N 1

Дано:
$0{,}5E_0 = 10^{55}$ Дж
$M_\odot = 2\cdot10^{30}$ кг
$c =$ ~~300000 км/с~~ $3\cdot10^8$ м/с
Найти:
$n = \frac{M}{M_\odot}$

Решение:

$$0{,}5E_0 = 10^{55}\text{ Дж} \Rightarrow E_0 = 2\cdot10^{55}\text{ Дж}$$

$$E_0 = Mc^2 \Rightarrow M = \frac{E_0}{c^2} = \frac{2\cdot10^{55}\text{ Дж}}{(3\cdot10^8\text{ м/с})^2} = \frac{2\cdot10^{55}\text{ Н}\cdot\text{м}}{9\cdot10^{16}\text{ м}^2/\text{с}^2} =$$

$$= \frac{2\cdot10^{39}}{9}\cdot\frac{\left(\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}\right)}{\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)} \approx 2{,}22\cdot10^{38}\text{ кг}$$

$$n = \frac{M}{M_\odot} = \frac{2{,}22\cdot10^{38}\text{ кг}}{2\cdot10^{30}\text{ кг}} = 1{,}11\cdot10^8\text{ звёзд}$$

Ответ: На чёрную дыру должно было упасть $1{,}11\cdot10^8$ звёзд, похожих на Солнце

N 4

Дано:
$T_п = \frac{1}{60} T_м$
$R = R_\oplus = 6{,}4\cdot10^6$ м
$\rho = 9\cdot10^8$ кг/м³
$M_{кр} = 2M$
Сравнить:
$R_{кр}$ и a

Решение:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\cdot3{,}14\cdot6{,}4^3\cdot10^{18}\text{ м}^3}{3} = \frac{4\cdot3{,}14\cdot262{,}144\cdot10^{18}}{3}\text{ м}^3 \approx$$

$$\approx \frac{3292{,}53\cdot10^{18}}{3}\text{ м}^3 = 1{,}09751\cdot10^{21}\text{ м}^3$$

$$M = V\cdot\rho = 9\cdot10^8\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\cdot1{,}09751\cdot10^{21}\text{ м}^3 = 9{,}87759\cdot10^{29}\text{ кг}$$

$$M_{кр} = 2M \approx 1{,}98\cdot10^{30}\text{ кг}$$

~~$V_{кр} = M_{кр} : \rho_{кр} = 1{,}98\cdot10^{30}$ кг $: 1000$ кг/м³ $= 1{,}98\cdot10^{27}$ м³~~

~~($\rho_\odot = 1500$ кг/м³, $\rho_{кр}$, очевидно, должна быть меньше~~

$$\frac{T_п^2(M_п+m_п)}{T_м^2(M_\odot+m_м)} = \frac{a_м^3}{a_м^3} \xrightarrow[M_\odot \gg m_м]{M \gg m_п} a = a_м\sqrt[3]{\frac{T_п^2\cdot M}{T_м^2\cdot M_\odot}} =$$

$$= a_м\sqrt[3]{\frac{M}{3600M_\odot}} \approx a_м\sqrt[3]{\frac{9{,}88\cdot10^{29}\text{ кг}}{3600\cdot1{,}98\cdot10^{30}\text{ кг}}} = a_м\sqrt[3]{\frac{1}{7200}} \approx$$

$$\approx \cancel{a_м\cdot19{,}3} = \cancel{0{,}4\text{ а.е.}\cdot19{,}3} = a_м\cdot\frac{1}{19{,}3} = 0{,}4\text{ а.е.}\cdot\frac{1}{19{,}3} = 6\cdot10^{10}\text{ м}\cdot\frac{1}{19{,}3} \approx$$

$$\approx 2{,}1\cdot10^9\text{ м}$$

$$V_{крит} = \frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{4\cdot3{,}14\cdot2{,}1^3\cdot10^{27}\text{ м}^3}{3} \approx 1{,}846\cdot10^{27}\text{ м}^3$$

$V_{крит}$ — объём звезды, при котором она поглотит планету

$$\rho_{крит} = M_{кр} : V_{крит} = 1{,}98\cdot10^{30}\text{ кг} : 1{,}846\cdot10^{27}\text{ м}^3 \approx$$

$$\approx 1000\text{ кг/м}^3$$

$6{,}4$
$\times\,6{,}4$
256
384
$40{,}96$
$\times\,6{,}4$
16384
24576
$262{,}144$
$\times\,4$
$1048{,}576$
$\times\,3{,}14$
4194304
1048576
3145728
$3292{,}52864$
$3292{,}53 \mid 3$
$-3 \quad 1097$
29
-27
22
-21
15
-15
0
$1{,}5\cdot10^{11}$ м $\mid 3$
-3
0
$1{,}09751$
$\times\,9$
$9{,}87759$
$9{,}88$
$\times\,2$
$19{,}76$
60
$\times\,60$
3600

Значит, при плотности гиганта 1000 кг/м³ и меньше планета не может существовать. Даже если считать, что плотность красного газового гиганта равна плотности Солнца, 1500 кг/м³, то даже так, планета была бы очень близко к звезде, и, скорее всего, упала бы на неё. А плотность гиганта много меньше плотности Солнца, поэтому планета не могла быть здесь, когда звезда была красным гигантом

Ответ: нет, не могла

N 5

Дано:

$M = 4M_{\odot} = 8 \cdot 10^{30}$ кг

$m = 3 \cdot 10^{24}$ кг

$a = 4$ а.е.

$a_c = 400\,000$ км

$v_c = 800$ км

Найти:

S_c

Решение:

$M \gg m$

$$\frac{T^2(M+m)}{T_{\oplus}^2(M_{\odot}+m_{\oplus})} = \frac{a^3}{a_{\oplus}^3} \Rightarrow T = T_{\oplus}\sqrt{\frac{a^3 \cdot M_{\odot}}{a_{\oplus}^3 \cdot M}} =$$

$M_{\odot} \gg m_{\oplus}$

$$= T_{\oplus}\sqrt{\frac{64 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{1 \cdot 8 \cdot 10^{30}}} = T_{\oplus}\sqrt{16} =$$

$= 4T_{\oplus} = 4$ года

$$V_c = \sqrt{\frac{Gm}{a_c}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 10^{8}} \frac{м^2}{с^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 3 \cdot 10^5}{4} \frac{м^2}{с^2}} \approx \sqrt{5 \cdot 10^5 \frac{м^2}{с^2}} \approx 2{,}2 \cdot 3{,}15 \cdot 10^2 \text{ м/с} = 693 \text{ м/с} =$$

$= 0{,}693$ км/с

$$T_c = \frac{2\pi a_c}{V_c} = \frac{6{,}28 \cdot 400\,000 \text{ км}}{0{,}693 \text{ км/с}} \approx 1741000 \text{ с} \approx 20{,}13 \text{ день}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T} \Rightarrow S = \frac{T \cdot T_c}{T - T_c} = \frac{1461 \cdot 20{,}13}{1440{,}87} = \frac{29409{,}93}{1440{,}87} \approx 20{,}3 \text{ дня}$$

Если вращение в одну сторону

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_c} + \frac{1}{T} \Rightarrow S = \frac{T \cdot T_c}{T + T_c} = \frac{29409{,}93}{1481{,}13} \approx 20{,}4 \text{ дня}$$

Если вращение в противоположные стороны

Ответ: Если спутник и планета вращаются в одном направлении, то 20,3 дня, а если в разные, то 20,4 дня

№2

$h_{в.к.} = 90° - |\varphi - \delta|$ $h_{н.к} = \varphi + \delta - 90°$

Найдём разницу во времени между Санкт-Петербургом и селом

$\Delta t = \Delta\lambda = \lambda_{х} - \lambda_{с.п.} = 102,5° - 30,3° = 72,2° \approx 4,81$ ч.

Значит, в Хатанге звезда была уже в верхней кульминации $4,81 - 2 = 2,81$ ч назад (Не забываем, что смотрим мы на неё через 1,5 ч, значит она была $2,81 + 1,5 = 4,31$ ч назад)

Найдём $h_{в.к.}$ и $h_{н.к}$ для села Хатанга

$h_{в.к.} = 90° - |72° + 3°| = 15°$ $h_{н.к.} = 72° - 3° - 90° = -21°$

Между $h_{в.к.}$ и $h_{н.к}$ — 12 ч и $\Delta h = h_{в.к.} - h_{н.к} = 36°$

12 ч — 36°

4,31 ч — x

$x = \dfrac{36° \cdot 4,31}{12 ч} = 3° \cdot 4,31 = 12,93°$

Значит, звезда ушла на 12,93° вниз после верхней кульминации

(~~$h = h_{в.к.} - x = 15° - 8,43° = 6,57° > 0°$~~)

$h = h_{в.к.} - x = 15° - 12,93° = 2,07° > 0°$

Звезда будет над горизонтом, её можно будет наблюдать через 1,5 ч после сообщения.