САМ 7 | стр 1

№1.

1) Определим большую полуось предполагавшейся орбиты:

Для первого импульса с увеличением скорости на 10%, т.е. в 1,1 раза, справедливо соотношение:

$$\sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{a_0}}\cdot 1{,}1 = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{a_1}\cdot\left(\frac{1+e_1}{1-e_1}\right)};$$

где: $M_{\oplus}$ – масса Земли
a_0 – первоначальная орбита, для геостационарного спутника: $a_0 \approx 42000$ км
a_1 – большая полуось орбиты после первого импульса
e_1 – эксцентриситет орбиты после первого импульса

$$\frac{1{,}21}{a_0} = \frac{1+e_1}{a_1(1-e_1)}$$

После первого импульса a_0 – стало перигеем орбиты q_1

$a_0 = q_1 = a_1(1-e_1)$

Значит:

$$\frac{1{,}21}{q_1} = \frac{1+e_1}{q_1} \Longrightarrow 1{,}21 = 1+e_1$$
$$e_1 = 0{,}21$$

Тогда: $a_1 = \frac{q_1}{1-e_1} = \frac{q_1}{0{,}79} = \frac{a_0}{0{,}79}$; А апогей получившейся орбиты после первого импульса должен был быть:

$$Q_1 = a_1(1+e_1) = \frac{1{,}21 q_1}{0{,}79} = \frac{1{,}21\cdot a_0}{0{,}79}$$

Далее, для второго импульса справедливо соотношение:

$$\sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{a_1}\cdot\frac{(1-e_1)}{(1+e_1)}}\cdot 0{,}9 = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{a_2}\left(\frac{1-e_2}{1+e_2}\right)};$$

где: a_2 и e_2 – итоговые предполагавшиеся хар-ки орбиты

$$\frac{1-e_1}{a_1(1+e_1)}\cdot 0{,}81 = \frac{1-e_2}{a_2(1+e_2)};$$

При этом нужно заметить, что после ~~первого импу~~ второго импульса тело осталось в апогее орбиты; $Q_1 = Q_2$

$$\frac{0{,}79\cdot 0{,}81}{Q_1} = \frac{1-e_2}{Q_2} \Rightarrow 0{,}79\cdot 0{,}81 = 1-e_2$$
$$e_2 = 1-0{,}79\cdot 0{,}81 \approx 1-0{,}64 = 0{,}36$$

При этом: $Q_2 = a_2(1+e_2) = a_2\cdot 1{,}36$

$$a_2 = \frac{Q_2}{1{,}36} = \frac{Q_1}{1{,}36} = \frac{1{,}21\cdot a_0}{0{,}79\cdot 1{,}36} = \frac{1{,}21\cdot 42000\text{ км}}{0{,}79\cdot 1{,}36} \approx \frac{50820\text{ км}}{1{,}088} \approx 46600\text{ км}$$

Вывод:

○ O $\xleftrightarrow{a_0}$ – первоначальная орбита

Q_1 ○ O ∘ q_1 – увеличили апогей

Q_2 ○ O ∘ q_2 – уменьшили перигей

Продолжение на след. стр.

САМ7 ~~≷~~

Продолжение №1:

2) Аналогично первому пункту определим, как же изменилась орбита на самом деле:

Для первого импульса:

$$\sqrt{\frac{GM_\oplus}{a_0}}\cdot 0{,}9=\sqrt{\frac{GM_\oplus}{a_1}\cdot\frac{1-e_1}{1+e_1}}$$

$$\frac{0{,}81}{a_0}=\frac{1-e_1}{Q_1}$$; место, где находился спутник в момент первого импульса стало апогеем $a_0=Q_1$

Значит:

$0{,}81=1-e_1$

$e_1=0{,}19 \Rightarrow a_1=\frac{Q_1}{1+e_1}=\frac{a_0}{1+0{,}19}=\frac{a_0}{1{,}19}$; $q_1=a_1\cdot(1-e_1)=a_1\cdot(1-0{,}19)$

Для второго импульса:

$$\sqrt{\frac{GM_\oplus}{a_1}\cdot\frac{1+e_1}{1-e_1}}\cdot 1{,}1=\sqrt{\frac{GM_\oplus}{a_2}\cdot\frac{1+e_2}{1-e_2}}$$

$$\frac{1+e_1}{a_1(1-e_1)}\cdot 1{,}21=\frac{1+e_2}{a_2(1-e_2)}$$

$$\frac{(1+e_1)\cdot 1{,}21}{q_1}=\frac{1+e_2}{q_2}$$; — перигей орбиты не изменился $q_1=q_2$

$(1+e_1)\cdot 1{,}21=1+e_2$

$1{,}19\cdot 1{,}21=1+e_2$

$e_2=1{,}19\cdot 1{,}21-1\approx 0{,}452$

Значит, орбита, которая получилась в итоге, имела большую полуось:

$$a_{ит}=\frac{q_1}{1-e_2}=\frac{a_1\cdot 0{,}89}{1-0{,}452}=\frac{a_0\cdot 0{,}89}{1{,}19\cdot 0{,}548}\approx\frac{42000\text{км}\cdot 0{,}89}{0{,}66}=\frac{37380}{0{,}66}\approx 56200\text{км}$$

3) Далее, по третьему закону Кеплера, отн-но Луны найдём оба периода обращения:

Предполагаемой:

$$\frac{a_2^3}{a_л^3}=\frac{T_2^2}{T_л^2}\Rightarrow T_2=\sqrt{\frac{a_2^3\cdot T_л^2}{a_л^3}}$$

Получившийся:

$$T_{ит}=\sqrt{\frac{a_{ит}^3\cdot T_л^2}{a_л^3}}$$

Их разность:

$$T_{ит}-T_2=\sqrt{\frac{T_л^2}{a_л^3}}\cdot\left(\sqrt{a_{ит}^3}-\sqrt{a_2^3}\right)=\dots$$

Продолжение на след. стр.

Изменения орбиты:

1. Уменьшим перигей
2. Находясь в перигее, увеличим апогей

CAM7 Продолжение №1:

$$T_{ит} - T_2 = \sqrt{\frac{(27\,дн)^2}{(384400\,км)^3}} \cdot \left(56200\,км\cdot\sqrt{56200\,км} - 46600\,км\sqrt{46600\,км}\right) =$$

$$= \frac{27\,дн}{384400\,км}\sqrt{\frac{1}{384400}}\cdot\left(56200\sqrt{56200} - 46600\sqrt{46600}\right)км \approx 0{,}32\,ч$$

Ответ: ≈ 0,32 часа (получившаяся орбита имеет ~~большую~~ больший период)

№3

1) По третьему обобщённому закону Кеплера найдём большую полуось орбиты планеты:

$$\frac{T^2\,2M_\odot}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{T^2\cdot 2M_\odot G}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{4^2\cdot T_\oplus^2\cdot 2M_\odot\cdot G}{4\pi^2}} =$$

$$= \sqrt[3]{2^5}\cdot\sqrt[3]{a_\oplus^3} = 1\,а.е.\cdot\sqrt[3]{2^5} = 1\,а.е.\cdot\sqrt[3]{32}$$

2) Вспомним, что для звёзд ГП справедлива зависимость масса-светимость, где для данной звезды можно записать соотношение:

$$\frac{L}{L_\odot} = \frac{M^3}{M_\odot^3}$$

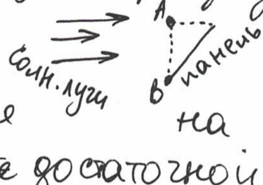
(т.к. степень 4,5 актуальна для более ~~тяжелых~~ массивных звёзд)

$$L = 2^3 L_\odot = 8L_\odot$$

Заметим, что $L_\odot \approx 3{,}828\cdot10^{26}$ Вт

3) Планета ~~вращается~~ вращается подобно нашей Земле, но с углом наклона оси $\varepsilon = 0°$.

Значит, в течение всего года, за каждые сутки солнечная панель будет производить одинаковое кол-во энергии. Однако её полезная площадь будет изменяться каждый час. (Полезная площадь – перпендикулярная направлению на Солнце площадь панели:



АВ – полезная пл.)

Заметим, что панель находится на солнечной стороне половину дня, т.е. 10 часов. С ~~опред~~ достаточной точностью можем утверждать, что скорость изменения полезной площади панели постоянна, а значит, можно сказать, что полезная

Продолжение на след. листе.

САМ 7! Продолжение №3. [стр 4]

площадь была равна полной 5 часов (половину от 10ч.)

4) Таким образом, энергия, производимая панелью за 1 сутки:

$$E = \frac{L}{4\pi a^2} \cdot S \cdot A \cdot T;$$ где: $L = 8L_\odot$; $a^2 = (\sqrt[3]{2^{10}})$ а.е.; $S = 100 м^2$; $A = 0{,}1$ (т.к. эфф-ть 10% => $\frac{10\%}{100\%} = 0{,}1$); $T = 5$ часов

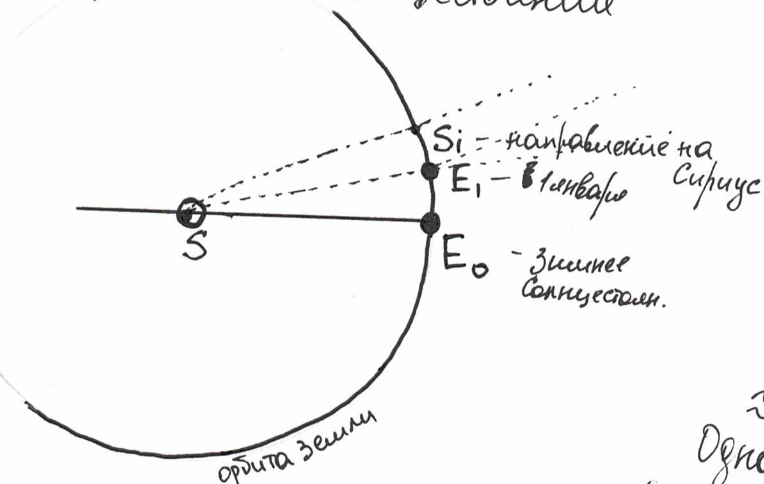
$$E = \frac{8 \cdot 3{,}828 \cdot 10^{26} Вт}{4\pi \cdot \sqrt[3]{2^{10}} \cdot 149{,}6 \cdot 10^9 м} \cdot 100 м^2 \cdot 0{,}1 \cdot 5 \cdot 3600 с =$$

$$= 25 \cdot 10^{18} Дж$$

Ответ: $25 \cdot 10^{18}$ Дж

№2

После зимнего солнцестояния прошло ≈ 8 дней. За это время Земля сместилась на орбите на ≈ 8° от точки зимнего солнцестояния



$\angle E_0SE_1 \approx 8°$

$\angle E_0SS_1 = 45^m = \left(\frac{3}{4}\right)^h = \frac{3}{4} \cdot 15° = \left(\frac{45}{4}\right)° = 11{,}25°$

Сириус на данной широте должен кульминировать в южной части небесной сферы. Но в полночь он ещё не кульминирует. Ему не хватает ≈ 3° ÷ 4° до ~~полного~~ точки кульминации. Однако его высота над горизонтом будет отличаться незначительно от высоты в кульминации.

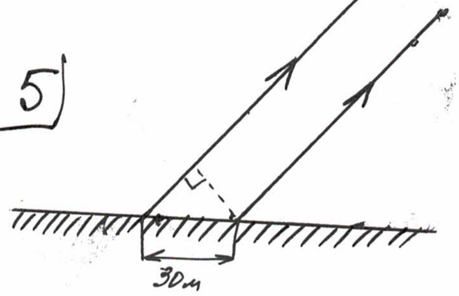
Высота Сириуса в кульминации: $h = 90° - \varphi - |\delta| = 90° - 28° - 17° = 45°$

А значит и в полночь он будет на высоте ≈ 45° над горизонтом.

Скорость вращения Земли ~~и обращ~~ вокруг своей оси и скорость обращения вокруг Солнца можно не учитывать, т.к. они будут направлены практически перпендикулярно направлению на Сириус.

В данном случае представим Землю (по крайней мере её участок) плоским. За 30 секунд они прошли 30м

CAM7 ¦ стр 5



~~30~~ 30с они стали ближе к Сириусу на $30м \cdot \cos 45^0 = \frac{30\sqrt{2}}{2} м = 15\sqrt{2}$ м

Расстояние до Сириуса ≈ ~~8~~ 8 световых лет

Тогда изменение звёздной величины:

$$\Delta m = -2{,}5 \lg\left(\frac{(8 \cdot 3 \cdot 10^8 м - 15\sqrt{2})^2}{(8 \cdot 10^8 \cdot 3)^2}\right) \approx \ldots$$

№ 4

1) Можем найти светимость звезды:

$$M - M_\odot = -2{,}5 \lg\left(\frac{L_{зв}}{L_\odot}\right)$$; где: $L_\odot$ - св. Солнца; $M_\odot = 4{,}8^m$ - абс. зв. величина Солнца

$$\frac{L_{зв}}{L_\odot} = 10^{\frac{-4{,}8^m - 2{,}5^m}{-2{,}5}} = 10^{\frac{-7{,}3^m}{-2{,}5}} = 10^{+3} = 1000$$

Вывод: $L_{зв} = 1000 L_\odot$

2) ~~Кол-во Э~~ Энергия, попадающая на туманность от звезды переизлучается туманностью во все стороны. Т.е. „светимость" туманности:

$$\frac{L_{зв}}{4\pi d^2} \cdot \pi R_T^2 = L_T$$; где: d - расст. между звездой и туманностью

R_T - радиус туманности.

Однако ~~интегральная зв. величина~~ яркость объекта падает в два раза, т.к. звезда освещает лишь половину туманности, а она переизлучает „двумя половинами" (полной поверхностью). Значит туманность должна быть в ~~два раза~~ $\sqrt{2}$ раз ближе, чем звезда. Тогда расст. между

(Продолжение на след. листе)

центром туманности и звезды: $0{,}31 - \frac{0{,}31}{\sqrt{2}} = 0{,}31 - 0{,}2 =$
$= 0{,}11$ (~~...~~ кпк)

Ответ: 0,11 кпк.; туманность ближе

№ 5.

Частота ~~излуче~~ излучения: $E = h\nu$

h - постоянная Планка
$R = 10$ км
$M = 1{,}4 M_\odot$
$E = 30$ кэВ

1) $\nu = \frac{E}{h} = \frac{v}{2\pi R} = \frac{F_Л}{2\pi R B \bar{e}} =$
$= \frac{p \cdot S}{2\pi R B \bar{e}} = \frac{k B^2 4\pi R^2}{2\pi R B \bar{e}} =$
$= \frac{k B \cdot 2R}{\bar{e}}$

$B = \cancel{\frac{\nu \bar{e}}{k \cdot 2R}} = \frac{\nu \bar{e}}{k 2R}$ - индукция магн. поле у поверхности

2) Динамическое давление аккреции:

$$p_{АК} = \frac{GM}{r^2} \cdot \frac{1}{4\pi r^2} \cdot \frac{dm}{dt}$$

$\frac{dm}{dt}$ - поток в-ва; r - расст. до центра звезды

$$p_{АК} = p \Rightarrow \frac{GM}{r^2 4\pi r^2} = \frac{B^2}{2} \cdot k = \left(B \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^3\right)^2 k$$

$$\frac{GM}{r^4 \cdot 4\pi} = B^2 \cdot \frac{R^6}{r^6} \cdot k \Rightarrow \frac{GM}{4\pi} = \frac{B^2 \cdot R^6}{r^2} \cdot k$$

$$r = \sqrt{\frac{B^2 \cdot R^6 \cdot 4\pi \cdot k}{GM}} = \sqrt{\left(\frac{\nu \bar{e}}{2Rk}\right)^2 \frac{R^6 4\pi k}{GM}} = \nu \bar{e} R^2 \sqrt{\frac{R}{kGM}} =$$

$$= \frac{E \bar{e} R^2}{h} \sqrt{\frac{R}{kGM}} = \ldots$$

Ответ: $r = \frac{E \bar{e} R^2}{h} \sqrt{\frac{R}{kGM}}$