СПб-166

№1

В результате вспышки, выделилась энергия $E = 10^{55}$ (дж)

Выделилась половина энергии покоя E_0.

$E = \frac{E_0}{2}$ ~~$2E = E_0$~~

Известно, что $E_0 = Mc^2$, где c – скорость света, M – масса упавшего вещества на черную дыру. $c \approx 3 \cdot 10^5 \frac{км}{с}$

~~$E = \frac{E_0}{2} = \frac{Mc^2}{2}$~~ ~~$2E = E_0 = Mc^2$~~ $E = \frac{E_0}{2} = \frac{Mc^2}{2}$

Масса Солнца $M_\odot \approx 2 \cdot 10^{30}$ кг.

~~Т.е. на черную дыру должна была упасть~~

~~$N = \frac{E_0}{M_\odot} = \frac{2E}{M_\odot} = \frac{E_0}{M_\odot} = \frac{Mc^2}{M_\odot} = \frac{2E}{M_\odot}$~~

Т.е. в результате падения ~~на Солн~~ Солнца, выделилась бы энергия $E_\odot = \frac{M_\odot c^2}{2}$

Значит, чтобы выделилась энергия E, нужно, чтобы на черную дыру упало

$N = \frac{E}{E_\odot} = \frac{E}{\frac{M_\odot c^2}{2}} = \frac{2E}{M_\odot c^2} \approx \frac{2 \cdot 10^{55}}{2 \cdot 10^{30} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx \frac{10^{55}}{3 \cdot 10^{38}} \approx 3{,}3 \cdot 10^{16}$ звезд, похожих на Солнце. Т.е. нужно, чтобы на черную дыру упали $N \approx 3{,}3 \cdot 10^{16}$ звезд, похожих на Солнце

№2

Широта Санкт-Петербурга $\varphi \approx 60°$ с.ш., а долгота $\lambda \approx 30°$ в.д. Заметим, что склонение Миры Кита $\delta = -3° < 0°$. Т.е. в СПб интервал времени между восходом и заходом этой звезды меньше интервала времени между её заходом и восходом, поскольку широта Санкт-Петербурга $\varphi > 0°$, и Мира Кита располагается южнее небесного экватора, а у любой точки небесного экватора интервал времени между восходом и заходом равен интервалу времени между заходом и восходом. Но Мира Кита не является невосходящей звездой, раз высота звезды Мира Кита в верхней кульминации в СПб:

$h_{в.к.} = 90° - |φ - δ| = 90° - 63° = 27° > 0°.$

~~А высота этой звезды в нижней кульминации в СПб:~~

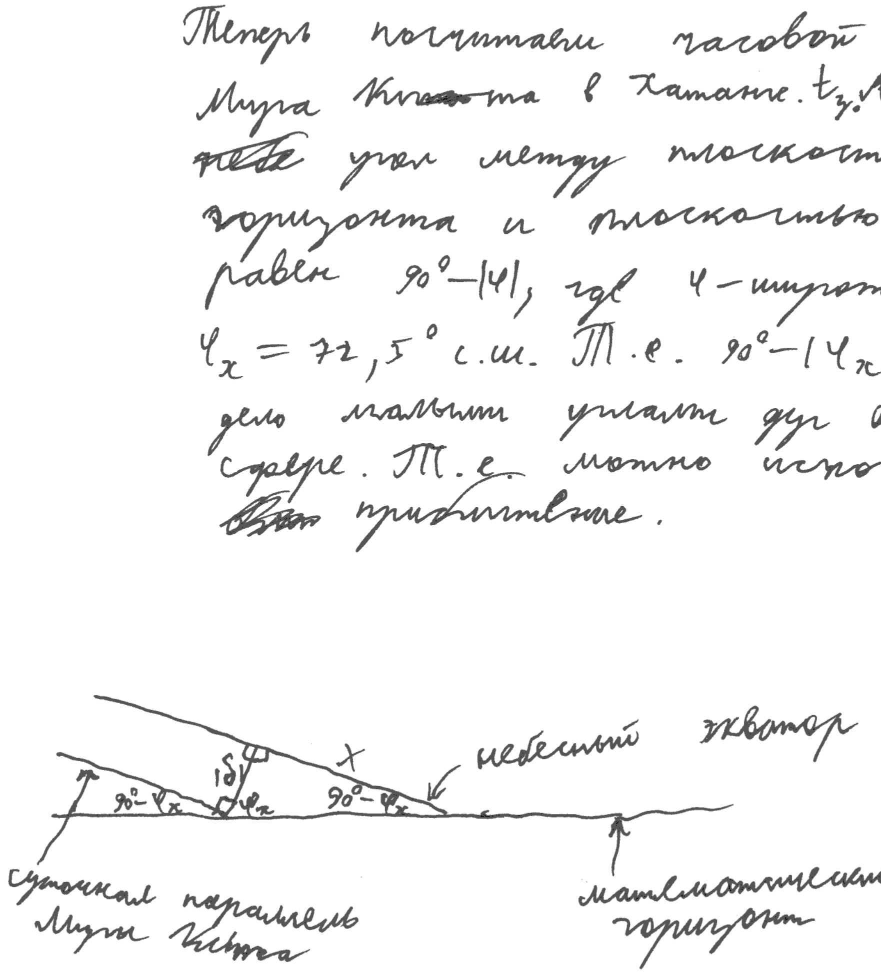
~~$h_{н.к.} = |φ + δ| - 90° = -33° < 0$~~.

~~Т.е.~~

~~Т.е.~~ $2 ч < \frac{1 сут}{2} = 12 (ч.)$

Т.е. наблюдатель из СПб ~~наблюдал~~ проводил наблюдение за 2 (ч) до верхней кульминации Миры Кита. Т.е. в СПб часовой угол Миры Кита $t_0 = 22^h$. Долгота села Хатанга $λ = 102,5°$ в.д. Т.е. Хатанга восточнее СПб на $Δλ = λ - λ_0 ≈ 72,5° ≈ 4^h 50^m$. Т.е. часовой угол Миры Кита в ~~момент~~ Хатанге, в момент наблюдений в СПб, $t_Δ = t_0 + Δλ - 24^h ≈ 2^h 50^m$. В течении $Δt = 30$ мин после наблюдений в СПб в Хатанге часовой угол Миры Кита поменяется до $t = t_Δ + Δt ≈ 3^h 20^m$

Теперь посчитаем часовой угол захода звезды Мира Кита в Хатанге $t_з$. Легко заметить, что ~~[illegible]~~ угол между плоскостью математического горизонта и плоскостью небесного экватора равен $90° - |φ|$, где φ — широта. Широта Хатанги $φ_x = 72,5°$ с.ш. Т.е. $90° - |φ_x| = 17,5°$. Мы имеем дело малыми углами дуг больших круг на небесной сфере. Т.е. можно использовать плоское ~~[illegible]~~ приближение.



$x \approx |\delta| \operatorname{tg} \varphi_x$

~~Т.~~ Поскольку часовой угол t захода каждой точки небесного экватора $t_н = 6^ч$, то $t_з = t_н - x \approx t_н - |\delta| \operatorname{tg} \varphi_x > t$

Значит, в Хатанге наблюдатель может наблюдать Мицу Кента пол часа спустя, после наблюдений в СПб.

М 4

Радиус Земли $R_\oplus \approx 6400$ км.

Известно, что радиус белого карлика $R = R_\oplus$.

~~Тогда~~ ~~Тогда плотность Карлик~~ ~~Белый~~ Тогда карлик имеет объем $V = V_\oplus$, где $V_\oplus$ – объем Земли, поскольку белый карлик и Земля ~~за~~ имеют $\approx$ шарообразную форму каждый. ~~Масса~~ Плотность Земли $\rho_\oplus \approx 5,5 \left(\frac{г}{см^3}\right)$.

Плотность белого карлика $\rho \approx 9 \cdot 10^8 \left(\frac{кг}{м^3}\right)$.

Масса Земли $M_\oplus \approx 6 \cdot 10^{24}$ (кг). Раз $V = V_\oplus$, то масса белого карлика $M = M_\oplus \frac{\rho}{\rho_\oplus} \approx \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 9 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^3}$ (кг) $\approx$

$\approx \frac{10 \cdot 10^{24} \cdot 10^8}{10^3}$ (кг) $\approx 10^{30}$ (кг) $\approx \frac{1}{2} M_\odot$, где $M_\odot$ – масса Солнца.

Орбитальный период Меркурия $T_м \approx 88$ (сут) $\approx \frac{1}{4}$ (г)

Т.е. орбитальный период экзопланеты $T = \frac{1}{60} \cdot T_м \approx \frac{1}{240}$ (г)

Согласно III закону Кеплера:

$\frac{T^2 M}{a^3} = 1$, где T в годах, a в а.е. и M в $M_\odot$.

a – большая полуось орбиты. Поскольку орбита экзопланеты круговая, то a – радиус орбиты экзопланеты.

$a = \sqrt[3]{T^2 M} \approx \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2,4 \cdot 10^2}}$ (а.е.) $\approx \sqrt[3]{2 \cdot 10^{-3}} \approx 0,12$ (а.е.)

~~Очевидно, что~~ Радиус красного гиганта $R_{к.г.} > a$.

Т.е. экзопланета не могла на этой орбите существовать, когда звезда ещё была красным гигантом.

№5

Масса звезды $M=4M_\odot$, где $M_\odot$ – масса Солнца.
Радиус круговой орбиты планеты $a=4$ а.е.
~~Тогда Период обр~~ Орбитальный период планеты – T.
~~T = T~~ Согласно ~~III~~ закону Кеплера:

$$\frac{T^2 M}{a^3}=1,$$ где T в г, a в а.е. и M в $M_\odot$

~~$a=\sqrt[3]{T^2 M}=4$ а.е.~~

~~$T=\sqrt[3]{}$~~

$$T=\sqrt{\frac{a^3}{M}}=4 \text{ (г)}$$

Теперь посмотрим на спутник планеты. Масса планеты $m=3\cdot10^{24}$ кг $\approx \frac{1}{2}M_\oplus$, где $M_\oplus$ – масса Земли.
Радиус орбиты спутника $r\approx 4\cdot10^5$ (км).
У орбиты Луны вокруг Земли эксцентриситет пренебрежимо мал и большая полуось орбиты Луны $a_☾\approx r$.
Скорость спутника по орбите вокруг планет $v=\sqrt{\frac{Gm}{r}}=\sqrt{\frac{GM_\oplus}{2r}}=\sqrt{\frac{GM}{r}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}\approx\frac{v_☾}{\sqrt{2}}$, где $v_☾$ – средняя орбитальная скорость Луны вокруг Земли. Раз $a_☾\approx r$, то тогда орбитальный период спутника вокруг планеты массы m $T_c\approx T_☾\frac{v_☾}{v}$, где $T_☾$ – орбитальный период Луны вокруг Земли. $T=T_☾\frac{v_☾}{v}\approx 27{,}3$ (сут) $\cdot\, 1{,}41\approx 38{,}2$ (сут)

$$\begin{array}{r} 27{,}3 \\ \times\ 1{,}4 \\ \hline 1092 \\ +\ 273\ \ \\ \hline 38{,}22 \end{array}$$

~~Спутник вокруг планеты массы m в плоскости планеты может вращаться то в одну, то в другую сторону. Т.е. у нас 2 варианта ответа.~~

Ед 4 ~~Б~~ Радиус Луны $R_{☾} \approx$ ~~3474~~ 1600 (км), радиус спутника (планеты массы m) $R \approx 800$ (км).

Т.е. $\frac{R_{☾}}{R} \approx 2$. ~~Т.е. что~~ Поскольку $a_{☾} \approx r$, то угловой размер ~~Луны на m~~ спутника (на планете массы m)

$x \approx \frac{x_{☾}}{\frac{R_{☾}}{R}} \approx 15'$, где $x_{☾}$ – угловой размер Луны, $x_{☾} \approx 30'$.

Т.е. наблюдатель на планете будет различать диск спутника невооруженным глазом, поскольку угловое разрешение глаза $\beta = 1'$. $\beta < x$. Т.е. возможно различить фазы спутника невооруженным глазом.

Период повторения фаз спутника для наблюдателя на планете — синодический период S (не для наблюдателя на Земле).

Спутник вокруг планеты может вращаться в плоскости орбиты планеты то в одну, то в другую сторону. Т.е. у нас 2 варианта:

I

$$S = \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T_c}\right)^{-1} \approx \left(\frac{1}{4 \cdot 365{,}25} + \frac{1}{38{,}2}\right)^{-1} \approx \left(\frac{1}{1460} + \frac{1}{40}\right)^{-1} \approx \frac{1460}{37{,}5} \approx 36{,}3 \text{ (сут)}$$

II

$$S = \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_c}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{38{,}2} - \frac{1}{4 \cdot 365{,}25}\right)^{-1} \approx \left(\frac{1}{40} - \frac{1}{1460}\right)^{-1} = \frac{1460}{35{,}5} \approx 41{,}1 \text{ (сут)}$$

В итоге период повторения фаз спутника на планете $S \approx 36{,}3$ сут или $S \approx 41{,}1$ (сут)

№3

Масса обсерватории „Хитоми" — M. Длина $l = 14$ м. И центр масс располагается $\approx$ в центре обсерватории, поскольку масса распределена равномерно. Т.е. ускорение свободного падения ~~на расстоянии~~ на краю обсерватории (на расстоянии $r = \frac{l}{2}$ от центра масс) $g = \frac{GM}{r^2} = \frac{4GM}{l^2}$

Центростремительное ускорение $a = \frac{v^2}{r} = \frac{2v^2}{\ell}$, где v – скорость вращения обсерватории вокруг своей оси на краю.

Если $a > g$, то обсерватория разрушится.

Т.е. предельный случай это:

$a = g$

$\frac{2v^2}{\ell} = \frac{4Gm}{\ell^2}$

$v^2 = \frac{2Gm}{\ell}$

$v = \sqrt{\frac{2Gm}{\ell}}$

Длина окружности, которую описывает край обсерватории $P = \pi \ell$

Тогда период обращения обсерватории, при котором обсерватория начала разрушаться

$T = \frac{P}{v} = \frac{\pi \ell}{\sqrt{\frac{2Gm}{\ell}}} = \frac{\pi \sqrt{\ell^3}}{\sqrt{2Gm}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \ell^3}{2Gm}} \approx \sqrt{\frac{10 \ell^3}{2Gm}} = \sqrt{\frac{5\ell^3}{Gm}}$

Теперь оценим ~~массу~~ m. Масса обсерватории $m \approx 20$ тонн $= 2 \cdot 10^4$ (кг).

Т.е. $T \approx \sqrt{\frac{5 \cdot 14^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^4 \cdot 2}} \approx \sqrt{\frac{13{,}7 \cdot 10^3}{6{,}67 \cdot 10^4 \cdot 10^{-11} \cdot 2}} \approx \sqrt{10^{10}} \approx 1 \cdot 10^5$ (с) $\approx 27{,}8$ (ч)

В итоге когда обсерватория начала разрушаться, когда период обращения обсерватории вокруг своей оси стал равным $T \approx 27{,}8$ (ч)