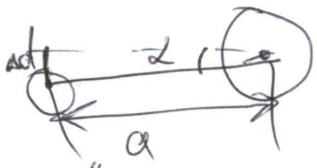
Лист №1 Омс-2

1) Для начала найдём на сколько ниже луча зрения находится планета: $\Delta d = a \cdot \sin\alpha$,



где $a = 3 \cdot 10^6$ км, $\alpha = 90^0 - 88{,}8^0 = 1{,}2^0 = \frac{1{,}2 \cdot \pi}{180}$ рад $\approx \frac{1}{45}$ рад

$\alpha << 1$ рад $\Rightarrow \sin\alpha = \alpha \Rightarrow \Delta d = 3 \cdot 10^6 \text{ км} \cdot \frac{1}{45} = \frac{10^6}{15} \text{ км} = 6{,}7 \cdot 10^4$ км

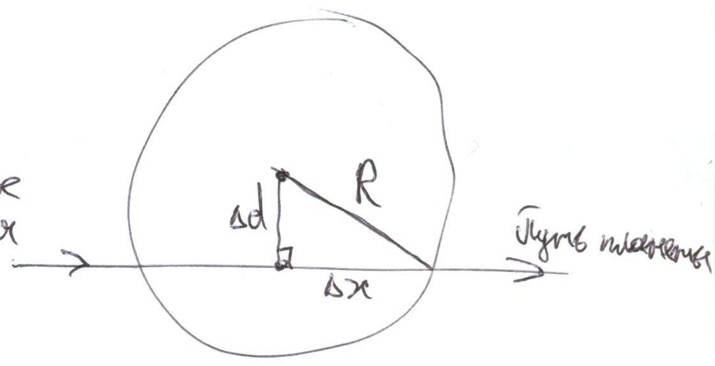
2) Оценим скорость движения планеты по орбите:

$$v = \frac{2\pi a}{T}; \quad v = \frac{2\pi \cdot 10^6 \cdot 3 \text{ км}}{1{,}4 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}} = \frac{19 \cdot 10^6 \text{ км}}{12 \cdot 10^4 \text{ с}} = 1{,}5 \cdot 10^2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

3) Построим примерную картину прохождения планеты по диску звезды:

Здесь R – радиус звезды;

Δx – расстояние, пройденное планетой за $\frac{1}{2}$ времени затмения



$$\Delta x = \frac{t}{2} \cdot v$$

$t = t_к - t_н = 4 \text{ мин} - (-4 \text{ мин}) = 8 \text{ мин} = 480$ с
(по графику)

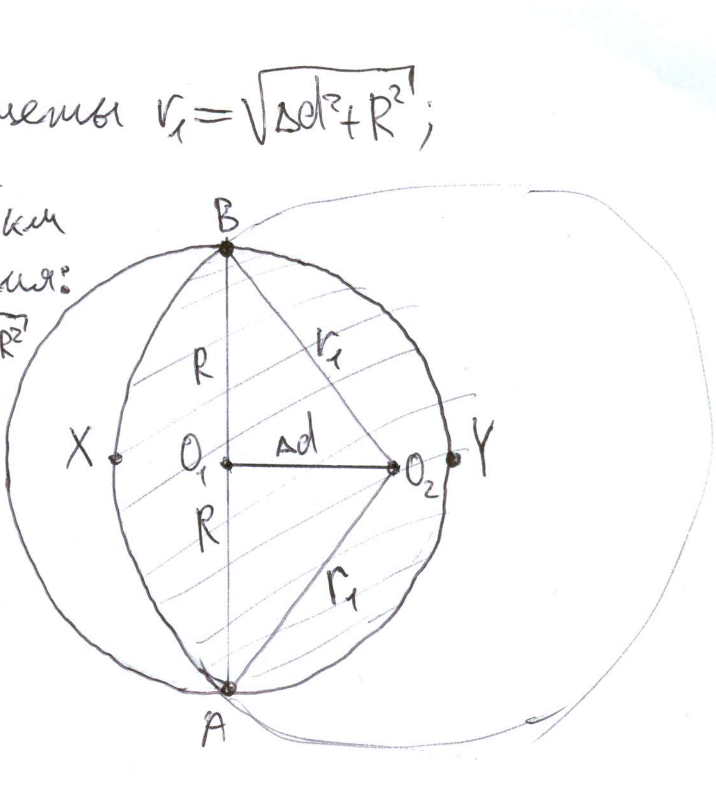
$$\Delta x = \frac{480 \text{с}}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^2 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 2{,}4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^4 \text{ км} = 3{,}6 \cdot 10^4 \text{ км}$$

$$R = \sqrt{\Delta d^2 + \Delta x^2} = \sqrt{(6{,}7 \cdot 10^4 \text{км})^2 + (3{,}6 \cdot 10^4 \text{км})^2} = \sqrt{6{,}7^2 + 3{,}6^2} \cdot 10^4 \text{ км} =$$

$$= \sqrt{58} \cdot 10^4 \text{ км} \approx 7{,}5 \cdot 10^4 \text{ км}$$

4) Предположим радиус планеты $r_1 = \sqrt{\Delta d^2 + R^2}$;

$$r_1 = \sqrt{(6{,}7 \cdot 10^4 \text{км})^2 + (7{,}5 \cdot 10^4 \text{км})^2} \approx 10^5 \text{ км}$$



Тогда в полной фазе затмения:

Заметим, что из предполож. $r_1 = \sqrt{\Delta d^2 + R^2}$ следует, что линия, соед. т. пересечения AB явл. диаметром $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ S сегмента AYB: $S_{AYB} = \frac{1}{2}\pi R^2$

Заметим, что $\text{tg}\angle BO_2O_1 = \frac{R}{\Delta d} = \frac{75}{67} \approx 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BO_2O_1 \approx 45^0$, тогда $\angle AO_2B \approx 90^0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ S сектора O_2AXB: $S_{O_2AXB} = \frac{1}{4}\pi r_1^2$,

а $S_{\Delta BO_2A} = \frac{r_1^2}{2}$, тогда S сегмента AXB:

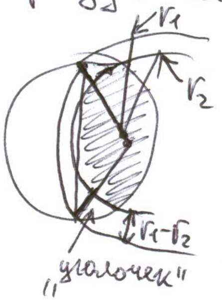
$$S_{AXB} = S_{O_2AXB} - S_{\Delta BO_2A} = r_1^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) \approx \frac{1}{4} r_1^2$$

Значит ~~max~~ max фаза $= 0{,}5 + \frac{S_{AXB}}{\pi R^2} = 0{,}5 + \frac{r_1^2}{4\pi \cdot R^2}$; $\boxed{\text{лист №2}}$ Омс-2

max фаза $= 0{,}5 + \frac{1}{12{,}5} \cdot \left(\frac{10 \cdot 10^4 км}{7{,}5 \cdot 10^4 км}\right)^2 = 0{,}5 + \frac{1 \cdot 4^2}{12{,}5 \cdot 3^2} \approx 0{,}5 + 0{,}13 = 0{,}63$

При этом по графику можно определить, что max фаза $= 0{,}58$, значит реальный радиус планеты $r < r_1$

5) Пред-жим, что $r = r_2 = 9 \cdot 10^4$ км, оценим max фазу в таком случае: тогда S покрытия $S_{пr_2}$ будет ≈ ≈ Δ секторов при r_1 и r_2 + $S_{пr_1}$



Значит: $S_{пr_2} = S_{пr_1} + \frac{1}{4}\pi r_2^2 - \frac{1}{4}\pi r_1^2$

$(\text{max фаза при } r = r_2) = \frac{S_{пr_2}}{\pi R^2} = \frac{S_{пr_1}}{\pi R^2} - \frac{\frac{1}{4}\pi(r_1^2 - r_2^2)}{\pi R^2}$

$(\text{max фаза при } r = r_2) = 0{,}63 - \frac{(10^5 км)^2 - (9 \cdot 10^4 км)^2}{4 \cdot (7{,}5 \cdot 10^4 км)^2} = 0{,}63 - \frac{19}{4 \cdot 56} \approx 0{,}55$

6) На самом деле max фаза при $r = r_2$ даже немного завышена, т.к. мы не учли потерю еще 2-х „уголочков", так что $r_1 > r > r_2$ и $r \approx \frac{r_1 + r_2}{2} = 9{,}5 \cdot 10^4$ км

7) Итак, мы получили радиус звезды $R = 75000$ км и радиус планеты $r = 95000$ км.

Заметим, что $r \approx 1{,}5\, r_{Юпитера}$, при этом $a = 3 \cdot 10^6 км \approx 0{,}02$ а.е. ⇒ Можно говорить о том, что планета является т.н. „горячим Юпитером".

8) ~~Из закона~~ ~~III~~ 3-м Кеплера: $\frac{G(M+m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow (M+m) = \frac{a^3 \cdot 4\pi^2}{G T^2}$,

тогда $\frac{M_1 + m_1}{M_2 + m_2} = \frac{a_1^3 \cdot T_2^2}{a_2^3 \cdot T_1^2}$, сравним таким образом систему из условия с системой Земля – Солнце

$M + m = M_\odot \cdot \left(\frac{0{,}02 а.е.}{1 а.е.}\right)^3 \cdot \left(\frac{365 сут}{1{,}4 сут}\right)^2 = \frac{261^2}{50^3} = \frac{6{,}76 \cdot 10^4}{1{,}25 \cdot 10^5} \approx 0{,}5 M_\odot$

9) Горячие Юпитеры сравнимы по массе с тысячными и сотыми долями $M_\odot$ ⇒ можно говорить, что $M \approx 0{,}5 M_\odot$

10) Итак $M \approx 0{,}5 M_\odot$, можно заметить, что по массе звезда $R \approx 0{,}12 R_\odot$ ближе к оранжевым ~~карл~~ карликам, а по размерам ближе к коричневым карликам.

Это точно не белый карлик, т.к. белые карлики имеют размеры ≈ на 1 порядок меньше и схожие массы, а значит сильно большие плотности. Значит можно говорить о том, что это, скорее всего маленький красный карлик (спектр. класс M)

Ответ: звезда: красный карлик (M) с $R = 75000$ км; планета: горячий Юпитер с $r = 95000$ км.