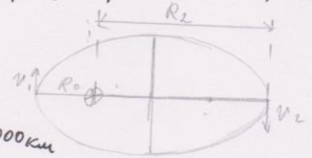
№1 BM-2

Радиус геостационарной орбиты $R_0 \approx 42000$ км.

$T_0 \approx 23^h 56^m \quad v_0 = w_0 R_0 = \frac{360° \cdot \cancel{3600}}{206265'' \cdot T_0 \cdot \cancel{3600}} \cdot R_0 \simeq 3{,}1$ км/с

$v_1 = 1{,}1\, v_0 = 3{,}4$; точка увеличения скорости станет перицентром новой орбиты.



$v_p^2 = v_1^2 = \frac{GM(1+e_1)}{a_1(1-e_1)}$ (M – масса Земли)

$a_1 = \frac{R_0}{1-e_1} \Rightarrow v_1^2 = \frac{GM(1+e_1)}{R_0}$; $e_1 = \frac{v_1^2 R_0}{GM} - 1 \simeq 0{,}2$; $a_1 = \frac{R_0}{1-e_1} \approx 53000$ км

$R_2 = a_1(1+e_1) \simeq 64000$ км $\quad v_2 = \sqrt{\frac{GM}{a_1} \cdot \frac{1-e_1}{1+e_1}} \simeq 2{,}2$ км/с $\quad v_3 = 0{,}9\, v_2 \simeq 2$ км/с

$a_2 = \frac{R_2}{1+e_2}$; $v_3^2 = \frac{GM(1-e_2)}{a_2(1+e_2)} = \frac{GM(1-e_2)}{R_2}$; $e_2 = 1 - \frac{v_3^2 R_2}{GM} \simeq 0{,}4$; $a_2 = \frac{R_2}{1+e_2} \simeq 46000$ км

$\frac{T_1^2 M}{a_2^3} = \frac{4\pi^2}{G} \Rightarrow T_1 \simeq 27$ ч

Если импульсы произойдут в обратном порядке:

$v_1 = 0{,}9\, v_0 \simeq 2{,}8$ км/с – в апоцентре новой орбиты

$a_1 = \frac{R_0}{1+e_1} \quad v_1^2 = \frac{GM(1-e_1)}{a_1(1+e_1)} = \frac{GM(1-e_1)}{R_0} \quad e_1 = 1 - \frac{v_1^2 R_0}{GM} \simeq 0{,}18 \quad a_1 = \frac{R_0}{1+e_1} \simeq 36000$ км

$R_2 = a_1(1-e_1) \approx 30000$ км $\quad v_2 = \sqrt{\frac{GM}{a_1} \cdot \frac{1+e_1}{1-e_1}} \approx \sqrt{16} = 4$ км/с $\quad v_3 = 1{,}1\, v_2 = 4{,}4$ км/с

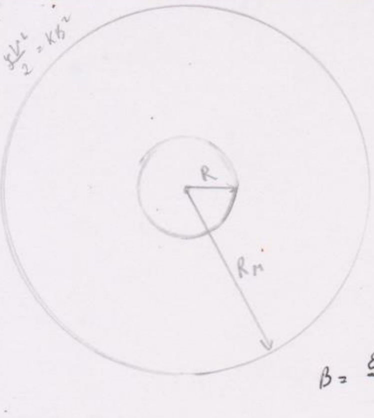
$a_2 = \frac{R_2}{1-e_2}$; $v_3^2 = \frac{GM(1+e_2)}{a_2(1-e_2)} = \frac{GM(1+e_2)}{R_2}$; $e_2 = \frac{v_3^2 R_2}{GM} - 1 \simeq 0{,}4$; $a_2 = \frac{R_2}{1-e_2} \simeq 50000$ км

$T_2 = \sqrt{\frac{a^3 4\pi^2}{MG}} \simeq 30$ ч

$T_2 - T_1 = 30 - 27 = 3$ ч

Ответ: 3 ч.

№5



$$R = \frac{mV}{eB} \qquad V = \frac{ReB}{m}$$

$$V = wR$$

$$w = \frac{V}{R} = \frac{VeB}{mV} = \frac{eB}{m} \qquad \nu = \frac{w}{2\pi} = \frac{eB}{2\pi m}$$

$$\varepsilon = 30\,кэВ = 30000 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,Дж = 4{,}8 \cdot 10^{-15}\,Дж = h\nu$$

$$\nu = \frac{\varepsilon}{h} = \frac{eB}{2\pi m}$$

$$B = \frac{\varepsilon \cdot 2\pi m}{eh} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-15}\,Дж \cdot 2\pi \cdot 9 \cdot 10^{-31}\,кг}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-34}} \simeq 3 \cdot 10^{4} \cdot 2\pi \cdot 1{,}36 \cdot 1000 \simeq 25{,}7 \cdot 10^{7}\,Тл$$

(магнитная индукция на поверхности звезды)

$$\frac{\rho v^2}{2} = kB^2$$

Максимальная скорость равна второй космической, иначе вещество будет улетать от звезды.

На малые частицы влияет не только сила гравитации, но и сила светового давления $F_c = \frac{E}{c}$, где E – освещенность, т.к. E – это суммарная энергия всех фотонов, пролетающих через единичную площадь.

$p = \frac{E}{c}$ – суммарный импульс фотонов. $E = \frac{L}{4\pi R_M^2}$

Рассмотрим единичный объем аккрецирующего вещества. Его плотность будем считать равной плотности фотосферы Солнца, т.к. аккреция обычно происходит со звезды-компаньона. $\rho = 10^{-5}\,кг/м^3$

Сила, действующая на этот единичный объем:

$$F = \frac{GM \cdot \rho}{R_M^2} - \frac{L \cdot \rho}{4\pi R_M^2 \cdot c} = \frac{\rho}{R_M^2}\left(GM - \frac{L}{4\pi c}\right)$$

Оценим величину в скобках:

$$G \cdot 1{,}4 \cdot 2 \cdot 10^{30} - \frac{10^{30}}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 10^{30}\left(6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}8 - \frac{10^{-8}}{12\pi}\right) < 0$$

Она получается отрицательной, т.к. сила светового давления больше гравитационной. В таком случае вещество не будет падать на звезду.

Но это если считать, что поглощается всё излучение звезды. На самом деле при плотности $10^{-5}\,кг/м^3$ поглощается не всё излучение. Будем считать коэффициент поглощения на единичную массу $\varkappa = 0{,}5$.

$F = ma$, для единичного объема $F = \rho a = \rho \frac{v^2}{R_M}$

$$v^2 = \frac{R_M \cdot F}{\rho} = \frac{\rho}{R_M^2}\left(GM - \frac{\varkappa L}{4\pi c}\right) \cdot \frac{R_M}{\rho} = \frac{1}{R_M}\left(GM - \frac{\varkappa L}{4\pi c}\right)$$

$$\frac{\rho v^2}{2} = \frac{\rho}{2R_M}\left(GM - \frac{\varkappa L}{4\pi c}\right) = kB_M^2 \qquad B_M^2 = \frac{\rho\left(GM - \frac{\varkappa L}{4\pi c}\right)}{R_M \cdot 2k} = \beta$$

$$\beta = \frac{10^{-5}\left(6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}8 \cdot 10^{30} - \frac{0{,}5 \cdot 10^{30}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^{8}}\right)}{2 \cdot 4 \cdot 10^{5}} = \frac{1}{8} \cdot 10^{-10} \cdot 10^{30}\left(6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}8 - \frac{1}{8 \cdot 9{,}42 \cdot 10^{8}}\right) \simeq 0{,}7 \cdot 10^{9}$$

$$\frac{B^2}{B_M^2} = \frac{R_M^6}{R^6} \qquad \frac{B^2 \cdot R_M}{\beta} = \frac{R_M^6}{R^6} \qquad \frac{B^2}{\beta} = \frac{R_M^5}{R^6}; \quad R_M = \sqrt[5]{\frac{B^2 \cdot R^6}{\beta}} = \sqrt[5]{\frac{(25{,}7 \cdot 10^{7})^2 \cdot (10000)^6}{0{,}7 \cdot 10^{9}}} = \sqrt[5]{\frac{25{,}7^2 \cdot 10^{14} \cdot 10^{24}}{0{,}7 \cdot 10^{9}}} =$$

$$= \sqrt[5]{944 \cdot 10^{29}} \simeq 4 \cdot 10^{5{,}8} \simeq 4 \cdot 10^{6}\,м \simeq 4 \cdot 10^{3}\,км = 4000\,км$$

Ответ: 4000 км.

№2 BM-2

Из-за аберрации видимое положение объекта сдвигается относительно истинного в сторону направление скорости наблюдателя. Поэтому пешеходы будут видеть Сириус на меньшей высоте, чем если бы они стояли на месте, и свет от звезды будет проходить большее расстояние в атмосфере, из-за чего будет сильнее ослаблен ей.

Звёздное время в новогоднюю полночь: $T_{зв} = \alpha_{\odot} - 12^h = 18^h + 4^m \cdot 10 - 12^h = 6^h 40^m$

Часовой угол Сириуса: $t = T_{зв} - \alpha = -5^m$

То есть, можно считать, что Сириус находится в верхней кульминации.

$$h = 90 - \varphi + \delta = 45°$$

Найдем, насколько уменьшится высота из-за аберрации:

$$\Delta h = \frac{v}{c} \sin h \cdot 206265'' = \frac{v}{c} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 206265'' \simeq 5 \cdot 10^{-4}{}'' \simeq 1{,}4 \cdot 10^{-7}{}°$$

По закону Бугера:

$$m_1 = m_0 + \frac{\Delta m}{\sin h} \qquad m_2 = m_0 + \frac{\Delta m}{\sin(h - \Delta h)} \qquad \Delta m \simeq 0{,}75 \text{ (ослабление блеска в зените)}$$

$$m_1 - m_2 = \Delta m \left(\frac{1}{\sin h} - \frac{1}{\sin(h - \Delta h)} \right) = \Delta M \left(\frac{1}{\sin 45} - \frac{1}{\sin 45 \cos\Delta h - \cos 45 \sin \Delta h} \right) \simeq$$

$$\simeq \Delta M \left(\frac{1}{\sin 45} - \frac{1}{\sin 45 \cdot 1 - \cos 45 \cdot \Delta h} \right) \simeq -2{,}6 \cdot 10^{-9}$$

Ответ: $2{,}6 \cdot 10^{-9}$.

№4 ВМ-2

Найдем видимую зв. величину звезды, если бы не было туманности.

$m = M + 5\lg r - 5 = -2{,}5 - 5 + 5\lg 310 \simeq -7{,}5 + 2{,}5 \cdot 5 = -7{,}5 + 12{,}5 = +5^m$

$(10^2 = 100,\ 10^3 = 1000 \Rightarrow \lg 310 \simeq 2{,}5)$ $\Delta m = 5{,}7 - 5 = 0{,}7^m$

Значит, звезда на самом деле ярче, чем мы её видим, но её световой поток частично поглощается туманностью.

$\Delta m = 1{,}08\tau$; ~~оптическая~~ оптическая толщина $\tau = \frac{\Delta m}{1{,}08} \simeq 0{,}6$

$\frac{J_0}{J} = e^{\tau} \simeq 2$ $\frac{L}{L_0} = 10^{0{,}4(M_0 - M)} \Rightarrow L = 832 L_0$

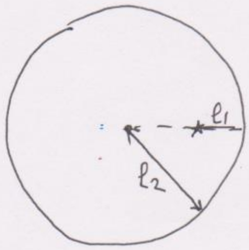
$\tau = \varkappa \rho l \Rightarrow l = \frac{\tau}{\varkappa \rho}$

$l_1 = \frac{\tau}{\varkappa \rho} = \frac{0{,}6}{\varkappa \rho}$

При $\tau = 3$, $\frac{J_0}{J} \approx e^3 \simeq 27$

$\frac{J}{J_0} = \frac{1}{27} \approx 0{,}03 = 3\%$

(почти полное поглощение света)



Т.к. интегральная зв. величина туманности равна зв. величине звезды и они находятся примерно на одном расстоянии от Земли, то их светимости равны.

Значит, туманность поглощает практически всю энергию звезды.

То есть примерно на радиусе туманности происходит полное поглощение.

$l_2 = \frac{3}{\varkappa \rho}$

$\frac{l_2}{l_1} = \frac{3}{0{,}6} = 5$; $l_2 = 5 l_1$; $l_1 = \frac{1}{5} l_2$

$\Rightarrow$ Звезда находится примерно на $4/5$ радиуса туманности от центра.

(Ближе к Земле, чем центр туманности)

№3

BM-2

Найдем радиус орбиты планеты:

$$\frac{2T^2 M_\odot}{R^3} = \frac{T_з^2 M_\odot}{R_з^3} = 1 \qquad \frac{2T^2}{R^3} = 1 \qquad R = \sqrt[3]{2T^2} = \sqrt[3]{32} \simeq 3{,}2\ а.е. = 3{,}2\ R_з$$

Для звезд главной последовательности $L \sim M^4$. Тогда светимость звезды:

$$\frac{L}{L_\odot} \sim \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4 = 16 \quad . \quad L = 16 L_\odot$$

$$I_0 = \frac{L_\odot}{4\pi R_з^2} \Rightarrow I = I_0 \cdot \frac{16}{3{,}2^2} = 2125\ Вт/м^2$$

(I_0 - солнечная постоянная; атмосфера планеты разреженная, поэтому её влияние можно не учитывать)

Время, в течение которого солнечная батарея будет находиться на освещённой стороне планеты: $t = 20/2 = 10$ ч

$E = 0{,}1 \cdot 100 \cdot t \cdot I \simeq 0{,}8 \cdot 10^9$ Дж (учет изменения высоты звезды над горизонтом в течение дня уменьшит эту величину в несколько раз)

Ответ: $0{,}8 \cdot 10^9$ Дж.