ГАТ-9 1 и 37

№3

Сначала найдём большую полуось (в данном случае радиус) орбиты планеты по III закону Кеплера, сравнивая с системой Солнца и Земли:

$$\frac{T^2(M+m)}{T_\oplus^2(M_\odot+m_\oplus)}=\frac{a^3}{a_\oplus^3} \Leftrightarrow T^2\cdot 2 = a^3 \Rightarrow$$

$$a=\sqrt[3]{4^2\cdot 2}=\sqrt[3]{2^4\cdot 2}=2\sqrt[3]{4}\approx 2\cdot 1{,}2=2{,}4\ \text{а.е.}$$

Теперь можно найти освещенность на поверхности планеты, создаваемую звездой, пренебрегая поглощением атмосферы:

$E=\frac{L}{4\pi a^2}$, учитывая, что звезда главной последовательности, можно сказать, что $\frac{L}{L_\odot}=\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4 \Rightarrow L=2^4L_\odot=16L_\odot$

Тогда $E=\frac{16L_\odot}{4\pi a^2}=\frac{16L_\odot}{4\pi(2{,}4\cdot a_\oplus)^2}=\frac{16}{2{,}4^2}\cdot\boxed{\frac{L_\odot}{4\pi a_\oplus^2}}\to E_\oplus$ (освещённость, создаваемая ☉, у пов-ти Земли).

Зная, что $E_\oplus\approx 1360\frac{Вт}{м^2}$, находим

$$E=\frac{16}{5{,}76}\cdot 1360\frac{Вт}{м^2}\approx\frac{16}{5{,}75}\cdot 1360\frac{Вт}{м^2}\approx 2{,}75\cdot 1360\frac{Вт}{м^2}=3740\frac{Вт}{м^2}$$

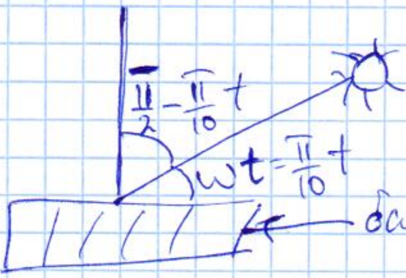
Умножив E на площадь батареи и на $\eta=0{,}1$ (эффективность), получаем мощность батареи:

$$P=3740\frac{Вт}{м^2}\cdot 100\,м^2\cdot 0{,}1=37400\,Вт=37400\cdot 3600\frac{Дж}{ч}$$

Как известно, освещённость пропорциональна косинусу угла между нормалью и падающим лучом. Понятно, что лучи будут падать время, равное $\frac{\tau}{2}=\frac{20ч}{2}=10ч$. Угловая скорость планеты вокруг своей оси равна $\omega=\frac{2\pi}{\tau}=\frac{2\pi}{20ч}=\frac{\pi}{10}$. Тогда угол (высота) звезды от горизонта:

ГАТ-9

с момента восхода ($t=0$) изменяется как
$h = \frac{\pi}{10} t$, t - время с восхода до достижения высоты h.
(Т.к. батарея расположена на экваторе, то звезда проходит через зенит и её угловая скорость равна угловой скорости обращения планеты вокруг оси).
Тогда угол между нормалью к ~~зеркалу~~ батарее и падающими лучами звезды изменяется как
$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} t$:



Тогда зависимость $P(t)$ будет выглядеть как:
$P(t) = 37400\,\text{Вт} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} t\right) = 37400 \sin\left(\frac{\pi}{10} t\right)$ Вт
Тогда энергия за $t = 10$ часов будет равна

$$E = \int_0^{10} 37400 \cdot 3600 \sin\left(\frac{\pi}{10} t\right) dt \approx$$

$$\approx \int_0^{10} 1{,}35 \cdot 10^8 \frac{\text{Дж}}{\text{ч}} \sin\left(\frac{\pi}{10} t\right) dt = -1{,}35 \cdot 10^8 \cos\left(\frac{\pi}{10} \cdot 10\right) + 1{,}35 \cdot 10^8 \cos 0^\circ =$$

$$= 1{,}35 \cdot 10^8 \cdot 2 = 2{,}7 \cdot 10^8\ \text{Дж} = 270\ \text{МДж}$$

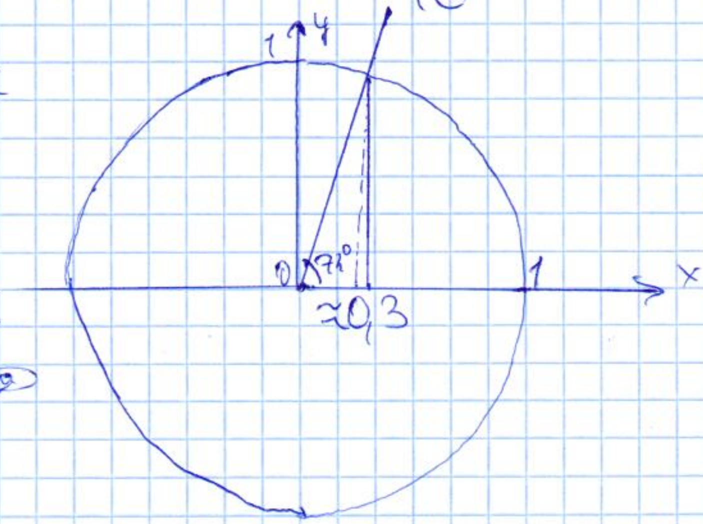
Если считать энергию за одни земные сутки, то звезда успеет подняться ещё на $\frac{\pi}{10} \cdot t = \frac{\pi}{10} \cdot 4\text{ч} = \frac{2\pi}{5}$ рад (т.к. 1 сут - 20 часов = 4 часа), и энергия за 10 часов + энергия за 4 часа = энергия за всё время.

$$\mathcal{E}_0 = 270\,\text{МДж} + \int_0^4 1{,}35\cdot10^8 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) =$$

$$= 270\,\text{МДж} - 1{,}35\cdot10^8\cos\frac{2\pi}{5}\,\text{Дж} + 1{,}35\cdot10^8\cos0^\circ\,\text{Дж} \approx$$

$$= 270\,\text{МДж} - 1{,}35\cdot10^8\cdot\frac{3}{10} + 1{,}35\cdot10^8$$

Оценим косинус угла $\frac{2\pi}{5} = 72^\circ$:



$$\mathcal{E}_0 = 270\,\text{МДж} - 4{,}05\cdot10^7\,\text{Дж} + 1{,}35\cdot10^8\,\text{Дж} =$$
$$= 270\,\text{МДж} + 135\,\text{МДж} - 40\,\text{МДж} = 365\,\text{МДж} = 3{,}65\cdot10^8\,\text{Дж}$$

Ответ: $365\,\text{МДж} = 3{,}65\cdot10^8\,\text{Дж}$

№4

Найдём ~~абсолютную~~ видимую звёздную величину звезды, если бы её свет ничем бы не поглощался:

$M = m + 5 - 5\lg d \Rightarrow m = M - 5 + 5\lg d$

$\lg d = \lg 310\,\text{пк} \approx \lg_{10} 10\cdot10\cdot\sqrt{10}\,\text{пк} \approx \lg 10^{\frac{5}{2}} \approx \frac{5}{2}$

$m = -2{,}5^m - 5 + 2{,}5\cdot(5) = 12{,}5 - 5 - 2{,}5 = 5^m$

Таким образом, понятно, что $0{,}7^m$ что-то поглощает. Значит, пренебрегая межзвёздным поглощением, можно считать, что ~~всё световой поток~~

Туманность поглощает свет, равный $0{,}7^m$. Поэтому она находится ближе к нам, чем звезда. Будем считать, что весь поглощённый свет туманность излучает. ~~Тогда освещённость туманности зависит по формуле Погсона получаем:~~

~~Получается, что если бы туманность и звезда находились бы на одинаковых расстояниях, освещённость туманности составляла~~ ~~Туманность, освещённость её по формуле Погсона равна~~ Туманность поглощает все $0{,}7^m$, значит, можно найти долю освещённости звезды, поглотимую туманностью:

$\Delta m = 0{,}7 - 5{,}7 = -5^m$ $\quad 10^{0{,}4\Delta m} = \frac{E_T}{E_{зв}} = 10^{-2}$. Значит, светимость туманности составляет $\frac{1}{100}$ светимости звезды.

~~Расстояние до туманности равно:~~

~~8770~~ Если бы туманность находилась бы на расстоянии, равному 931 пк, то ее зв. величина была бы равна

$$m_T = m_{зв} + 2{,}5\lg\frac{L_{зв}}{L_T} = 5{,}7^m + 2{,}5\lg 100 = 7{,}7^m,$$ а так как её зв. вел. составляет $5{,}7^m$,

ГАТ-9

5437

то $5{,}7^m = 7{,}7^m + 2{,}5\lg\frac{x^2}{310^2}$ =>

$-2^m = 2{,}5\lg x^2 - 5\lg 310 \xrightarrow{12{,}5}$ =>

=> ~~$4{,}5 = 2{,}5\lg x^2$~~

~~$4{,}18 = \lg x^2$~~

~~$2{,}9 = \lg x$~~

~~$x = 10^{-2{,}9} \approx 10^{-3} = \frac{1}{1000}$ пк~~

$12{,}1^m = 5\lg x$

$2{,}45^m = \lg x$

$x = 10^{2{,}45}$

Ответ: $x = 10^{2{,}45}$ пк

№2

Изменение звездной величины связано с ~~восходом Сириуса~~ повышением или понижением Сириуса относительно горизонта за время $t = 30c$. Угловая скорость Земли, равная $\frac{2\pi}{T}$, и угловая скорость на широте $\varphi = 28°$, равна $\frac{2\pi}{T}\cos 28°$. Определяя звёздное время в новогоднюю ночь, можно определить часовой угол Сириуса, посчитать его угловую скорость и умножить на 30с.

ГАТ-9 №1 6из7

Известно, что высота геостационарной орбиты примерно равна 38400 км, тогда радиус орбиты от центра ⊕ равен ≈ 42000 км = R

Скорость на такой орбите равна

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{6{,}7\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}{42\cdot10^{6}}} \approx \frac{6{,}4\cdot10^{6}\cdot\sqrt{10}}{6{,}5\cdot10^{3}} = 3{,}1\cdot10^{3}\,\frac{м}{с} \approx$$

$$\approx 3{,}1\,\frac{км}{с}$$

$\Delta v = 0{,}31\,\frac{км}{с} \Rightarrow v_{нов} = 3{,}4\,\frac{км}{с}$. Понятно, что новая скорость будет являться перигелием эллиптической орбиты.

$$v_{пер} = \sqrt{\frac{GM}{a}\,\frac{1+e}{1-e}} \Rightarrow \sqrt{3{,}1\,\frac{км}{с}(1+e)} = 3{,}4\,\frac{км}{с}$$

$$1+e = \frac{11{,}56}{9{,}61} \approx 1{,}2 \quad \text{откуда } e = 0{,}2$$

В афелии: $Q = a(1-e)$

$$a = \frac{a(1-e)}{1-e} = \frac{42000}{0{,}8} = 33\,600 \text{ км}$$

$$Q = 33600\,(1+0{,}2) = 40\,320 \text{ км}$$

$$v_{ап} = \sqrt{\frac{GM}{a}\cdot\frac{1-e}{1+e}}$$

Найдя скорость в афелии и вычев из неё 10%, можно найти скорость в афелии новой орбиты, и посчитать по III закону Кеплера её период. Аналогичными действиями,

ГАТ-9

7из7

Только противоположными (Сначала из $3{,}1\,\frac{км}{с}$ вычесть $0{,}31\,\frac{км}{с}$, и посчитать, что

$$v=\sqrt{\frac{GM}{a}\,\frac{1-e}{1+e}} \Rightarrow \sqrt{2{,}7\,\frac{км}{с}\,(1-e)}=v,$$

потом также найти скорость в перигелии орбиты, потом прибавить к ней 10% и посчитать большую полуось получившейся орбиты) находим её период по III закону Кеплера и вычитаем одно из другого.