191

Код 191

Задание 1.

$\lambda = 3\cdot10^{3}\,\text{Å} = 3\cdot10^{-7}$ м $D = 2{,}4$ м

Пусть мы видим отдельно компоненты на пределе, тогда угловое расстояние между ними равно разрешающей способности телескопа (правда в таком случае мы получим несколько завышенную оценку)

$\beta = \alpha_{рад} = \frac{\lambda}{D} = \frac{1}{8}\cdot10^{-6}$ рад.

Переведём в секунды.

$\frac{\beta}{\pi} = \frac{\beta''}{180^\circ\cdot3600''/^\circ} \Rightarrow \beta'' = \beta\,\frac{36\cdot18\cdot10^{3}{}''}{\pi} \approx \frac{1}{8}\cdot10^{-6}\cdot18\cdot10^{3}\cdot12'' \approx 0{,}027''$

Ответ: порядка $0{,}01''$, но не более $0{,}027''$

Задание 2.

$R = 50$ м $r_{A-☉} = 0{,}866$ а.е. $\alpha_{A-⊕} = 60^\circ$ $D = 500$ мм $A = A_Л$

Блеск тела, отражающего свет пропорционален его фазе, альбедо, диаметру² и обратно пропорционален расстоянию до Солнца² и до Земли².

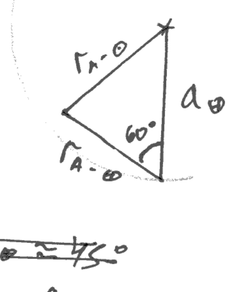
$I_A \sim \frac{A\,\Phi_A\,R^2}{r_{A-☉}^2\,r_{A-⊕}^2}$

Сравним его с блеском полной Луны ($m_Л \approx -14^m$)

$I_Л \sim \frac{A_Л R_Л^2}{r_{Л-☉}^2\,r_{Л-⊕}^2}$, $r_{Л-☉} \approx a_⊕$, $r_{Л-⊕} \approx 380\cdot10^{3}$ км, $R_Л \approx 1500$ км (для удобства подсч.),

Осталось найти фазу астероида и расстояние до него.

$\frac{r_{A-☉}}{\sin60^\circ} = \frac{a_⊕}{\sin\alpha_{☉-⊕}} \Rightarrow \sin\alpha_{☉-⊕} = \sin60^\circ\,\frac{r_{A-☉}}{a_⊕}$



~~С некоторой точностью дробь равна единице~~

$= \frac{\sqrt3}{2}\cdot\left(\frac{0{,}866}{1}\right)^{-1} \approx \cancel{0{,}433\cdot1{,}7 \approx 0{,}75\cdot1{,}5 \approx 0{,}68 \approx \frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \alpha_{☉-⊕} \approx 45^\circ}$

$\frac{1{,}7}{2}\cdot\frac{1}{0{,}866} \approx \frac{8{,}5}{10}\,\frac{1}{0{,}866} \approx 1 \Rightarrow \alpha_{☉-⊕} \approx 90^\circ$

см лист 2.

$\angle_{A-\oplus} = 180° - \angle_{\Theta-\oplus} - \alpha_{A-\Theta} \approx 30°.$

$$\frac{r_{A-\oplus}}{\sin\alpha_{A-\oplus}} = \frac{a_\oplus}{\sin\alpha_{a-\oplus}} \Rightarrow r_{A-\oplus} \approx 1\text{а.е.}\cdot\frac{\frac{1}{2}}{1} \approx 0{,}5\text{а.е.}$$

$$\Phi_A = \cos^2\frac{\angle_{\Theta-a}}{2} \approx \frac{1}{2}$$

Сопоставим Каллона. ; $r_{\Lambda-\oplus} \approx 400\cdot10^3\text{км} \approx 0{,}025$ а.е.

$$\frac{I_\Lambda}{I_A} = \frac{1}{\Phi_A}\frac{R_\Lambda^2}{R^2}\cdot\frac{r_{A-\Theta}^2 r_{A-\oplus}^2}{a_\oplus^2\cdot r_{\Lambda-\oplus}^2} = 2\cdot\left(\frac{15\cdot10^5}{5\cdot10}\cdot\frac{0{,}866\cdot0{,}5}{1\cdot0{,}025}\right)^2 \approx 5\cdot10^{5}$$

$$\frac{I_\Lambda}{I_A} = 2{,}512^{m_A - m_\Lambda} \Rightarrow m_A = m_\Lambda + 2{,}5\lg\frac{I_\Lambda}{I_A} \approx -14^m + 2{,}5\lg 5\cdot10^5 = -14^m + 2{,}5\cdot\cancel{1} + 2{,}5\lg 5$$

$$\approx +13{,}5 + 2{,}5\cdot0{,}2 \approx \boxed{14^m}.$$

Найдём максимальную зв. вел. в телескоп.

$$m_T = m_2 + 5\lg\frac{D}{d} \approx 6^m + 5\lg\frac{100}{6} \approx 6^m + 5\cdot2 - 5\cdot0{,}2 \approx 15^m, \quad m_T > m_A$$

т.е. телескоп должен различить телескоп, однако мы получили очень не точную оценку.

Задание 3.

$R = 0{,}1$ а.е. $\quad a = 0{,}14$ а.е.

(касается радиусом)

Т.к. происходит аккреция, то основная компонента находится в полости Роша Б.К., а радиус полости в первом приближении — точка Лагранжа L_1, тогда

$$R = a\frac{5}{12}\sqrt{\frac{m_{\text{дк.}}}{m_3}} \rightarrow M_{\text{дк.}} \approx 3M_{\text{дк.}} = 3M_\odot$$

Посчитаем плотность (т.к. форма маленькая, то пренебрежём в виде массы пренебрежимы)

$$\rho = \frac{M_3}{V_3} = \frac{M_3}{\frac{4}{3}\pi R_3^3} \approx \frac{3\cdot2\cdot10^{30}}{4\cdot(0{,}1)^3\cdot(150\cdot10^9)^3} \approx 0{,}4\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Плотность порядка $400\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

См. лист 3.

Код 191

Задание 4.

Сдвиги во времени пульсации связаны с прохождением света доп. расстояния, являющимся радиусом вращения пульсара.

$r_{н.з.} = c\Delta T \approx 3\cdot10^{8}\cdot10^{-4}\,м = 30\,км$

Изменения в спектре связаны изменением лучевой скорости ввиду вращения звезды вокруг общего центра масс, найдём её:

$\Delta v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c = \frac{0{,}5 Å}{2000 Å}\cdot 3\cdot10^{8}\,\frac{м}{с} \approx 15\,\frac{км}{с}$

вид. свет

Для простоты расчётов будем считать, что компаньоны движутся по круговым орбитам.

$\Delta v = v_к = \sqrt{\frac{G(M_{н.з}+M_з)}{a}}$, полуось выразил как сумму радиусов орб.

$a = r_{н.з} + r_з$, $r_з$ выразим из центра масс.

$M_з r_з = M_{н.з.} r_{н.з} \Rightarrow r_з = \frac{M_{н.з} r_{н.з}}{M_з}$, $a = r_{н.з.}\left(1+\frac{M_{н.з}}{M_з}\right)$, для простоты расчётов выразим скорость Земли

$v_\oplus = \sqrt{G\frac{M_\odot}{a_\oplus}}$, тогда

$\left(\frac{\Delta v}{v_\oplus}\right)^2 = \frac{a_\oplus (M_{н.з.}+M_з) M_з}{r_{н.з.}(M_з+M_{н.з}) M_\odot} \Rightarrow M_з = \frac{r_{н.з.}}{a_\oplus}\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 M_\odot \sim 10^{-3} M_\odot$, что не является действительностью, возможно мы не учли ~~начальной~~ относительную скорость.

Однако, если бы нашли ~~его~~ массу $M_з$, то т.к. она ГП, то $L_з \propto M_з^4$, и тоже для Солнца.

Ответ.

см лист 4.

Задание 5. Код 191

1) Т.к. атмосфера однородная, то блеск будет падать экспоненциально от расстояния (на каждом шаге энергии меньше, а условия те же)

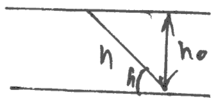
$I \sim e^{-\frac{h}{h_0}}$, где h_0 – высота атмосферы в зените.

Для простоты решения будем считать атмосферу плоской и бесконечной (однако мы получим огромную погрешность у горизонта).

Составим погсона, для I и I_0 (блеск без атмосферы.

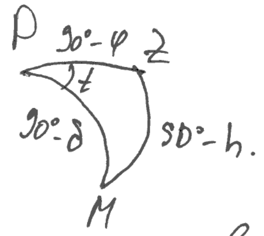
$$\frac{I_0}{I} = 2{,}512^{m-m_0} \Rightarrow m = m_0 + \frac{k h_0}{h}$$, где m_0 – магнитуда без атм, k – коэф поглощения $[\frac{m}{км}]$.

$h = h_0 \sin h$, из плоскости атм



2) $$\boxed{m = m_0 + \frac{k}{\sin h}}$$

Из параллактического тр-ка найдём $\sin h$.



т. cos.: $\sin h = \sin\delta \sin\varphi + \cos\delta\cos\varphi\cos t$,

остаётся посчитать $\sin\delta\sin\varphi + \cos\delta\cos\varphi$, однако можно поделить всё на $\sin\delta\sin\varphi$.

$$m = m_0 + \frac{k'}{1+\operatorname{ctg}\delta\operatorname{ctg}\varphi\cos t}$$

Ответ: $m(t) = 3{,}8^m + \dfrac{k'}{1+\operatorname{ctg}\delta\operatorname{ctg}\varphi\cos t}$, где t – переменная (часовой угол)