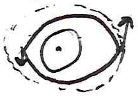
Ω01 - 31

11.1 Геостационарный спутник: $T_0 = 24^h$, $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{a_0}}$; $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{a_0^3}{GM}}$ (1)

зн. с. нового орбиты

1) Задуманная траектория



I промеж. орбита: $v_{pI}^2 = \frac{GM(1+e_I)}{a_0} = (1,1)^2 v_0^2$ (1) $\Rightarrow 1+e_I = 1,21 \Rightarrow e_I = 0,21$

перигейная скорость

$\rightarrow r_{aI} = a_0 \frac{1+e_I}{1-e_I}$

апогей: $v_{aI} = v_{pI} \cdot \frac{1+e_I}{1+e_I}$

II итоговая орбита:

$(0,9\, v_{aI})^2 = GM\left(\frac{2}{r_{aI}} - \frac{1}{a_{II}^1}\right)$ (1) $\Leftrightarrow \frac{0,5}{a_0} = \frac{2\cdot(0,79)}{a_0(1,21)} - \frac{1}{a_{II}^1} \Rightarrow \boxed{a_{II}^1 \approx 1,2\cdot a_0}$

её полуось

2) Понижающаяся траектория:

I промеж. орбита: $v_{aI}^2 = \frac{GM}{a_0}(1-e_2) = (0,9\, v_0)^2$ (1) $\Rightarrow 1-e_2 = 0,81 \Rightarrow e_2 = 0,19$

спутник в апогее

$\Rightarrow T_1 = \left(\frac{121}{97}\right)^{3/2} T_0$ $\left(= \frac{121}{97} a_0\right)$

$r_{pI} = a_0 \frac{1-e_2}{1+e_2}$; $v_{pI} = v_{aI} \cdot \frac{1+e_2}{1-e_2}$

II итоговая орбита:

$(1.1\, v_{pI})^2 = GM\left(\frac{2}{r_{pI}} - \frac{1}{a_{II}^2}\right)$ (1) $\Rightarrow a_{II}^2 \approx a_0 \cdot \frac{0,81}{1.19\cdot 0,56} \approx \frac{9}{7} a_0 \Rightarrow T_2 = \left(\frac{9}{7}\right)^{3/2} T_0$

её полуось

верхний индекс

~~$\frac{a_{II}^2}{a_{II}^1} = \frac{97\cdot 1,19}{121\cdot 0,56\cdot 81} \approx 2$~~

~~$\Rightarrow$ III з-н Кеплера $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^{3/2}$~~

Разность периодов $T_2 - T_1 = 24^h\left(\left(\frac{9}{7}\right)^{1,5} - \left(\frac{121}{97}\right)^{1,5}\right) \approx$

$\boxed{\approx 24^h \cdot \frac{129\cdot 114 - 124\cdot 112}{10000} = 24^h \cdot 0,082 \approx 2^h}$

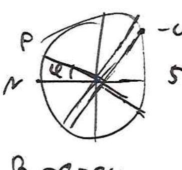
11.2

$\alpha = 6^h 45^m$
$\delta = -17^0$
$\varphi = 28^0$
$\alpha_\odot \approx 18^h 30^m$
новый год

звёздное время $s = \alpha_\odot + t_\odot = 6^h 30^m \Rightarrow t_s = s - \alpha_s = -15^m$

сириус

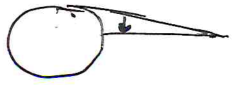
почти в верхней кульминации, без 1^0



Сириус над южным горизонтом на высоте $h = 90^0 - \varphi + \delta = 45^0$

В течение ещё $|t_s| = 15^m$ Сириус будет приближаться к кульминации и приближаться к наблюдателю, также наблюдатели, двигаясь на юг будут увеличивать высоту Сириуса и приближаться к нему.

Т.к. Сириус слишком далеко, эффекты уменьш-я расст. из-за суточного параллакса не играют роли. Повлиять на звёздную величину может толщина атмосферы на луче зрения.



Если высота атмосф. $H = 100$ км

$\Delta h \approx \Delta\varphi \Rightarrow \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\Delta h}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{v}{R_3} = \omega$

широта

Th. cos: $(R+H)^2 = R^2 + l^2 + 2Rl\sin h$ $\left|\frac{d}{dt}\right.$

$\frac{dl^2}{dt} = -2Rl\frac{d\sin h}{dt} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dl}{dt} = \frac{-l\omega}{2(l + R\sin 45^0)}$

$l \approx 450$ км

на обороте

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta(a \cdot l)}{\Delta t} = a \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t} = -\frac{a l \omega}{2(l + R\sin 45^\circ)}$$

уд. поглощ. a

Или, по закону Бугера $\frac{I}{I_0} = e^{-l\sigma n}$

тогда

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -2.5 \frac{d \lg(e^{d l \sigma n})}{dt} = \frac{-2.5\sigma n}{\ln 10}(\ln(e^{dl})) = \frac{\cancel{e^{dl}}}{\cancel{e^{dl}}} \cdot \frac{dl}{dt} \cdot \frac{-2.5\sigma n}{\ln 10} =$$

площадь пыли в атмосфере

конц-я

$$= \frac{-2.5\sigma n}{\ln 10} \cdot \frac{l\omega}{2(l + R\sin 45^\circ)} = \frac{-2.5 \cdot 450 \cdot 10^3 \cdot \omega \cdot P_{атм} \cdot \pi \cdot 10^{-12}}{\ln 10 \cdot R \cdot 2(450\,км + R\sin 45^\circ) k T_{атм}} = \ldots$$

Если принять σ за $\pi \cdot (1\,мкм)^2$

и $n = \frac{P_{атм}}{k T_{атм}}$ $P_{атм} = 10^5\,Па$, $T_{атм} = 300\,K$

$$= \frac{-2.5 \cdot 450 \cdot 10^3 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-12}}{2.5 \cdot 6.4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot k \cdot 300} = -\frac{450 \cdot 3}{6.4 \cdot 2 \cdot 10^{18} \cdot k} =$$

$$= \frac{m}{10^{18} \cdot k}$$

походная ед. энергии (kT)

Д01-31

1.3) Из соотношения масса светимость для ГП: $L=\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4 L_\odot = 16L_\odot$

из III з-на Кеплера $\frac{T_{пл}^2}{T_\oplus^2}\frac{M_{зв}}{M_\odot} = \frac{a_{пл}^3}{a_\oplus^3} \Rightarrow a_{пл} = \sqrt[3]{32} = 2\sqrt[3]{4}$ а.е.

Солнечные сутки из-за большого орбитального периода будут отличаться от звёздных на планете ещё меньше, чем на Земле, поэтому различием можно пренебречь

От – напр. на точку, где ~~...~~ заход/восход солнца

OB – на батарею, OS – на звезду. O – центр планеты

б.о.о. скажем что планета вращ. по час. стрелке.

Если после восхода прошло время t, то $\angle MOB = 360° \frac{t}{T} = \varphi$ (T – 20 часов)

Угол между перпендикуляром к батарее и лучом света равен $\angle SOB = 90° - \varphi$

Энергия, падающая на батарею (мощность): $E = \frac{L\cdot S}{4\pi a_{пл}^2}\cos(90°-\varphi)$

Батарея работает 10 часов, два раза по 5 часов одинаково до и после зенита звезды,

и производит $E_5 = 2\cdot\eta\int_{0ч}^{5ч}\frac{16L_\odot \cdot S}{4\pi a_{пл}^2}\sin\left(360°\frac{t}{T}\right)dt = \eta\frac{32L_\odot S}{4\pi a_{пл}^2}\left(\frac{T}{360°}\right)\underbrace{\int_0^{5ч}\sin\left(360°\frac{t}{T}\right)d\left(360°\frac{t}{T}\right)}_{1} =$

$=\eta\cdot\frac{32L_\odot S}{4\pi a_{пл}^2}\cdot\frac{T}{\underset{2\pi}{360°}} \approx 144$ МДж

11.4) Будем предполагать, что туманность достаточно далеко от звезды, чтобы считать одинаковым расстояние до каждой точки тум. от звезды.

Энергия, приходящая от звезды: $E_1 = \frac{L_x}{4\pi r_1^2}$ (расст. до звезды) от туманности: $E_2 = \frac{L_x\cdot\pi R^2}{4\pi l^2\cdot 4\pi r_2^2}$

Понятно, что если $r_2 > r_1$, то видимые зв. величины не могут совпасть ($E_1 > E_2$) т.к. $\frac{\pi R^2}{4\pi l^2} < 1$

R – радиус туманности

l – расст. звезда – туманность

r_2 – расст. до туманности.

Туманность ближе. Тогда $l + r_2 = r_1$; $E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{r_1^2} = \frac{R^2}{l^2\cdot 4(r_1-l)^2} \Rightarrow \boxed{Rr_1 = 2l(r_1-l)}$

Из формулы Погсона: для звезды $\frac{L_x}{L_\odot} = 10^{-0.4(M_x-M_\odot)} = 10^{2,88}$

Для туманности: $\frac{E_2}{E_{\odot\,абс}} = 10^{-0.4(m_2-M_\odot)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cancel{\frac{L_x\cdot\pi R^2}{4\pi l^2\cdot 4\pi(r_1-l)^2}\cdot\frac{4\pi(10пк)^2}{L_\odot} = 10^{-0.4}}$

Если принять размер туманности за 10 пк: $l = 135 \pm 145$ пк (или меньше)

Оба реш-я дают слишком близкие расст-я либо к звезде, либо к нам.

11.5

$L = 10^{30}$ Вт

$M = 1{,}4\, M_\odot$

$R = 10$ км

$E_0 = 30$ МэВ

$\varepsilon = 4 \cdot 10^5 \ \frac{\text{Па}}{\text{Тл}^2}$

скорость у пов-сти

ЗСИ: $P_a \, \Delta\Omega R^2 \Delta t = \Delta m v_0$

аккреционное давление

$P_A = P_B$

давл-е магн поля

$$K B_0^2 = \frac{v_0}{R^2} \frac{\Delta m}{\Delta\Omega \cdot \Delta t}$$

Светимость звезды обусловлена энергии, выделяющейся при аккреции фотонами 30 эВ

ЗСЭ:

$$-\frac{G M_0 m}{R_\infty} = -\frac{G M_0 m}{R} + E_u$$

← энергия, уходящая на излуч-е кусков в-ва Δm

$\cancel{E_u = \frac{\Delta m v_0^2}{2}}$

$$\frac{E_u}{\Delta m} = \frac{GM}{R}$$

Кол-во падающих атомов в секунду

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{L}{30\ \text{эВ}} \simeq 2 \cdot 10^{48} \ \frac{\text{шт}}{\text{с}}$$

← все - водород

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta m}{\Delta\Omega \cdot \Delta t} = \frac{\Delta N \cdot m_p}{\Delta t \, 4\pi}}$$

Если считать, что вещество до поверхности не тормозится магнитным полем:

$$E_u = \frac{\Delta m v_0^2}{2}; \quad v_0 = \sqrt{\frac{2E_u}{\Delta m}} \Rightarrow$$

$$B_0^2 = \frac{\Delta N}{\Delta t} \frac{m_p}{4\pi} \cdot \sqrt{\frac{2GM}{R}} \ \frac{1}{R^2 \cdot K}$$

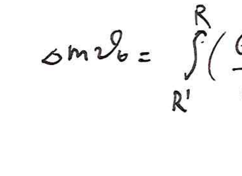
Скажем что магнитосфера заканчивается там, где ~~B = 0,001 Тл~~ $B' = 1$ мкТл:

$$\frac{B_0}{B'} = \frac{R'^3}{R^3} \Rightarrow R' = \left[\frac{1}{1\ \text{мкТл}} \cdot R^3 \cdot \left(\frac{\Delta N}{\Delta t} \frac{m_p}{4\pi} \sqrt{\frac{2GM}{R}} \ \frac{1}{R^2 \cdot K}\right)^{1/2}\right]^{1/3} =$$

$=$

корректнее - не даёт разогнаться

Если магнитосфера тормозит частицы по пути, то v_0 и E_u выражается по-другому



ЗСИ:

$$\Delta m \Delta v_x = \frac{GM}{r^2} \Delta t - \frac{\alpha K}{r^3} \cdot \Delta\Omega r^2 \Delta t$$

$$= \left(\frac{G M_0 m}{r^2} - \frac{\alpha K \Delta\Omega}{r}\right) \Delta t$$

$$\Delta m v_0 = \int_{R'}^{R} \left(\frac{G M_0 m}{r^2} - \frac{\alpha K \Delta\Omega}{r}\right) \Delta t$$