КОД УЧАСТНИКА: Мин-1 № ЗАДАЧИ: 1

Будем считать, что угловое расстояние м-ду компонентами системы равно дифракционному пределу Хаббловского телескопа на длине волны $\lambda = 3000$ Å, раз он еле-еле разрешил систему. Тогда:

$$\psi = 1{,}22\frac{\lambda}{D} = 1{,}22\cdot\frac{3000\cdot10^{-10}}{2{,}4} = \frac{1{,}22}{2{,}4}\cdot 3\cdot10^{-7} \approx 1{,}5\cdot10^{-7}$$ – угловое расст. между компонентами.

Ответ: $1{,}5\cdot10^{-7}$ радиан

КОД УЧАСТНИКА: Мин-1 № ЗАДАЧИ: 2

Чтобы ответить на вопросы задачи, рассчитаем расстояние y между астероидом и Землёй и фазовый угол φ.

Из рисунка слева видно, что, по теореме cos:

$$1^2+y^2-2y\cos 60° = (0,866)^2$$ Т.к. $0,866^2 \approx \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$, то:

$$y^2-y+0,25=0 \Rightarrow y=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot 0,25}}{2}=\frac{1}{2}=0,5 \text{ а.е.}$$

По теореме sin: $\frac{y}{\sin x}=\frac{0,866}{\sin 60°}\approx 1 \Rightarrow x=\arcsin y = 30° \Rightarrow \varphi = 90°$.

Таким образом фаза $\Phi=\frac{\cos\varphi+1}{2}=\frac{1}{2}$.

Оценим звёздную величину астероида, сравнив ~~её со~~ блеск астероида с блеском полной Луны:

$$\frac{E_A}{E_{\text{☾}}}=\frac{r_{\text{☾},\odot}^2}{r_A^2}\cdot\frac{a_{\text{☾}}^2}{y^2}\cdot\frac{R_A^2}{R_{\text{☾}}^2}\cdot\Phi,$$ где $r_{\text{☾},\odot}$ – расстояние от Луны до Солнца $\approx a_\oplus$,

$r_A=0,866$ а.е., $a_{\text{☾}}$ – большая полуось орбиты Луны $\approx 400\,000$ км, $a_\oplus = 1,5\cdot 10^{11}$ м.

Тогда:

$$\frac{E_A}{E_{\text{☾}}}=\frac{1,5^2\cdot 10^{22}}{0,75\cdot 1,5^2\cdot 10^{22}}\cdot\frac{(4\cdot 10^8)^2}{0,25\cdot 10^{22}}\cdot\frac{2500}{1700^2\cdot 10^6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{0,75}\cdot\frac{1,6}{2,5\cdot 10^4}\cdot\frac{2,5}{2,89\cdot 10^9}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{1,5}\cdot 1,6\cdot\frac{1}{2,89}\cdot\frac{1}{10^{13}}\approx$$

$$\frac{1}{2,89}\cdot 10^{-13}\approx 0,35\cdot 10^{-13}=10^{0,4\cdot\Delta m}.$$

Таким образом: $\Delta m=\lg(0,35\cdot 10^{-13})\cdot 2,5=(\lg(0,35)+\lg(10^{-13}))\cdot 2,5$ ~~$\lg(10^{-14})\times$~~

~~$\times 2,5 = \ldots$~~ $> \lg(10^{-12})\cdot 2,5=-12\cdot 2,5=-30^m$, т.е. $\Delta m > -30^m$.

Если бы $\Delta m=-30^m$, то $m_A=m_{\text{☾}}-\Delta m=-12,7^m+30^m=17,3^m$.

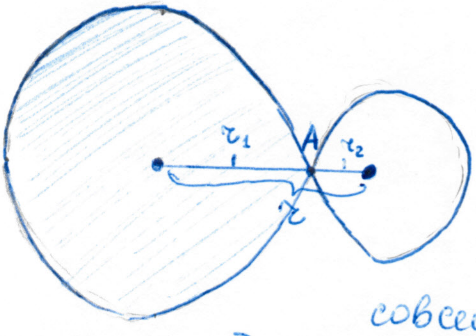
Если бы в нашем распоряжении был не 500мм-телескоп, а даже 600мм, то всё равно его разрешающая способность была бы лишь $6^m+5\lg\left(\frac{600}{d_{зр.}}\right)=6^m+5\lg\left(\frac{600}{6}\right)=16^m$, т.е. астероид разглядеть точно не удастся. Добавим к этому, что разрешающая способность телескопа на $\lambda=550$нм $\psi=1,22\cdot\frac{550\cdot 10^{-9}}{0,5}=1,22\cdot\frac{110\cdot 10^{-9}}{0,1}=1,22\cdot 10^{-8}\cdot 110$

а угловой диаметр астероида $\rho=\frac{2R_A}{y}=\frac{100}{0,5\cdot 1,5\cdot 10^{11}}=\frac{1}{0,5\cdot 1,5}\cdot 10^{-9}=\frac{4}{3}\cdot 10^{-9}$, т.е. $\rho<\psi$, а, значит астероид действительно разглядеть не удастся.

Ответ: нет

КОД УЧАСТНИКА: Мин-1 № ЗАДАЧИ: 3

Т.к. сказано, что с основного компонента системы идёт аккреция на карлик, причём идёт с небольшой скоростью, то можно считать, что основной компонент системы занял целиком свою полость Роша.



Тогда будет наблюдаться картина, показанная на рис. слева (синим ~~цвет~~ схематически обведена полость Роша системы, штриховкой показано вещество звезды, с которой происходит аккреция)

Т.к. полость Роша большей звезды будет не совсем сферической, то и сама звезда будет не сферической. Однако, в рамках данной задачи несферичностью звезды пренебрежём и будем считать её шаром, радиусом $r_1 = 0{,}10$ а.е. ~~который в точности ра~~ В точке А гравитационный потенциал ~~любого тела~~ ~~ра~~ относительно одной звезды будет равен гравитационному потенциалу относительно другой звезды ⇒

$\frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2} \Rightarrow M_1 = \frac{M_2}{(r-r_1)} \cdot r_1 = 250 M_2 = 250 M_\odot$. Тогда, плотность звезды равна: $\rho = \frac{M_1}{V_1} = \cancel{\frac{M_1}{\frac{4}{3}\pi R_1}}\ \frac{M_1}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} \approx \frac{250 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{4 \cdot (0{,}1 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11})^3} = \frac{5 \cdot 10^{32}}{4 \cdot 1{,}5^3 \cdot 10^{30}} = \frac{5 \cdot 100}{4 \cdot 3{,}38} \approx 37$ кг/м³.

Т.к. мы брали крайнее верхнее значение радиуса звезды, то правильнее будет написать $\rho > 37$ кг/м³.

Ответ: $\rho > 37$ кг/м³

КОД УЧАСТНИКА: Мин-1 № ЗАДАЧИ: 5

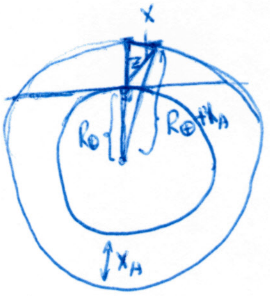
Будем считать, что $\delta=\varphi=69^\circ$ для простоты рассчётов. Тогда звезда кульминирует в зените, где звезда ослабляется приблизительно на $\Delta m = 0{,}2^m$ за счёт атмосферы. Т.к. ~~звёздная величина~~ ослабление Δm увеличивается прямо пропорционально расстоянию, которое свет должен преодолеть в атмосфере (т.к. освещённость уменьшается экспоненциально), то, получаем, что $\Delta m(x) = \Delta m \cdot \frac{x}{x_A}$, где x – длина пути, пройденного светом звезды в атмосфере, а x_A – толщина однородной атмосферы, которую возьмём равной $x_A = 8$ км.

Распишем зависимость зенитного расстояния от часового угла. Т.к. $\varphi=\delta$: $\cos z = \cos^2 p + \sin^2 p \cdot \cos t$, где p – полярное расстояние, равное $90^\circ - 69^\circ = 21^\circ$. Косинус и синус найдём по ф-ле Лагранжа: $f(x+a) - f(x) \approx a \cdot f'(x)$, т.е.:

$$\cos 21^\circ = -\frac{\pi}{20} \cdot -\sin 30^\circ + \cos 30^\circ = \frac{\pi}{40} + \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\sin 21^\circ = -\frac{\pi}{20} \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}\pi}{40} + \frac{1}{2}$$

$$\cos z = \frac{\pi^2}{1600} + \frac{3}{4} + \frac{\pi\sqrt{3}}{40} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3\pi^2}{1600} - \frac{\pi\sqrt{3}}{40}\right)\cos t$$



Из теоремы косинусов:

$$x^2 + R_\oplus^2 - 2R_\oplus x \cdot \cos(180^\circ - z) = (R_\oplus + x_A)^2 \Rightarrow$$

$$x^2 - 2R_\oplus x \cdot \cos z - x_A^2 - 2R_\oplus x_A = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2R_\oplus x \cdot \cos z \pm \sqrt{4R_\oplus^2 \cdot \cos^2 z + 4x_A^2 + 8R_\oplus x_A}}{2} \Rightarrow$$

$$x = \frac{2R_\oplus x \cdot \cos z + \sqrt{4R_\oplus^2 \cdot \cos^2 z + 4x_A^2 + 8R_\oplus x_A}}{2} \Rightarrow$$

Ответ:

$$m(t) = 3{,}8^m + 0{,}2 \cdot \left(\frac{2R_\oplus \cdot \left(\frac{\pi^2}{1600} + \frac{3}{4} + \frac{\pi\sqrt{3}}{40} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3\pi^2}{1600} - \frac{\pi\sqrt{3}}{40}\right) \cdot \cos t\right)}{2x_A} + \frac{\sqrt{4R_\oplus^2 \cdot \left(\frac{\pi^2}{1600} + \frac{3}{4} + \frac{\pi\sqrt{3}}{40} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3\pi^2}{1600} - \frac{\pi\sqrt{3}}{40}\right)\cos t\right)^2 + 4x_A + 8R_\oplus x_A}}{2x_A} \right),$$

где $R_\oplus = 6400$ км, $x_A = 8$ км.