РОЛ-42.

№1

разрешение круглого телескопа в некотором диапазоне

порядка $\frac{\alpha \lambda}{D}$ ~~α вод~~ $\alpha \approx 1.22$ – коэффициент от дифракции на щели как раз и отличие из-за этого α (круглость зеркала его дает).

в момент, когда угл. расстояние θ между двумя звездами равно разрешению мы можем различить ее.

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{1.22 \cdot 3 \cdot 10^{-7}}{2.4} \approx \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-7} = \underline{1.5 \cdot 10^{-7} \text{ рад}}$$

можно перевести в угл. секунды, домножив на $2 \cdot 10^5$:

$$\theta = 1.5 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^5 = 3 \cdot 10^{-2}{}''$$

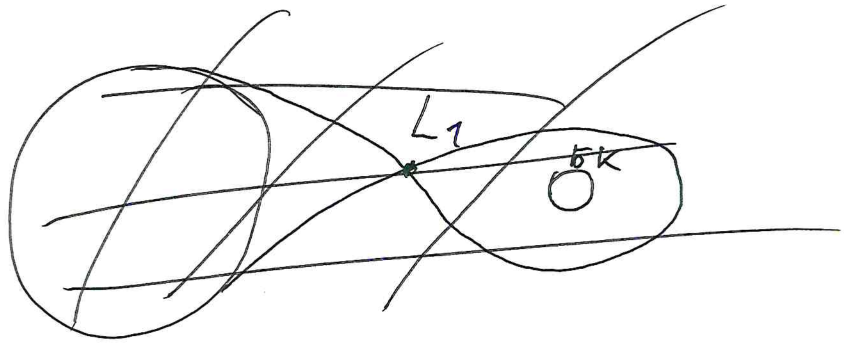
Я думаю в этой задаче должен быть подвох. ~~Он~~ не связан со зв. величиной тоько (может быть, что когда система двойная, мы видим на нашем телескопе блеск ~~одной~~ суммарный, но не видим блеск отдельных). это явно не та проблема, т.к. у Капеллы видимая величина примерно 0, значит у компонент ~~порядка~~ $2.5 \lg 2$, т.е. ~~0.6~~ 0.75, а ~~это~~ хаббл возьмет) с атмосферой тоже проблем нет. с межзвездным поглощением тоже ...

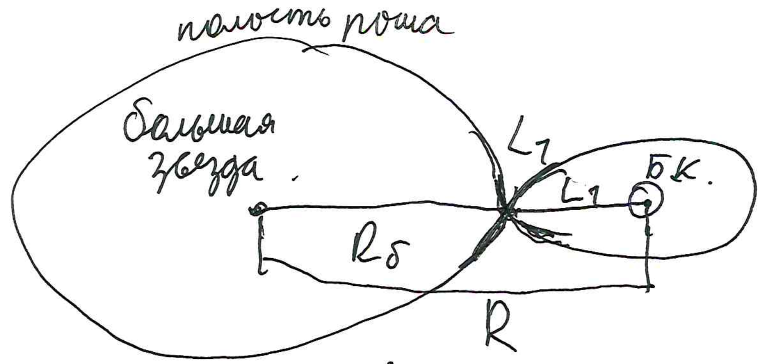
С болью я пишу этот ответ: $3 \cdot 10^{-2}{}''$.

1

№3. Vол-42

Каждый хоть раз задавался вопросом: А в какой момент начинается аккреция? Ответ - когда звезда полностью заполняет свою полость роша. Полость роша, как известно, заканчивается в т. Лагранжа L_1. Все выглядит так:





расстояние до т. L_1 от меньшего из компонентов можно посчитать из формулы:

$$L_1 = R\cdot\sqrt[3]{\frac{M_1}{(M_1+M_2)\cdot 3}} \qquad M_1 < M_2$$

заметим, что:

$$L_1 + R_б = R$$ ($R_б$ - радиус большей, R - расст. между центрами)

можно исключить L_1. тогда:

$$R\sqrt[3]{\frac{M_1}{(M_1+M_2)\cdot 3}} + R_б = R$$

обозначим $\left(\frac{M_1}{(M_1+M_2)\cdot 3}\right)^{\frac{1}{3}} = \alpha$.

тогда:

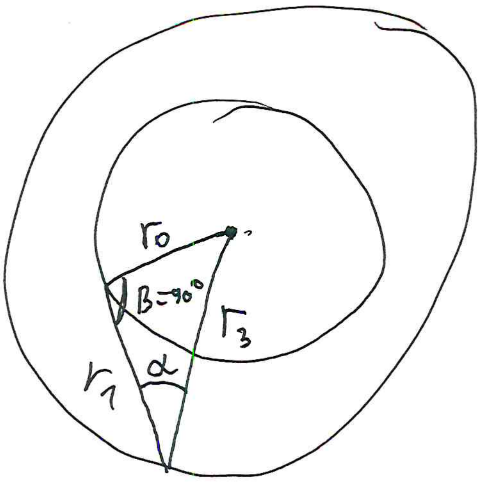
$R\alpha + R_б = R$. $\alpha = \frac{R-R_б}{R} = 1 - \frac{R_б}{R} = 1 - \frac{0.1}{0.14} = 1 - \frac{10}{14} = \frac{2}{7}$

$\alpha^3 = \frac{8}{343} \Rightarrow \frac{M_1}{M_1+M_2} = \frac{24}{343} = \frac{1}{1+\frac{M_2}{M_1}}$ $\frac{M_2}{M_1} = \frac{343}{24} - 1 = \frac{319}{24} = 13\frac{5}{24}$

$M_2 = 13\frac{5}{24} M_\odot$ прод. на стр. 3

Дом-42

№ 2.



заметим, что в тр-нике С-А-З:

$$\frac{r_0}{\sin\alpha} = \frac{r_3}{\sin\beta} \Rightarrow \sin\beta = \sin\alpha\cdot\frac{r_3}{r_0}$$

но $\sin\alpha = r_0$ а.е. $= \frac{\sqrt{3}}{2}$, т.е. астероид в элонгации при набл. с Земли.

расстояние З-Аст. составляет

$$\sqrt{1-\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \text{ а.е.}$$

разберемся что происходит:

$$E = \frac{L}{4\pi r_0^2}\cdot\pi R^2\cdot A\cdot\Phi\cdot\frac{1}{4\pi r_1^2}$$ — освещенность на Земле.

Солнце посветило; отразил долей площади; равномерно засветил как зеркальный шар.

сравним с луной в полнолунии ($m_{луны} \approx -12.8^m$).

$$m_{аст} - m_{луны} = -2.5\lg\left(\frac{R^2_{аст}}{R^2_{луны}}\cdot\frac{r_{л-с}^2}{r_0^2}\cdot\frac{r_{л-З}^2}{r_1^2}\cdot\frac{0.5}{1}\right)$$

$r_{л-с} \approx 1$ а.е. - это расст. от луны до солнца.

посчитаем $\left(\frac{R_{аст}}{R_{луны}}\right)^2 = \left(\frac{50}{1700000}\right)^2 = \left(\frac{1}{34000}\right)^2$

$r_{л-З} = 400000$ км $= \frac{4}{15}\cdot10^{-2}$ а.е.

итого:

$$m_{аст} - m_{луны} = -2.5\lg\left(\frac{1}{(34000)^2}\cdot\frac{4}{3}\cdot4\cdot\left(\frac{4}{15}\cdot10^{-2}\right)^2\cdot0.5\right) =$$

$$= -2.5\lg\left(\frac{128\cdot10^{-4}}{3\cdot225\cdot34^2\cdot10^6}\right) = -2.5\lg\left(\frac{2^7}{3\cdot5^2\cdot3^2\cdot17^2\cdot2^2}\right) + 2.5\lg(10^{10}) =$$

$$= -12.5\lg2 + 7.5\lg3 + 5\lg5 + 5\lg17 + 25$$

подставим $\lg2 = 0.3$, $\lg3 = 0.5$, $\lg5 = 0.6$, $\lg17 \approx \lg16 \approx 4\lg2 \approx 1.2$

получим:

$$m_{аст} = m_{луны} - 3.75 + 3.75 + 3 + 6 + 25 = m_{луны} + 34 = 21.2^m$$

4

итак, масса компоненты примерно 13.2 $M_\odot$.

ее радиус 0.1 а.е. = $1.5 \cdot 10^{11} \cdot 0.1 = 1.5 \cdot 10^{10}$ м.

объем звезды: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \approx 4 r^3 \approx 4 \cdot 1.5^3 \cdot 10^{30}$ м³.

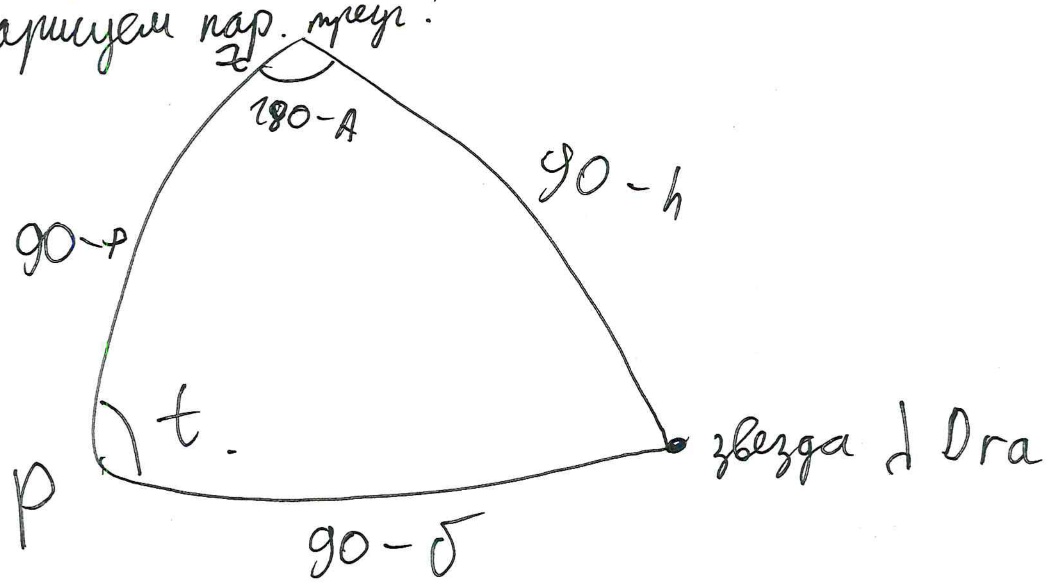
$M = 26.4 \cdot 10^{30}$ кг.

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{26.4}{4 \cdot 1.5^3} \approx \frac{6}{1.5^3} \approx \frac{6}{3.375} \approx 2 \ \frac{кг}{м^3}$$

~~№2~~

№5. Дом - 42

отметим, что данная звезда проходит вблизи зенита, а кульминирует на высоте примерно 40° (в нижней кульмина-ции). нарисуем пар. треуг:

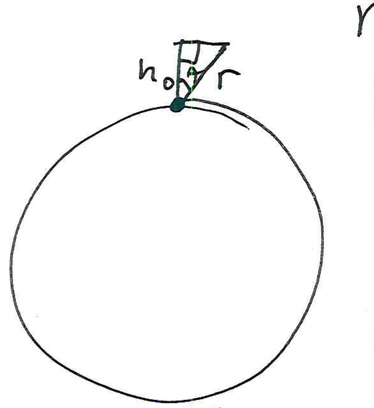


пишем сф. т. косинусов:

cos $\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$

разберемся как зависит от зенитного расстояния атмосферный столб. При малых z:

$$r \approx \frac{h}{\cos z} \approx \frac{h_0}{\sin h}$$



Как известно из закона Бугера-Ламберта-Бэра:

$I = I_0 e^{-\alpha r}$ α - коэф, зависящий от свойств атмосферы, r - длина пути, который луч пройдет в атмосфере.

т.е, $\lg\frac{I}{I_0} = -\lg e \cdot \alpha \cdot r = -0.4 \cdot (m - m_0)$

т.е, $m - m_0 \sim L$. (m_0 - внеатм. величина)

мы видим что: $m = m_0 + kr$, а $r \approx \frac{h_0}{\sin h}$

т.е, $m(h) = m_0 + \frac{k h_0}{\sin h} = m_0 + \frac{k h_0}{\sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t}$

наверное не особо есть смысл считать коэф-ты, т.к я все равно не очень помню значение k. Плюс спрашивался же вид зависимости, а его я нашел. прод. на стр. 6

~~однако на $z \approx$~~ я думаю, что такое приближение вполне оправдано, т.к. для звезды ~~$z \le 0$~~ максимальное z из всех — в н.к. примерно равно:

$$h = \varphi + \delta - 90 \approx 140 - 90 \approx 50^\circ \Rightarrow z \approx 40^\circ.$$

До таких z приближение оправдано.

В более общем случае придется писать ~~ср. тео~~ теорему косинусов, и $r(h)$ будет иметь вид:

~~$r = -4R_\odot \sin h + \sqrt{r^2 \sin^2 h - h_0^2} =$~~

~~$r = -R_\odot \sin h + \sqrt{r^2 \sin^2}$~~

$$r = -R_\oplus \sin h + \sqrt{\cancel{4}R_\oplus^2 \sin^2 h + 2Rh}$$

можно было тут снова проделать все тоже самое, однако вряд ли это оправдано.

№4 Дол-42

Отметим, что светимость Н.З. в оптическом диапазоне сильно меньше светимости звезды Г.П.
То есть вся наша задача сводится к тому, чтобы определить, к какому спектр. классу принадлежит звезда ГП. Вряд ли у Н.З. есть линия H_α, т.е. отклонение линии H_α вызвано движением звезды ГП вокруг Ц.М.
Рентгеновские пульсации это явно что-то связанное с нейтронной звездой.
Я думаю что 1 секунда — это период обращения Н.З. вокруг своей оси, и Н.З. на самом деле — рентгеновский пульсар. Вот она спокойно себе пульсирует, но появляются отклонения. Я думаю эти отклонения связаны снова с движением вокруг Ц.М. В момент, когда в системе, ~~движущейся~~ я лучевая скорость движущейся с той же скоростью, что и Ц.М. пульсара 0, мы видим пульсации с $T = 1$ с. ~~предположим где-то на полюсе пульсара рентгеновский маяк, и он посылает эти импульсы каждый раз когда находится~~
базово частота прихода сигнала 1 Гц. но иногда может быть порядка:

$$\frac{1}{1+10^{-4}} \simeq 1-10^{-4} \text{ Гц}.$$

видимо это связано с наличием лучевой компоненты скорости. ~~эффект~~ поскольку:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow d\nu = -\frac{c}{\lambda^2}d\lambda = -\frac{\nu}{\lambda}d\lambda \Rightarrow -\frac{d\nu}{\nu} = \frac{d\lambda}{\lambda}$$

т.е, $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} = -\frac{\Delta\nu}{\nu}$

у нас $\Delta\nu = 10^{-4}$ Гц, $\nu = 1$ Гц, т.е. $\frac{v}{c} = 10^{-4}$

Отметим важную вещь: 1). это не полная скорость, а проекция полной скорости на луч зрения равная $v \sin i$ (i — угол к карт. плоскости)

Аналогичные рассуждения давайте проведем и для второй звезды:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{V_r}{c} = \frac{V_2 \sin i}{c}$$

$$\lambda = 6563\,A \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{13126} = \frac{V_2 \sin i}{c}$$

разберемся со скоростями: при движении по кр. орбите $\Sigma F = \frac{mv^2}{r}$.

тогда:

$$\frac{V_1^2}{r_1} = \frac{GM_2}{a^2} \qquad r_1 = a\frac{M_2}{\Sigma M}$$

аналогично:

$$\frac{V_2^2}{r_2} = \frac{GM_1}{a^2} \qquad r_2 = a\frac{M_1}{\Sigma M}$$

отсюда:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{M_2}{M_1}$$

но:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{10000} : \frac{1}{13126} = \frac{V_{r1}}{c} : \frac{V_{r2}}{c}$$

$$\frac{M_2}{M_1} \approx 1.3126 \approx 1.3.$$

учитывая что $M_1 = 1.4 M_\odot$, то $M_1 = 1.8 M_\odot = \frac{9}{5} M_\odot$

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4$$ для звезд ГП с М близкими к $M_\odot$.

т.е, $L = L_\odot \cdot \frac{9^4}{5^4} \approx 10.5\, L_\odot$

для таких звезд ГП болометрическая поправка мала т.е. их светимость примерно равна светимости в оптике. Это и есть ответ.

8