Решение.

Запишем III-й з-н Кеплера:

$$\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2 \cdot \frac{M_s+M}{M_\odot} = \left(\frac{a}{a_\circ}\right)^3, \text{ где}$$

$T = 1{,}4^d$ – период планеты

$T_\oplus \approx 360^d$ – период обращения Земли

M_s – масса звезды

M – масса планеты

$M_\odot$ – масса Солнца

$a = 3 \cdot 10^6$ км – радиус орбиты планеты

$a_\circ = 150 \cdot 10^6$ км – астрономическая единица (радиус орбиты Земли)

$$\left(\frac{14}{10 \cdot 360}\right)^2 \cdot \frac{M_s+M}{M_\odot} = \left(\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{150}_{50}}\right)^3$$

$$\frac{14^2}{\cancel{100}_2 \cdot 36^2 \cdot \cancel{100}_2} \cdot \frac{M_s+M}{M_\odot} = \frac{1}{\cancel{50}_1 \cdot \cancel{50}_1 \cdot 50}$$

$$\frac{M_s+M}{M_\odot} = \frac{4 \cdot 36^2}{50 \cdot 14^2} \approx \frac{4}{50} \cdot 2{,}5^2 = \frac{\cancel{4}^2}{\cancel{25}_{10} \cdot \cancel{2}_1} \cdot \cancel{2{,}5} \cdot 2{,}5 = \frac{2 \cdot 2{,}5}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$M_s + M = 0{,}5\, M_\odot$

Т.к. $M \approx 10^{-3} M_\odot$ – характерная масса планеты, то $M_s \gg M$ и

$\boxed{M_s \approx 0{,}5\, M_\odot}$ – масса звезды.

Найдём угол α между плоскостью орбиты и лучом зрения:

$\alpha = 90^\circ - 88{,}8^\circ = 1{,}2^\circ$

Т.к. орбита наклонена к лучу зрения, затмение не центральное:

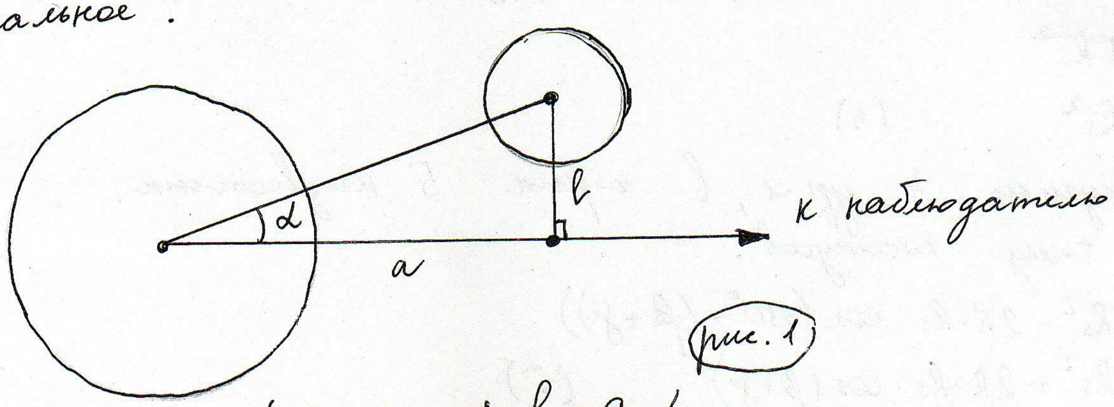

рис. 1

$\alpha \ll 5^\circ \Rightarrow \sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha_{рад}$: $l = a \cdot \alpha_{рад}$

$$l = 3 \cdot 10^{\cancel{6}} \cdot \frac{1{,}2 \cdot 3600}{2 \cdot \cancel{10^5}} = 3 \cdot 0{,}6 \cdot 10 \cdot 3600 = 3 \cdot 6 \cdot 3600 \approx 64800 \text{ км} -$$

расстояние между центрами звезды и планеты.

Для наблюдателя затмение в максимуме выглядит как:

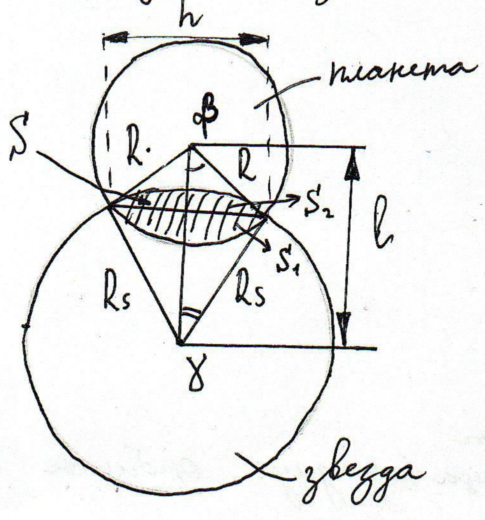

рис. 2

$$S = S_1 + S_2$$

$$S_1 = \cancel{\pi} R^2 \frac{\cancel{2}\beta}{\cancel{2\pi}} - R^2 \cos\beta \cdot \sin\beta$$

$$S_2 = \cancel{\pi} R_s^2 \frac{\cancel{2}\gamma}{\cancel{2\pi}} - R_s^2 \cos\gamma \cdot \sin\gamma$$

$$R \cdot \sin\beta = R_s \cdot \sin\gamma$$

$$R\cos\beta + R_s \cos\gamma = l$$

С другой стороны:

$$S = (R^2\beta + R_s^2\gamma) - R R_s \cdot \sin(\gamma+\beta) \qquad (1')$$

Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} S = R^2\beta + R_s^2\gamma - (R^2\cos\beta\cdot\sin\beta + R_s^2\cos\gamma\cdot\sin\gamma) & (1) \\ R\sin\beta = R_s\sin\gamma & (2) \\ R\cos\beta + R_s\cdot\cos\gamma = l & (3) \end{cases}$$

Также, макс. и мин. потоки:

$$F_{max} \sim \cancel{4}\pi R_s^2 \sigma T^4$$

$$F_{min} \sim \cancel{4}\pi R_s^2 \sigma T^4 - S\sigma T^4$$ (полагая, что темп-ра планеты много меньше темп-ры звезды)

$$\frac{F_{max}}{F_{min}} = \frac{\cancel{4}\pi R_s^2}{\cancel{4}\pi R_s^2 - S}; \quad F_{max} = 1, \ F_{min} \approx 0{,}4 \text{ (из графика)}$$

$$\left(\frac{4}{10}\right)^{-1} = \frac{\cancel{4}\pi R_s^2}{\cancel{4}\pi R_s^2 - S}$$

$$\overset{4}{\cancel{16}}\pi R_s^2 \cancel{-4S} = 10\pi R_s^2 - 10S \Rightarrow 10S = 6\pi R_s^2 \Rightarrow S = 0{,}6\pi R_s^2$$

$$\cancel{10S = 24\pi R_s^2}$$

$$\cancel{S = 2{,}4\pi R_s^2} \qquad (4)$$

Мы получили 4 ур-я, в к-рых 5 неизвестных

Запишем т-му косинусов:

$$l^2 = R^2 + R_s^2 - 2R\cdot R_s\cdot\cos(180° - (\beta+\gamma))$$

$$l^2 = R^2 + R_s^2 + 2R\cdot R_s\cdot\cos(\beta+\gamma) \qquad (5)$$

Итак, имеем 5 ур-й и 5 неизвестных. Это можно решить.

Т.к. $S = 0,6\, S_s$, где S_s - видимая пов-ть звезды, то γ и β - не малые углы, а ур-е (1) и (1') - трансцендентные. Их можно решить только численными методами, что и так непросто, а без калькулятора потребует большого времени τ, где $\tau \gg 2,5^h$:(

Заметим, что звезда (не смотря на наклон α) закрывается в значительной мере планетой (закрыто ~60% пов-ти) ⇒ радиус звезды сопоставим с радиусом планеты.

Конечно, они находятся на разном расстоянии (вплоть до $3\cdot10^6$ км), но по сравнению с расстоянием до Земли оно ничтожно мало ⇒ можно полагать радиусы ≈ равными.

Таким образом, ~~звезда~~ планета во время затмения проходит ~ 2 диаметра по орбите, что занимает 8 минут.

$$\frac{2D}{2\pi a} = \frac{8^m}{T}$$

$$\frac{D}{\pi a} = \frac{8\cdot 10}{60\cdot 14\cdot 24} = \frac{1}{18\cdot 14}$$

$$D = \frac{\pi a}{18\cdot 14} = \frac{\pi\cdot 3\cdot 10^6}{18\cdot 14} \approx \frac{1\cdot 10^6}{2\cdot 14} \approx \frac{10^6}{28} \approx \frac{10^5}{3\cdot 10} \approx 0,33\cdot 10^5 =$$

$$\approx 33\cdot 10^3 \text{ км}$$

$R \approx 16\cdot 10^3$ км

$R_\odot = 700\,000$ км - радиус Солнца

$R_\odot \approx 7\cdot 10^5$ км

$$\frac{R}{R_\odot} = \frac{16\cdot 10^3}{7\cdot 10^5} \approx 2\cdot 10^{-2} \Rightarrow R \approx 0,02\, R_\odot$$ - радиус звезды и планеты ⇒ планета - горячий Юпитер

(очевидно, в реальности радиус звезды несколько меньше)

Найдём ср. пл-ть звезды:

$$\langle\rho\rangle = \frac{3M}{4\pi R^3} = \frac{3\cdot 0,5\cdot 2\cdot 10^{30}}{4\cdot 3\cdot 2^3\cdot 10^{-6}\cdot (7\cdot 10^8)^3} = \frac{1\cdot 10^{30}}{4\cdot 3\cdot 8\cdot 10^{-6}\cdot 343\cdot 10^{24}} =$$

$$= \frac{10^{30}}{4\cdot 8\cdot 10^{-6}\cdot 3,4\cdot 10^2\cdot 10^{24}} = \frac{10^{30}\cdot 10^{-20}}{4\cdot 8\cdot 3,4} = \frac{10^{10}}{4\cdot 8\cdot 3,4} \approx \frac{10^{10}}{100} \approx 10^8 \text{ кг/м}^3$$

Мы получили очень большую плотность ⇒ перед нами не обычная звезда с главной последовательности и не гигант.

Вычислим плотность атома:

$\rho_a \sim \frac{3m_p}{4\pi a_0^3}$, $m_p \approx 1{,}7\cdot10^{-27}$ кг – масса протона

$a_0 \sim 10^{-12}$ м – размер атома

$\rho_a \sim \frac{3\cdot1{,}7\cdot10^{-27}}{4\pi\cdot10^{-36}} \sim 10^{36-27} \sim 10^{9}\ \frac{кг}{м^3}$ ⇒ мы получили

плотность порядка ~~ядерной~~ атомной.

Объектом не может быть чёрная дыра, т.к. она в привычном смысле не излучает (а на графике дано излучение в диапазоне на стыке инфракрасного и радио) ⇒ это либо белый карлик, либо нейтронная звезда. Полученной плотности и радиусу соответствует белый карлик.

Более аккуратный подсчёт (учитывая нецентральность затмения)

$2h$ вместо $2D \Rightarrow h = 33\cdot10^3$ км (см. рис. 2)

$h = 2R\cdot\sin\beta = 2R_s\cdot\sin\gamma \Rightarrow R = R_s\,\frac{\sin\gamma}{\sin\beta} \to$ ~~R(6)~~

По т-ме Пифагора:

$R^2 = \left(\frac{h}{2}\right)^2 + (R\cdot\cos\beta)^2$ (6) $\qquad R_s^2 = \left(\frac{h}{2}\right)^2 + (R_s\cdot\cos\gamma)^2$ (7)

$\cancel{\cos^2\beta = 1-\sin^2\beta}$

$\cancel{\cos^2\beta = 1-\frac{h^2}{4R^2}}$

$R_s^2(1-\cos^2\gamma) = \frac{h}{4}$

$\cancel{R^2 = \frac{h^2}{4} + R^2\left(1-\frac{h^2}{4R^2}\right)}$

~~R~~

$R\cos\beta + R_s\cdot\cos\gamma = l$

$\cancel{R_s^2\left(\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}\right)^2 = \frac{h^2}{2^2} + R_s^2\,\frac{\sin^2\gamma}{\sin^2\beta}\cdot\cos^2\beta}$

$\cancel{R_s^2\left(\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}\right)^2(1-\cos^2\beta) = \frac{h}{4}}$

$\cancel{\frac{\sin^2\gamma}{\sin^2\beta}}\cdot\sin^2$

$M = 0{,}5\,M_\odot$ отлично соотносится с пределом Чандрасекара $M \leq 1{,}4\,M_\odot$

$$S = R^2\beta + R_s^2\gamma - \frac{l \cdot h}{2}$$

$$S = R_s^2\left(\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}\right)^2\beta + R_s^2\gamma - \frac{lh}{2}$$

$$0{,}6\pi R_s^2 = R_s^2\left(\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}\right)^2\beta + R_s^2\gamma - \frac{lh}{2}$$

Зная тригонометр. ф-ции можно найти R_s, а затем и R.