№1

Дано:
$D = 2{,}4$ м
$\lambda = 3000$ Å

α - ?

В нашей ситуации угловое расстояние между ними можно считать предельным, для данного телескопа. Он характеризует разрешающую способность телескопа, которая определяется по формуле: $\alpha = \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{D}$; Чтобы получить ответ в угловых секундах, а не в радианах:

$$\alpha = \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{D} \cdot 206265''$$ (~~равно~~ столько секунд в одном радиане).

$$\alpha = \frac{1{,}22 \cdot 3000 \cdot 10^{-10} м}{2{,}4 м} \cdot 206265'' = \frac{1{,}22 \cdot \cancel{3} \cdot 10^{-7}}{\cancel{24}_{8} \cdot 10^{-1}} \cdot 206265'' =$$

$$= \frac{1{,}22}{8} \cdot 206265'' \cdot 10^{-6} \approx \frac{1{,}22}{8} \cdot 2 \cdot 10^{5} \cdot 10^{-6} = \frac{1{,}22}{8} \cdot 2'' \cdot 10^{-1} =$$

$$= \frac{0{,}244''}{8} = 0{,}0305''; \boxed{\alpha = 0{,}0305''}$$

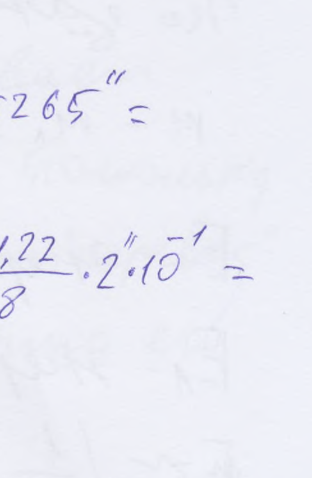
№2

Дано:
$d = 50$ м
$a = 0{,}866a_0$
$\alpha = 60^{\circ}$
$D = 50$ см

m - ?

Найдём расстояние от нас до астероида l:

По теореме косинусов ~~$a_0^2 + a^2 - 2a_0 a \cos$~~



$$a_0^2 + l^2 - 2a_0 l \cos\alpha = a^2 \quad (\cos 60 = \tfrac{1}{2})$$

$$a_0^2 + l^2 - a_0 l = a^2; \quad l^2 - a_0 l + (a_0^2 - a^2) = 0$$

Решим уравнение: $l = \frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - 4(a_0^2 - a^2)}}{2}$,

$$l = \frac{1 + \sqrt{1 - 4 \cdot (1 - 0{,}866^2)}}{2} a_0; \ (0{,}866^2 \approx 0{,}75); \ l = \frac{1 + \sqrt{\frac{4}{10}}}{2} = \frac{1 + \frac{2}{\sqrt{10}}}{2};$$

$$l = \frac{1 + \frac{2\sqrt{10}}{10}}{2}; \ \sqrt{10} \approx 3{,}16; \ l = \frac{1{,}632}{2} = 0{,}816 \text{ (а.е)}.$$

КРА - 9

2

$a_0 \approx a \approx l \Rightarrow \gamma \approx 60°$

Найдём "фазу" астероида по формуле: $\varphi = \frac{1+\cos\gamma}{2}$;

$\cos\gamma \approx \frac{1}{2}$; $\varphi \approx \frac{3}{4}$;

Звёздная величина луны в полнолуние $m_л = -12{,}7^m$, её диаметр $d_л = 3476$ км, среднее расстояние до неё $a_0 = 384\,400$ км, а расстояние от неё до солнца приблизительно 1 а. е. (a_0).

По закону Погсона:

$$m - m_л = -2{,}5 \lg\left(\frac{E}{E_л}\right)$$

E - энергия с астероида.

$E_л$ - энергия с луны.

$E \sim \left(\frac{1}{a_л}\right)^2 \cdot (d_л)^2 \cdot \left(\frac{1}{a_0}\right)^2 \cdot \varphi$ (φ для полной луны единица)

$$m = m_л - 2{,}5 \lg\left(\left(\frac{a_л \cdot a_0 \cdot d}{l \cdot a \cdot d_л}\right)^2 \cdot \frac{\varphi}{\cancel{1}}\right)$$

$m = -12{,}7 - 2{,}5 \cdot \lg(2 \cdot 10^{-15})$; $2 \approx 10^{\frac{1}{3}}$

$m = -12{,}7 + 2{,}5 \cdot 14{,}67 \approx 24^m$.

Проницающая сила телескопа с диаметром 60 см: $m_п = 6^m + 5\lg\left(\frac{60\text{ см}}{0{,}6\text{ см}}\right) = 16^m$ (6^m - сила глаза; 0,6 см - его диаметр).

$16^m < 24^m$, значит с таким телескопом нельзя увидеть этот астероид. А значит что с диаметром объектива 50 см астероид точно не будет виден.

~~№ 5 4~~

Дано:
$m_1 = 1,4 M_\odot$
$T = 1$ с
$\Delta\lambda = 0,5$ Å

№3

Если с края большой звезды вещество переползает на маленькую (белый карлик), то это значит что карлик притягивает это вещество сильнее той звезды. Поскольку скорость аккреции небольшая, этот "перевес" незначителен и можно считать что его нет и эти силы равны друг другу.

Так-же следует учесть что звёзды вращаются с периодом T: $\frac{T^2(M+M_0)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G(M+M_0)}}$

где M - масса большой звезды.

M_0 - масса карлика.

$a = 0,14$ а.е. (расстояние между ними)

Пусть l - расстояние от центра большой звезды до общего центра масс обеих звёзд, а R - радиус большой звезды.

$R = 9{,}1$ а.е.

Предполагая что общий центр масс находится за пределами большой звезды запишем:

$$G\frac{M}{R^2} + \frac{\left(\frac{2\pi(l-R)}{T}\right)^2}{l-R} = G\frac{M_\odot}{(a-R)^2}$$

В противном случае (если $l < R$), дробь, отвечающая за центростремительное ускорение, обратится в минус и наше уравнение по прежнему будет справедливо.

$$\cancel{G\frac{M}{R^2}+} \quad \frac{l}{a} = \frac{M_\odot}{M+M_\odot}; \; l = a\cdot\left(\frac{M_\odot}{M+M_\odot}\right);$$

$$G\frac{M}{R^2} + \frac{\left(\frac{(l-R)\cdot\sqrt{G(M+M_\odot)}}{\sqrt{a^3}}\right)^2}{l-R} = G\frac{M_\odot}{(a-R)^2}$$

$$\cancel{G}\frac{M}{R^2} + (l-R)\cdot\frac{\cancel{G}(M+M_\odot)}{a^3} = \cancel{G}\frac{M_\odot}{(a-R)^2}$$

$$\cancel{\frac{M}{R^2} + \frac{l-R}{a^3}\cdot M + \frac{l-R}{a^3}\cdot M_\odot = \frac{M_\odot}{(a-R)^2}}$$

$$\boxed{КР_{A}-9}$$

$$\frac{M}{R^2}+\left(\frac{M_\odot}{M+M_\odot}\cdot a-R\right)\cdot\frac{M+M_\odot}{a^3}=\frac{M_\odot}{(a-R)^2}$$

$$\frac{M}{R^2}+\frac{M_\odot}{a^2}-\frac{M+M_\odot}{a^3}\cdot R=\frac{M_\odot}{(a-R)^2}$$

$$\frac{M}{R^2}+\frac{M_\odot}{a^2}-\frac{MR}{a^3}-\frac{M_\odot R}{a^3}=\frac{M_\odot}{(a-R)^2}$$

$$M\left(\frac{1}{R^2}-\frac{R}{a^3}\right)=M_\odot\left(\frac{1}{(a-R)^2}-\frac{1}{a^2}+\frac{R}{a^3}\right)$$

$$\boxed{M=M_\odot\cdot\frac{\left(\frac{1}{(a-R)^2}-\frac{1}{a^2}+\frac{R}{a^3}\right)}{\left(\frac{1}{R^2}-\frac{R}{a^3}\right)}}$$

$$M=M_\odot\cdot\frac{\left(\frac{1}{(0{,}14-0{,}1)^2}-\frac{1}{0{,}14^2}+\frac{0{,}1}{0{,}14^3}\right)}{\left(\frac{1}{0{,}1^2}-\frac{0{,}1}{0{,}14^3}\right)};$$

$M\approx 9{,}6\,M_\odot$; $M=9{,}6\cdot 2\cdot 10^{30}$ кг $=1{,}92\cdot 10^{31}$ кг.

Найдём среднюю плотность звезды:

$$\rho=\frac{M}{V};\ V=\frac{4}{3}\pi R^3;\ \rho=\frac{1{,}92\cdot 10^{31}}{\frac{4}{3}\cdot 3{,}14\cdot(0{,}1\cdot 1{,}5\cdot 10^{11})^3}\approx 1{,}36\,\frac{кг}{м^3}$$

№4 КРА-9

Дано:

$M_1 = 2\cdot10^{30}$ кг$\cdot 1{,}4$

$T = 1$ с

$\Delta\lambda = 0{,}5$ Å

L - ?

T – период обращения этих звёзд между собой.

$\Delta\lambda$ вызывается эффектом доплера: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$; v – скорость звезды главной последовательности, c – скорость света, λ – длина волны $H\alpha$: $\lambda = 6563$ Å;

$v = c\cdot\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$; $v = 22855{,}4\ \frac{м}{с}$.

Найдём радиус окружности, по которой вращается эта звезда: $2\pi r = \frac{v}{T}$; $r = \frac{v}{2\pi T}$;

$r = 3639{,}4$ м; $\frac{M_1}{M_1+M_2} = \frac{r}{a} \Rightarrow a = r\cdot\left(\frac{M_1+M_2}{M_1}\right)$

По III з-ну Кеплера:

$$\frac{T^2\cdot(M_1+M_2)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$$

$$\frac{T^2\cdot\cancel{(M_1+M_2)}\cdot M_1^3}{r^3\cdot(M_1+M_2)^{\cancel{3}\,2}} = \frac{4\pi^2}{G}$$

КРА-9

$$T^2 \cdot M_1^3 \cdot G = 4\pi^2 r^3 (M_1 + M_2)^2$$

$$\cancel{T^2 M_1^3 G = 4\pi^2 r^3 (M_1^2 + M_2^2 - 2 M_1 M_2)}$$

$$\frac{T^2 M_1^3 G}{4\pi^2 r^3} = (M_1 + M_2)^2$$

$$M_1 + M_2 = \sqrt{\frac{T^2 M_1^3 G}{4\pi^2 r^3}}$$

$$\cancel{M_2 = M_1}$$

$$M_2 = \sqrt{\frac{T^2 M_1^3 G}{4\pi^2 r^3}} - M_1$$

Т.к. это звезда главной последовательности, её светимость можно сравнить с солнечной. ~~предположительно~~ Ради оценки возьмём $L \sim M$

$$M_2 = 2,77 \cdot 10^{34} \text{ кг} \approx 13871,6 \cdot (2 \cdot 10^{30} \text{ кг})$$

($M_2 = 13871,6$ масс Солнца).

Светимость Солнца $L_\odot = 3,88 \cdot 10^{26}$ Вт.

Светимость нейтронных звёзд в видимом диапазоне не существует.

Значит светимость всей системы L:

$$L = L_\odot \cdot \frac{M_2}{M_\odot} = L_\odot \cdot 13871,6 = 5,38 \cdot 10^{30} \text{ Вт}$$