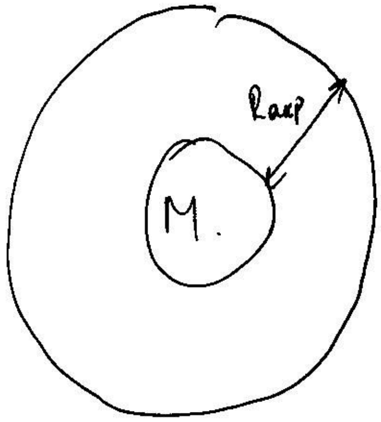
Бел-9
11 класс

Оценим расстояние от центра туманности до звезды как Δl

$$\Delta l = 1{,}5l - l = l(1{,}5-1) = 0{,}5l = \frac{0{,}31}{2} = 0{,}155 \text{ кпк}$$

Ответ: за туманностью 0,155 кпк

Задание №5



$$E_{k\,max} = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_{п\,max} = \frac{GMm}{R_{акр}}$$

$$\frac{\cancel{m}v^2}{2} - \frac{GM\cancel{m}}{R} = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R_{акр}}}$$

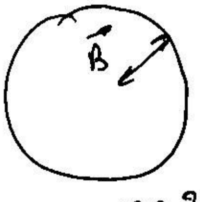
При аккреции вещество высвечивается так, что:

$$L = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta m v^2}{2\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \frac{v^2}{2}; \quad \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{2L}{v^2}; \qquad E = h\nu$$

$$\Delta p = \Delta m \cdot \Delta v = \Delta m \cdot v$$

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\frac{\Delta p}{\Delta t}}{S} = \frac{\frac{\Delta m}{\Delta t} v}{S} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \frac{v}{S}$$

$$p = kB^2$$



$$F = qBv = e \cdot B \cdot v$$

$$F = ma = m\frac{v^{\cancel{2}}}{R} = e \cdot B \cdot \cancel{v}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{R}{v}$$

Лист 9

Бел-9
11 класс

$$B \cdot e = m\frac{v}{R} = m\omega$$

$$B = \frac{m\omega}{e} = \frac{1}{R^3} \longrightarrow R^3 = \frac{e}{m\omega} \longrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{e}{m\omega}}$$