№1.

$\lambda = 3000\,Å$ $\quad D = 2{,}4\,м$

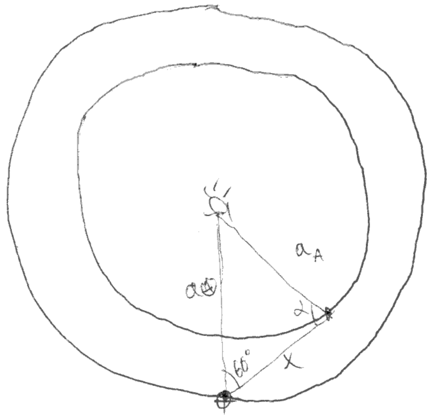
$\cancel{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c}}$

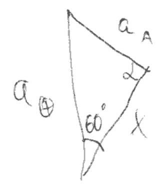
$\cancel{x = \ldots}$ $\quad \beta = \frac{1{,}22\lambda}{D} = \frac{1{,}22 \cdot 3000 \cdot 10^{-10}}{2{,}4} \approx 1500 \cdot 10^{-10}\,рад = \frac{1500 \cdot 10^{-10} \cdot 180}{\pi}{}^{\circ} \approx$

$\approx 90 \cdot 10^{3} \cdot 10^{-10}{}^{\circ} \approx 10^{-5}{}^{\circ} \approx 30''$

Т.к. в усл. „удалось уверенно разрешить" значит это примерно предельное значение, значит угловое расстояние между компонентами $\approx 30''$

№2.





$\frac{a_⊕}{\sin\alpha} = \frac{a_A}{\sin 60°}$

$\sin\alpha = \sin 60° \, \frac{a_⊕}{a_A} \approx 1{,}15 \sin 60° =$

$= \sin 60° + 0{,}15 \sin 60° =$

$= \sin 60° + 0{,}15 \cdot \sqrt{3} \cos 60°$

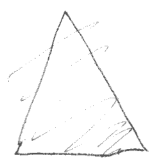
$\alpha \approx \frac{\pi}{3} + 0{,}15 \cdot \sqrt{3} \approx 1{,}05 + 0{,}25 \approx 1{,}3\,рад$ $\quad 75°$

$\cos\alpha = \sqrt{1 - 1{,}15^2 \sin^2 60} = \sqrt{1 - (1 + 2 \cdot 0{,}15)\frac{3}{4}} = \sqrt{1 - \frac{3{,}9}{4}} \approx \frac{\sqrt{0{,}1}}{2} \approx 0{,}16$

$x^2 = a_A^2 + a_⊕^2 - 2a_A a_⊕ \cos(120 - \alpha) \approx 1{,}75 - 1{,}7 \cdot 0{,}9 \approx 0{,}17\,а.е.^2$

$\cos(120 - \alpha) = \cos 120 \cos\alpha + \sin 120 \sin\alpha = -\frac{1}{2}\cos\alpha + 1{,}15 \sin^2 60 =$

$\approx -0{,}08 + 1{,}15 \cdot \frac{3}{4} \approx 0{,}9$



$x \approx 0{,}45\,а.е.$

$\cancel{m_⊕ - m_A = -2{,}5 \lg \frac{a_⊕^2}{x^2} = -5 \lg \frac{a_⊕}{x}}$

$\cancel{m_A = -26{,}7^m + 5 \lg \frac{1}{0{,}45} \approx -26{,}7^m + 5 \lg 10^{\frac{2}{5}} \approx -25{,}7^m}$

$\rho_A = \frac{2R}{x} = \frac{100}{0{,}45 \cdot 15 \cdot 10^{10}} \approx \frac{1}{7 \cdot 10^8}\,рад \approx \frac{180}{\pi \cdot 7 \cdot 10^8}{}^{\circ} \approx \frac{1}{10^7}{}^{\circ} \approx 0{,}3''$

$m_T = m_r + 2{,}5 \lg \left(\frac{D}{d_{зр}}\right)^2 \approx -6^m + 2{,}5 \lg \left(\frac{500\,мм}{5\,мм}\right)^2 \approx -6 + 10 \approx 4^m$

$\beta = \max\left\{\frac{1{,}22\lambda}{D} ; \frac{2}{Г}\right\}$; $\quad \frac{1{,}22 \cdot 550 \cdot 10^{-9}\,м}{0{,}50\,м} \approx 10^{-6}\,рад \approx 3''$; $\quad \frac{2}{\frac{D}{d_{зр}}} = \frac{2}{500} \cdot 5 \approx \frac{1}{50}\,рад \approx 1°$

(Приложение №2)

$\beta \simeq 1^\circ > \rho_A$. Даже если бы мы взяли $\beta = \frac{1{,}22\lambda}{D} \simeq 3''$ это всё равно $> \rho_A$

Значит по звёздной величине мы бы смогли увидеть астероид, но, увы, разрешающая способность телескопа не позволяет нам это сделать.

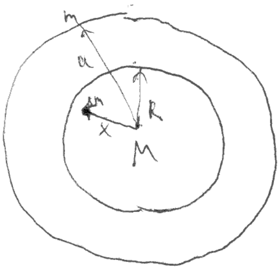
$$m_\odot - m_A = -2{,}5 \lg \frac{E_\odot}{E_A} = -5 \lg \frac{\rho_\odot}{\rho_A} \simeq -5 \lg \frac{30'}{0{,}3''} \simeq -5 \lg 1000\cdot 6 \simeq -5\cdot 4 = -20$$

$$E \sim \frac{R^2}{x^2} \sim \rho^2$$

$$m_A = m_\odot + 20^m \simeq \boxed{-6{,}7^m} < m_T$$

№3.

$m = M_\odot \quad \rho - ?$



верхние слои осн. комп. притягиваются к б.к. сильнее, чем к центру осн. комп.

~~Пусть притягивается такой слой толщиной ΔR~~

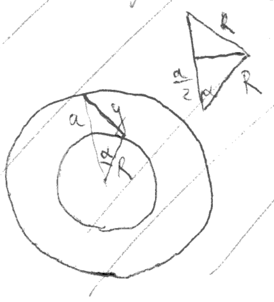
Посмотрим когда точечная масса Δm притягивается к б.к. так же, как и к осн. комп.

$$\frac{G M_{ок}}{x^2} = \frac{G M_{бк}}{(a-x)^2}$$

$$\frac{x}{\sqrt{M}} = \frac{a-x}{\sqrt{M_\odot}}; \quad x = \frac{a/\sqrt{M_\odot}}{\frac{1}{\sqrt{M}} + \frac{1}{\sqrt{M_\odot}}} = \frac{a}{1+\sqrt{\frac{M_\odot}{M}}}$$

Т.к. аккреция идёт с небольшой скоростью, то $x \simeq R$

Посмотрим, когда $y = R$



$$\cos\alpha = \frac{a}{2R} = \frac{0{,}14}{2\cdot 0{,}10} = \frac{14}{20} = 0{,}7$$

$$\alpha \simeq 45^\circ$$

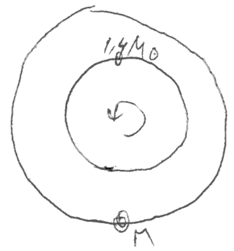
$$R = \frac{a}{1+\sqrt{\frac{M_\odot}{M}}} \Rightarrow 1+\sqrt{\frac{M_\odot}{M}} \simeq \frac{a}{R} \simeq 1{,}4; \quad \frac{M_\odot}{M} \simeq 0{,}16$$

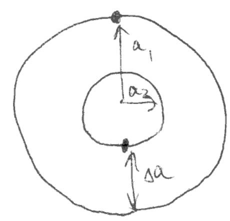
$M \simeq 6M_\odot \quad \rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 \simeq \cancel{12}\, 3\cdot 10^{30}$ кг; $\rho \simeq \frac{3\cdot 10^{30}\text{ кг}}{(15\cdot 10^9)^3\text{ м}^3} \simeq \frac{3\cdot 10^{30}}{3000\cdot 10^{27}} \simeq 1\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Отв.: $\rho \simeq 1\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

№4.

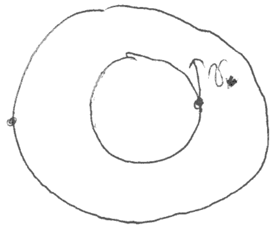
$T = 1c$





$a_1 + a_2 = a$

$\cancel{T = 2\pi \sqrt{\frac{(a_1+a_2)^3}{G}}}$



$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} \; ; \; v_r = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3\cdot10^8 \frac{м}{с} \cdot \frac{0,5Å}{5500Å}$$

$$v_r \approx 3\cdot10^4 \frac{м}{с}$$

$$v = v_r$$

$$1,4M_\odot\, x = M(a_1+a_2-x) \Rightarrow x = \frac{M(a_1+a_2)}{1,4M_\odot + M} = \frac{Ma}{1,4M_\odot+M}$$

↑ расстояние до ц.м.

$$v = \sqrt{\frac{G(1,4M_\odot+M)}{x}} = \sqrt{\frac{G(1,4M_\odot+M)^2}{Ma}} = 3\cdot10^4 \frac{м}{с}$$

$$m - m_\odot = -2,5 \lg \frac{E_1+E_2}{E_\odot}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G(1,4M_\odot+M)}} \Rightarrow a = \left(\frac{T^2 G(1,4M_\odot+M)}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$v = \sqrt{\frac{G^{\frac{2}{3}}(1,4M_\odot+M)^{\frac{5}{3}}\cdot(4\pi^2)^{\frac{1}{3}}}{M\,T^{\frac{2}{3}}}} \approx 3\cdot10^4$$

$$G^{\frac{2}{3}} \simeq (10^{-12})^{\frac{2}{3}} \simeq 10^{-8}$$

$$(4\pi^2)^{\frac{1}{3}} \simeq 3$$

$$\frac{(1,4M_\odot+M)^{\frac{5}{3}}}{M}\cdot 3\cdot10^{-8} = 9\cdot10^{8}$$

$$\frac{(1,4M_\odot+M)^{\frac{5}{3}}}{M} \simeq 3\cdot10^{16}$$

$M \overset{?}{=} M_\odot$ $\quad 2,4^{\frac{5}{3}}\cdot M_\odot^{\frac{2}{3}} \overset{?}{=} 3\cdot10^{16}$ норм

№4 (Продолжение)

$M = nM_\odot$

$(1{,}4+n)^{\frac{5}{3}} M_\odot^{\frac{2}{3}} = 3 \cdot 10^{16}$

$(1{,}4+n)^{\frac{5}{3}} \cdot 10^{20} \simeq 3 \cdot 10^{16}$

$(1{,}4+n)^{\frac{5}{3}} = 3 \cdot 10^{-4}$?

$x = k a_\odot$

$v = \sqrt{\frac{G M_\odot (1{,}4+n)}{k a_\odot}} = 30 \frac{км}{с}$

$\frac{1{,}4+n}{k} = 1 \qquad 1{,}4+n = k$

$a = x \frac{1{,}4 M_\odot + M}{M} = x \frac{1{,}4+n}{n}$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G(1{,}4M_\odot+M)}} = 2\pi \sqrt{\frac{x^3\left(\frac{1{,}4+n}{n}\right)^3}{GM_\odot(1{,}4+n)}} = 2\pi \sqrt{\frac{a_\odot^3}{GM_\odot}} \cdot \sqrt{\frac{k^3(1{,}4+n)^2}{n^3}} =$

$= 1 год \cdot \sqrt{\frac{(1{,}4+n)^5}{n^3}} = 1 с$? Странно, попробуем иначе

$\frac{L}{L_\odot} = \frac{E_1+E_2}{E_\odot} \cdot \frac{r^2}{a_\odot^2} = \frac{R_1^2+R_2^2}{R_\odot^2}$

$E \sim \left(\frac{R}{r}\right)^2$

$L = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \frac{R_1^2+R_2^2}{R_\odot^2} = 4\pi\sigma T_\odot^4 (\underset{з.г.п.}{R_1}^2 + \underset{н.з.}{R_2}^2)$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1 с$

$G \frac{1{,}4 M_\odot m}{R_2^2} = m\omega^2 R_2 \Rightarrow R_2 = \sqrt[3]{\frac{1{,}4 G M_\odot T^2}{4\pi^2}} \simeq 2000 км$

№4 (Продолжение 2)

Из-за чего возникает отклонение в $\underset{t}{10^{-4}\,c}$? Если из-за конечности скорости света, то $t = \frac{a}{c} \Rightarrow a = 30$ км (?) Странно.

Если забить на это условие и сказать, что $R_1 \simeq R_\odot$, то

$$L = 4\pi \cancel{R_\odot} \sigma T_\odot^4 (R_\odot^2 + R_2^2) = [R_\odot \gg R_2] = 4\pi\sigma T_\odot^4 R_\odot^2 \simeq$$

$$= 4 \cdot 3 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 6000^4 \cdot (700 \cdot 10^6)^2 \simeq 70 \cdot 10^{-8} \cdot 6^4 \cdot 10^{12} \cdot 7^2 \cdot 10^{16} =$$

$$= 6^4 \cdot 7^3 \cdot 10^{21} \simeq 81 \cdot \underbrace{16 \cdot 350}_{\simeq 5600} \cdot 10^{21} \simeq \boxed{4 \cdot 10^{25}\ \text{Вт}}$$

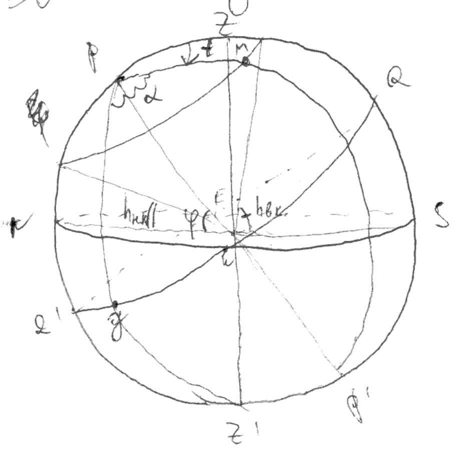
№5.

$\delta = 69°20'$ $\alpha = 11^h 31^m$ $m_0 = 3{,}8^m$

~~$m - m_\odot = -2{,}5 \lg$~~

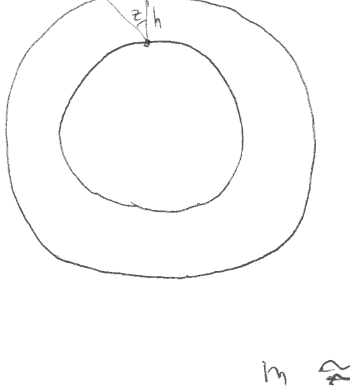
$m(t)$ — ?

$\varphi = 68°58'$



$h_{в.к.} = 90 - |\varphi - \delta| = 90 - |22'| = 89°38'$

$h_{н.к.} = -90 + |\varphi + \delta| = 140 - 1°42' - 90 = 48°18'$



~~$z = z' \cos\delta$~~

$$\cos t = \frac{\sin h - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta}$$

$$m - m_0 = -2{,}5 \lg \frac{h}{h_0}$$

$$\Delta m_{макс} = -2{,}5 \lg \frac{h_{в.к}}{h_{н.к.}} \simeq -2{,}5 \lg 2 \simeq -0{,}7^m$$

$$m \simeq 3{,}8^m \left(1 - \frac{t}{2\pi} 0{,}7^m\right)$$