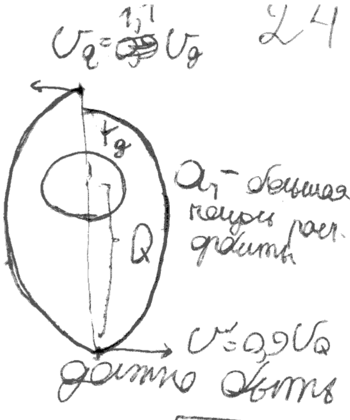
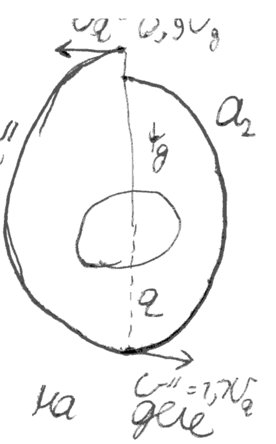
241





1. Т. к. спутник находится на геостационарной орбите, то ~~её~~ a' радиус (а потом и скорость спутника) можно найти, зная, что период его обращения равен одним суткам – 24 ч.

$v_g = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r_g}}$. По III закону Кеплера $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_\oplus} r_g^3 \Leftrightarrow r_g = \sqrt[3]{\frac{GM_\oplus T^2}{4\pi^2}} \approx \sqrt[3]{\frac{6{,}7\cdot 10^{-11}\,\frac{Н\cdot м^2}{кг^2} \cdot 6\cdot 10^{24}\,кг \cdot (86000\,с)^2}{4\pi^2}} \approx 42000$ км. Орбиты рассчитаем, исходя из интеграла энергии:

Расчётная орбита: I. $(1{,}1 v_g)^2 = GM_\oplus\left(\frac{2}{r_g} - \frac{1}{a'}\right) \Leftrightarrow v_q^2 = GM_\oplus\left(\frac{2}{a'(1-e)} - \frac{1}{a'}\right)$

$\Leftrightarrow (1{,}1 v_g)^2 = GM_\oplus \frac{1+e}{a'(1-e)} \Leftrightarrow 1{,}21 \frac{GM_\oplus}{r_g} = GM_\oplus\left(\frac{2}{r_g} - \frac{1}{a'}\right)$, $r_g = a(1-e)$.

$\frac{1{,}21}{r_g} = \frac{2}{r_g} - \frac{1}{a'} \Leftrightarrow \frac{1}{a'} = \frac{2-1{,}21}{r_g} \approx \frac{0{,}8}{r_g} \Leftrightarrow r_g = 0{,}8a' = a'(1-e) \Leftrightarrow e = 1-0{,}8 = 0{,}2$.

$v_Q^2 = GM_\oplus\left(\frac{2}{a'(1+e)} - \frac{1}{a'}\right) = GM_\oplus \frac{1-e}{a'(1+e)}$, т. о. $\frac{v_q^2}{v_Q^2} = \frac{GM_\oplus \frac{1+e}{a'(1-e)}}{GM_\oplus \frac{1-e}{a'(1+e)}} =$

$= \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{v_q}{v_Q} = \frac{1+e}{1-e} = \frac{1+0{,}2}{1-0{,}2} = \frac{1{,}2}{0{,}8} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow v_Q = \frac{2}{3} v_q = \frac{2}{3}\cdot 1{,}1\, v_g = 1{,}1\cdot\frac{2}{3} v_g$

II. $(0{,}9 v_Q)^2 = GM_\oplus\left(\frac{2}{Q} - \frac{1}{a_1}\right) \Leftrightarrow \left(0{,}9\cdot\frac{2{,}2}{3} v_g\right)^2 = GM_\oplus\left(\frac{2}{a'(1+e)} - \frac{1}{a_1}\right) \Leftrightarrow (0{,}3\cdot 2{,}2 v_g)^2$

$= GM_\oplus\left(\frac{2}{1{,}5 r_g} - \frac{1}{a_1}\right) \Leftrightarrow 0{,}66^2 v_g^2 \approx 0{,}44 \frac{GM_\oplus}{r_g} = GM_\oplus\left(\frac{2}{1{,}5 r_g} - \frac{1}{a_1}\right) \Leftrightarrow \frac{11}{25 r_g} = \frac{4}{3 r_g} - \frac{1}{a_1}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{a_1} = \frac{4}{3r_g} - \frac{11}{25 r_g} = \frac{100-33}{75 r_g} = \frac{67}{75} r_g = a_1$ – большая полуось расчётной орбиты

Реальная орбита: I. $(0{,}9 v_g)^2 = GM_\oplus\left(\frac{2}{r_g} - \frac{1}{a''}\right) \Leftrightarrow 0{,}81 \frac{GM_\oplus}{r_g} = GM_\oplus\left(\frac{2}{r_g} - \frac{1}{a''}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{0{,}81}{r_g} = \frac{2}{r_g} - \frac{1}{a''} \Leftrightarrow \frac{1}{a''} = \frac{2-0{,}81}{r_g} = \frac{1{,}19}{r_g} \approx \frac{1{,}2}{r_g} \Leftrightarrow a'' = \frac{5}{6} r_g$. $r_g = Q = a''(1+e'')$

$\Leftrightarrow 1{,}2 = 1 + e'' \Leftrightarrow e'' = 0{,}2$. $q = 2a'' - r_g = \left(\frac{5}{3} - 1\right) r_g = \frac{2}{3} r_g$.

II $\frac{v_Q}{v_q} = \frac{1-e}{1+e} = \frac{0{,}8}{1{,}2} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow v_q = \frac{3}{2} v_Q = 1{,}5 v_Q = 1{,}5\cdot 0{,}9 v_g$

II. $v_q^2 = GM_\oplus\left(\frac{2}{q} - \frac{1}{a_2}\right) \Leftrightarrow (1{,}1\cdot 1{,}5\cdot 0{,}9)^2 \frac{GM_\oplus}{r_g} = GM_\oplus\left(\frac{2}{\frac{2}{3} r_g} - \frac{1}{a_2}\right) \Leftrightarrow \frac{2{,}85}{r_g} = \frac{3}{r_g} - \frac{1}{a_2}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{a_2} = \frac{0{,}3}{4 r_g} \Leftrightarrow$ ~~$a_2 = \frac{r_g}{0{,}4} = 2{,}5 r_g$~~ $a_2 = \frac{4}{3} r_g$. $2{,}985 \approx 1{,}5$

По III закону Кеплера $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_\oplus} r_g^3$; $T_1^2 = \frac{4\pi^2}{GM_\oplus} a_1^3$; $T_2^2 = \frac{4\pi^2}{GM_\oplus} a_2^3$

Откуда $\frac{T_1^2}{T^2} = \frac{\frac{4\pi^2}{GM_\oplus} a_1^3}{\frac{4\pi^2}{GM_\oplus} r_g^3} = \left(\frac{a_1}{r_g}\right)^3$ т.к., если выразить T_1 в сутках выражение примет вид $T_1^2 = \left(\frac{a_1}{r_g}\right)^3$, аналогично $T_2^2 = \left(\frac{a_2}{r_g}\right)^3$.

$$T_1 = \left(\frac{a_1}{r_g}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{\frac{75}{67} r_g}{r_g}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{75}{67}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 1{,}1 \text{ сут}$$

$$T_2 = \left(\frac{a_2}{r_g}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{\frac{4}{3} r_g}{r_g}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 1{,}4 \text{ сут}$$

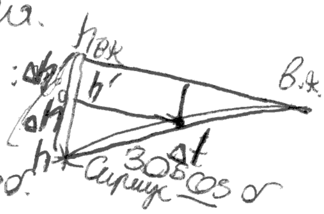
$T_2 - T_1 = 0{,}3$ сут

Ответ: 0,3 сут

2. Т.к. солнечные сутки длиннее звёздных, то каждый день разность звёздного и солнечного времён увеличивается на 4^m. Из-за особенностей отсчёта солнечного времени эта разность равна 0 в день осеннего равноденствия, и увеличивается за сутки на 4^m. В день зимнего солнцестояния $t_* - T = 6^h$. В новогоднюю ночь $t_* - T = 6^h + 10 \text{ дн} \cdot 4^m/\text{дн}$ (т.к. 1-го января) $= 6^h 40^m$. Звёздное время Сириуса в верх. кульминации $- 6^h 45^m$. Т.о. он близок к верхней кульминации и находится на юге. После того, как наблюдатель сдвинется на юг на $1\frac{м}{с} \cdot 30 с = 30$ м, изменится наклон суточной параллели, а также Сириус сдвинется по ней к меридиану, т.о. он станет выше, и поглощение света в атмосфере уменьшится, из-за чего звезда станет ярче.

Найдём высоту Сириуса до и после перехода наблюдателя.

Найдём расстояние по суточной параллели до кульминации:



$\Delta l = \Delta t \cos\delta = (6^h 45^m - 6^h 40^m) \cos\delta = 5^m \cos\delta = 1{,}25^\circ \cos\delta$.

Будем считать δ малым углом, тогда $\cos\delta \approx 1 - \frac{(\delta r)^2}{2} = 1 - \frac{(0{,}33 \text{ рад})^2}{2} \approx 1 - 0{,}11 = 0{,}89$. $\Delta l = 1{,}25^\circ \cdot 0{,}89 \approx 1{,}18^\circ \approx 1{,}2^\circ$ (2 знач. цифры)

За 30^s он прошёл $30^s \cos\delta$. h' - высота Сириуса (за счёт изменения азимута), h - старая высота. $h_{вк} - h' = \Delta h'$. $h_{вк} - h = \Delta h$. Считаем все дуги прямыми из-за малости углов.

По рисунку $\frac{\Delta h'}{\Delta h} = \frac{(5^m - 30^s)\cos\delta}{5^m \cos\delta} = \frac{4^m 30^s}{5^m} = 0{,}9$

Воспользуемся формулами параллактического треугольника для Сириуса до передвижения.

$\cos t_{5^m} = \frac{\sin h - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta}$ Значения функций синусов считаются по формулам [illegible]

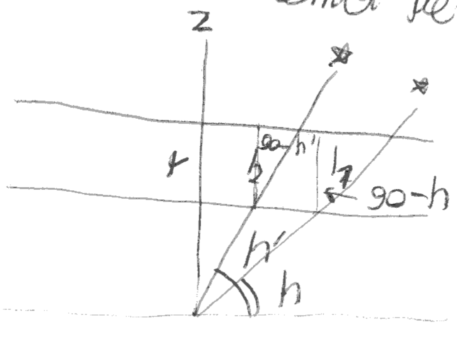
Стр 2 из 6

$\cos 1{,}25° = \frac{\sin h - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta} \Rightarrow \sin h = \cos 1{,}25° \cos\varphi \cos\delta + \sin\varphi \sin\delta$

$\sin h \approx 1 \cdot 0{,}81 \cdot 0{,}89 + (-0{,}43)\, 0{,}33 = 0{,}81 \cdot 0{,}89 - 0{,}33 \cdot 0{,}43 \approx 0{,}72 - 0{,}14 =$
$= 0{,}58$. $\cos h = \sqrt{1 - 0{,}58^2} = \cancel{0{,}34}\ 0{,}81$. $h_{верх} = 90° - |\varphi - \delta| = 90° - (28° - (-17°)) = 45$

~~$\sin \Delta h = \sin(45° - h)$~~

$\sin \Delta h = \sin(45° - h) = \underset{\approx 0{,}71}{\sin 45°} \cos h - \underset{= \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71}{\cos 45°} \sin h \approx 0{,}71(0{,}81 - 0{,}58) =$
$= 0{,}71 \cdot 0{,}23 \approx 0{,}16$. Т.к. Сириус близко от точки весеннего равноденствия, то Δh ~~авно~~ будет малым, тогда $\sin \Delta h \approx \Delta h$. $\Rightarrow \Delta h = 9{,}4°$
Тогда $h = 45° - 9{,}4° = 35{,}6° \approx 36°$. $\Delta h' = 0{,}9 \Delta h \approx 8{,}5° \Rightarrow h' = 36{,}5° \approx 37°$.
За 30 с наблюдатель движется на юг на 30 м. Т.к. в одном градусе дуги меридиана 111 км, то ~~угловое расстояние~~ ~~угл~~ ~~равен~~ ~~от~~ угловое расстояние между точками наблюдения будет равно $\left(\frac{30}{111000}\right)° = \left(\frac{3}{11100}\right)° < 3 \cdot 10^{-5}$°, что выходит за пределы точности, заданные при решении — 2 значащих цифры, 2 знака после запятой. Пренебрежём ~~трем~~ этими тремя стотысячными градуса для оценки.
Пренебрежём кривизной Земли. Это приближение возможно, т.к. вид звёздного неба при передвижении наблюдателя меняется незначительно, как было выяснено раньше.



Т.к. свет поглощается молекулами, то поглощение зависит от их количества на луче зрения, т.е. от толщины плоской ~~рат~~ атмосферы, если пренебречь её составом и считать её однородной.
С учётом всех приближений ситуация будет выглядеть как на рисунке. ℓ — толщина атмосферы в зените.
По указанному ранее $E \sim N = \rho l \sim l$.

$\Delta m = -2{,}5 \lg \frac{E_2}{E_1} = -2{,}5 \lg \frac{\sigma n l_2 E_*}{\sigma n l_1 E_*}$ — освещ. Земли от Сириуса $= -2{,}5 \lg \frac{l_2}{l_1} =$

$= -2{,}5 \lg \frac{\frac{\ell}{\cos(90° - h')}}{\frac{\ell}{\cos(90° - h)}} = -2{,}5 \lg \frac{\cos(90° - h)}{\cos(90° - h')} = -2{,}5 \lg \frac{\sin h}{\sin h'}$

~~$\sin h = \sin(45° - \Delta h) = \sin 45° \cos \Delta h - \cos \Delta h \sin$~~

$\sin h$ уже найден ранее. $\sin h = 0{,}58$.

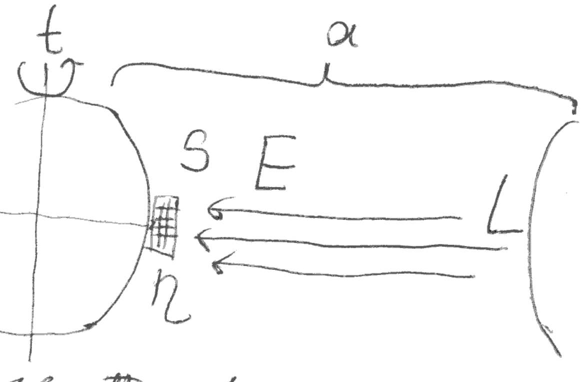
$\sin h' = \sin(45° - \Delta h') = \underset{\approx 0{,}71}{\sin 45°} \cos \Delta h' - \underset{\approx 0{,}71}{\cos 45°} \sin \Delta h' \approx 0{,}71(1 - 0{,}07) =$

$\sin \Delta h' \approx \Delta h'_{рад} = 0{,}07$.

$\cos \Delta h' = \sqrt{1 - \sin^2 \Delta h'} \approx 1$.

$\approx 0{,}66$. $\Delta m = -2{,}5 \lg \frac{\sin w}{\sin h} = -2{,}5 \lg \frac{0{,}66}{0{,}58} \approx -2{,}5 \lg 1{,}1 \approx -2{,}5 \lg \frac{\ln(1+0{,}1)}{\ln 10} \approx$
$\approx -2{,}5 \cdot \frac{0{,}095}{2} \approx -1{,}2$.

Ответ: $\Delta m = -1{,}2^m$



3. Т.к. звезда находится на главной последовательности недалеко от Солнца, то можно воспользоваться соотношением „масса-светимость": $L \sim M^4$.

Т.о. $\begin{cases} L_\odot = kM_\odot^4 \\ L = kM^4 \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4 = \left(\frac{2M_\odot}{M_\odot}\right)^4 = 16$. Т.о. $L = 16L_\odot$

По III закону Кеплера $\begin{cases} T_\oplus^2 = \frac{4\pi^2}{GM_\odot} a_\oplus^3 \\ T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot 2M_\odot} a^3 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2 = \frac{\frac{4\pi^2}{2GM_\odot}}{\frac{4\pi^2}{GM_\odot}} \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{4 \cdot 2}{12}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3 = 32 \Rightarrow a = 2\sqrt[3]{2}\, a_\oplus \approx$

≈ 30 а.е. Т.к. звезда - источник изотропного излучения, то

$\begin{cases} E_\oplus = \frac{L_\odot}{4\pi a_\oplus^2} \\ E = \frac{L}{4\pi a^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E}{E_\oplus} = \frac{\frac{L}{4\pi a^2}}{\frac{L_\odot}{4\pi a_\oplus^2}} = \frac{L}{L_\odot}\left(\frac{a_\oplus}{a}\right)^2 = \frac{16L_\odot}{L_\odot}\left(\frac{1 \text{ а.е.}}{3{,}0 \text{ а.е.}}\right)^2 \approx 1{,}8$. Т.о. $E = 1{,}8E_\oplus$

Т.к. ось вращения планеты перпендикулярна плоскости орбиты, то свет падает на неё нормально.

$\Phi = ES \cos\alpha$, $\alpha = 90°$. $\Phi = ES$. Атмосферой пренебрегаем.

У батареи есть определённый КПД, в электричество переводится только часть светового потока: $\eta = 10\%$. $N = \eta\Phi$

Т.к. период вращения планеты − ~~16~~ 20ч, то батарея работает только днём: $W = \frac{t}{2}N = \frac{t\eta\Phi}{2} = \frac{t\eta ES}{2} = \frac{20ч \cdot 3600с}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 1{,}8 \cdot 1360 \frac{Вт}{м^2} \cdot 100\, м^2 = 36000\, с \cdot 0{,}1 \cdot 1{,}8 \cdot 1360 \frac{Вт}{м^2} \cdot 100\, м^2 = 3600 \cdot 1{,}8 \cdot 136000 \approx 6500 \cdot 140000 \approx 9 \cdot 10^8$ Дж $= 0{,}9$ МДж

Ответ: $0{,}9$ МДж $= W$

4. По следствию из формулы Погсона $M - m = 5 - 5\lg r + Ar$

$-2{,}5^m - 5{,}7^m = 5 - 5\lg r + Ar \Rightarrow 5\lg r - Ar = 13{,}2 \Rightarrow Ar = 5\lg 310 - 13{,}2 \approx$

$\Rightarrow A = \frac{5\lg 310 - 13{,}2}{r}$. ~~Можно заметить, что~~ − достаточно мало. Пренебрежём им, $A \approx 0$ Стр 4 из 5

Туманность видно, ведь она звездой подсвечивается.

α 41

5. $E = h\nu \Rightarrow \nu = \frac{E}{h} = \frac{30\,000 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Дж}{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \frac{Дж}{с}} \approx \frac{3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-15}}{6{,}6 \cdot 10^{-34}} \approx 0{,}73 \cdot 10^{19}\ Гц$

Т.к. электроны срываются с поверхности звезды, их скорость близка к 1-й космической для неё

$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \cdot 1{,}4 \cdot 2 \cdot 10^{30}\ кг}{10^9\ м}} \sim 10^8\ \frac{м}{с} \sim \frac{1}{3} c.$