Лист 1

Бел-11

11 класс

Дано:

$T = 1{,}4^d$

$R = 3 \cdot 10^6$ км

$\alpha = 88{,}8^\circ$

$R_з$-? $R_п$-?

1. Так как масса планеты много меньше массы звезды, найдем массу последней через 3-ий закон Кеплера:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_з}$$ или ~~через масс. Солнца~~ $$\frac{R^3}{T^2} = M_з$$ (в масс. Солнца)

$$\frac{\left(\frac{3 \cdot 10^6 км}{150 \cdot 10^6 км}\right)^3}{\left(\frac{1{,}4^d}{365^d}\right)^2} = M_з$$

$$\frac{\left(\frac{1}{50 ае}\right)^3}{\left(\frac{\cancel{14}\ 7}{\cancel{3650}\ 1825} гп\right)^2} = M_з$$

$$\frac{1}{50^3 ае^3} \frac{1825^2 гп^2}{7^2} = M_з \qquad \frac{1825 \cdot 1825 гп^2}{50 \cdot 50 \cdot 50_{ае^3} \cdot 7^2} = M_з$$

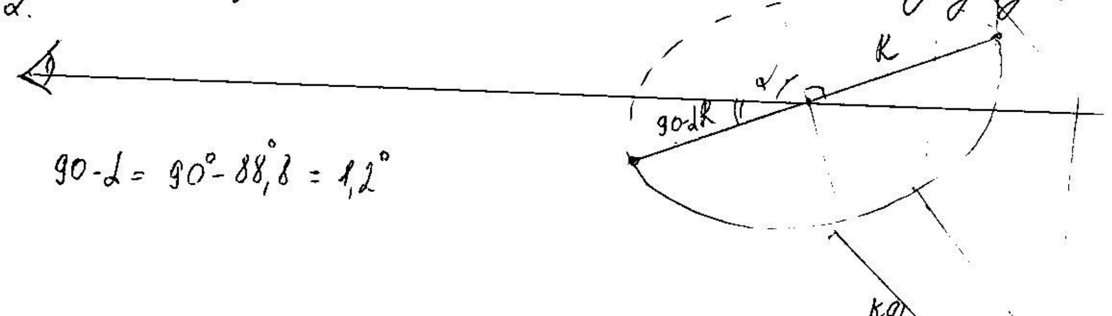
$$\frac{1825 \cdot 1825 гп^2}{2500 \cdot 50 ае^3 \cdot 7^2} = M_з, \quad M_з = \frac{1825 \cdot 1825 гп^2}{2450 \cdot 2500 ае^3} = \frac{365 \cdot 365 гп^2}{490 \cdot 500 ае^3} =$$

$$= \frac{73 \cdot 73 гп^2}{98 \cdot 100 ае^3} = 0{,}73^2 m_\odot \approx 0{,}7^2 m_\odot \approx 0{,}49 m_\odot \approx 0{,}5 m_\odot$$

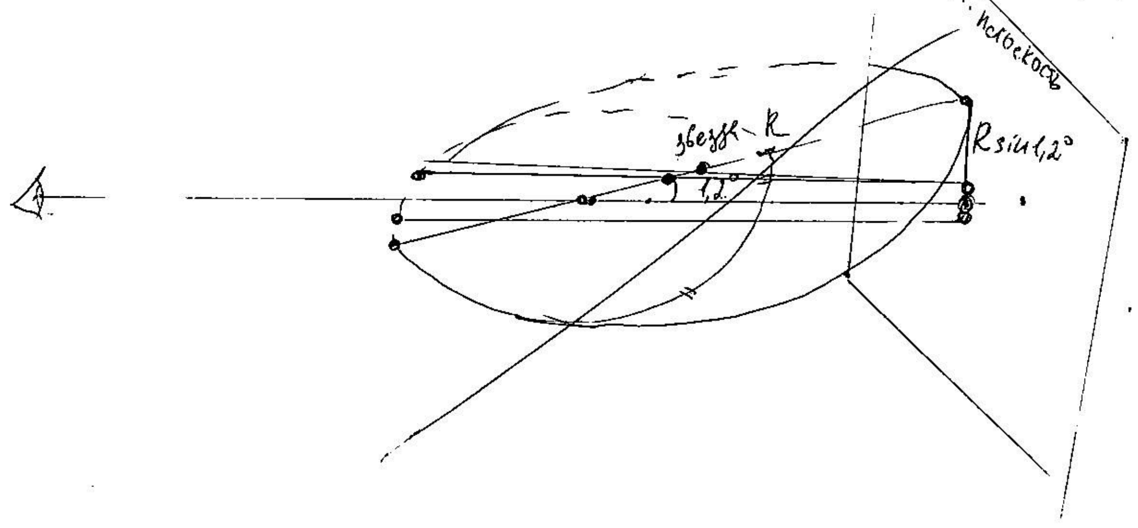
$$\frac{73}{98} \approx \frac{73}{100}$$

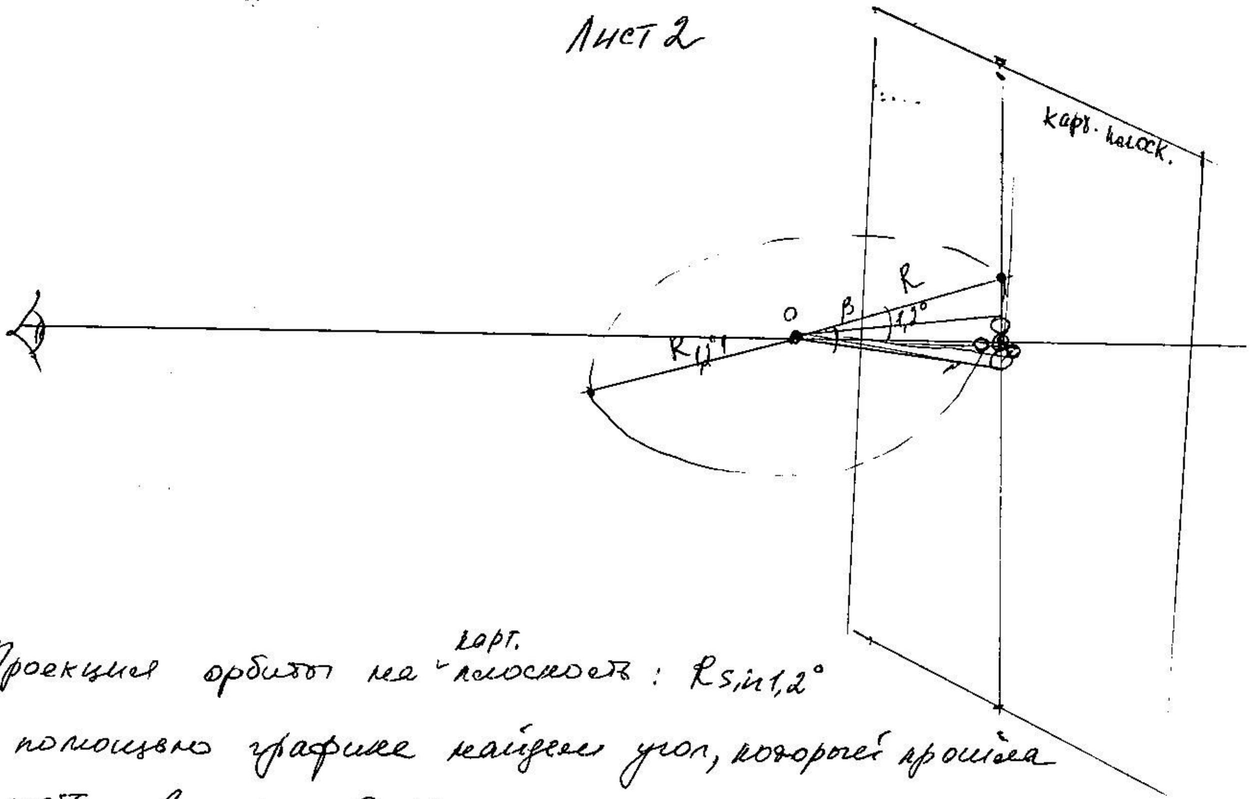
Исходя из полученной массы, можно предположить, что объект имеет вырожденную природу (белый карлик либо нейтр. звезда). Точно сказать, что это за звезда, можно только оценив её радиус.

2.



$90 - \alpha = 90^\circ - 88{,}8^\circ = 1{,}2^\circ$





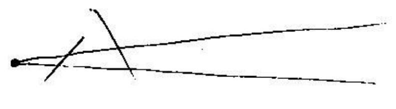
Проекция орбиты на карт. плоскость: $R\sin 1{,}2°$

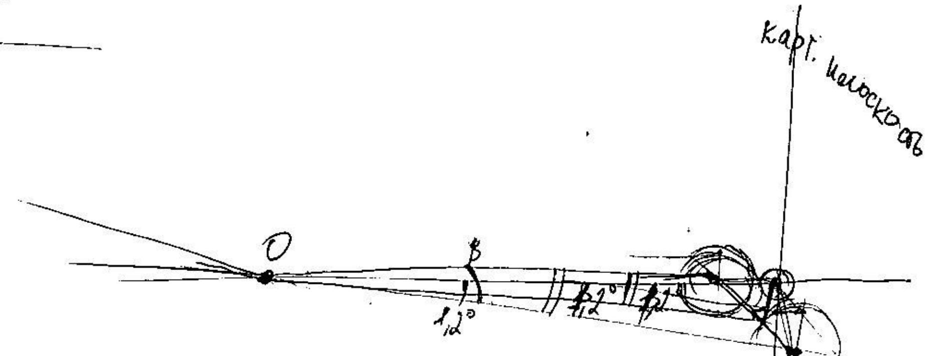
С помощью графика найдем угол, который прошла планета в момент затмения:

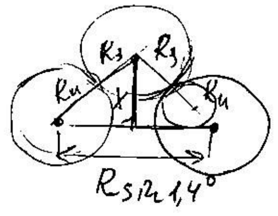
$t_{затм} = 8$ мин — ~~время~~ продолжительность затмения.

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ — угл. скорость планеты:

$\beta = \omega t_{затм} = \frac{2\pi}{T} t_{затм}$ или $\frac{360°}{T} t_{затм} = \frac{360° \cdot 8 min}{1{,}4^d \cdot 24^h \cdot 60^{min}} = \frac{2 \cdot 10}{14}° \approx 1{,}4°$







$x = R\sin 1{,}2°$

$R_з + R_п = \sqrt{\left(\frac{R}{2}\sin 1{,}4°\right)^2 + x^2} = \sqrt{\frac{R^2}{4}\sin^2 1{,}4° + R^2\sin^2 1{,}2°} =$

$1{,}4° \approx 1{,}2°$

$= \sqrt{R^2\left(\frac{1}{4}\sin^2 1{,}4° + \sin^2 1{,}2°\right)} = \sqrt{R^2\sin^2 1{,}2°\left(\frac{1}{4}+1\right)} =$

$= R\sin 1{,}2° \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}^{\approx 1} = R\sin 1{,}2° = 3 \cdot 10^6 км \cdot \frac{1{,}2°}{57{,}3°} = 3 \cdot 10^6 км \cdot \frac{12}{573} = \frac{4}{191} \cdot 3 \cdot 10^6 км =$

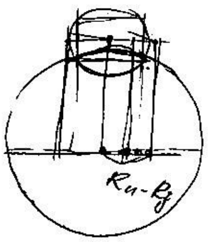
$= \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^6 км}{1{,}91 \cdot 10^2} = \frac{12 \cdot 10^6 км}{2 \cdot 10^2} = 6 \cdot 10^4 км$

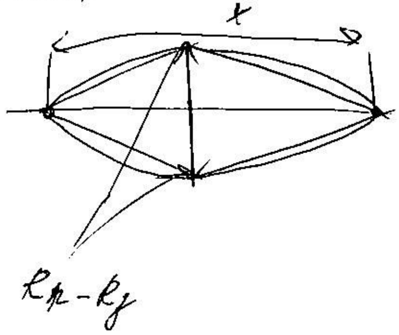
3. Из графика видно, что отношение энергий в случае затмения и макс. фазы (светит только звезда) равно примерно 0,4.

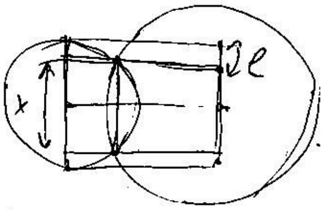
$$\frac{E_1}{E_{max}} = 0,4$$

Также это справедливо и для участков площадей:

$$\frac{S' \cdot L^2}{L^2 \cdot \pi R_з^2} = 0,4$$ L – расстояние до системы







возьмём l примерно половину рад. звезды $l \approx \frac{R_з}{2}$; $l < \frac{R_з}{2}$,

тогда $x = 2\cdot(R_з - l) \Rightarrow x < 2\left(R_з - \frac{R_з}{2}\right)$; $x < 2\left(\frac{R_з}{2}\right)$; $x < R_з$.

Площадь затменной части $S = \frac{1}{2} x\cdot(R_п - R_з)$; $S = \frac{1}{2} R_з (R_п - R_з)$ $\left(S < \frac{1}{2} R_з (R_п - R_з)\right)$

$S' = \pi R_з^2 - S = \pi R_з^2 - 0,5 R_з (R_п - R_з)$

$\frac{S'}{\pi R_з^2} = 0,4$, $\quad \frac{\pi R_з^2 - 0,5 R_з (R_п - R_з)}{\pi R_з^2} = 0,4$

$\pi R_з^2 - 0,5 R_з (R_п - R_з) = 0,4 \pi R_з^2$

$0,6 \pi R_з^2 - 0,5 R_з (R_п - R_з) = 0$

$\underset{\approx 2}{1,8} R_з^2 - 0,5 R_з (R_п - R_з) = 0$

$1,8 R_з^2 - 0,5 R_з R_п + 0,5 R_з^2 = 0$

$2,5 R_з^2 - 0,5 R_з R_п = 0$

$R_з (2,5 R_з - 0,5 R_п) = 0 \Rightarrow R_з = 0$ или $2,5 R_з = 0,5 R_п$

$\frac{R_п}{R_з} = \frac{2,5}{0,5} = 5$

Но так как мы использовали грубое приближение ($x \approx R_з$; $x < R_з$), то соотн. радиусов будет немного больше, чем 5 (8), тогда:

$R_п = 8 R_з$; $\quad R_п + R_з = 6 \cdot 10^4$ км $\quad 9 R_з = 6 \cdot 10^4$ км $\Rightarrow R_з = \frac{2}{3} \cdot 10^4$ км $\approx 6,7 \cdot 10^3$ км

Бел - 11
11 класс

5. Из $R_з = 6{,}7 \cdot 10^3$ км $\approx R_\oplus$ и массой $m = 0{,}5 m_\odot$ можно понять, что данная звезда - белый карлик

$R_п = 8 R_з$

$R_п = 7 \cdot 10^3 км \cdot 8 = 56 \cdot 10^3$ км - можно понять, что планета относится к газовым гигантам.

Ответ: $R_з = 6{,}7 \cdot 10^3$ км; $R_п = 56 \cdot 10^3$ км; белый карлик, газовый гигант.

Лист 1
Черновик

Бел-11
11 класс

$\pi R_з^2 - \frac{1}{2}(R_л - R_з)\cdot 2R_з = 0,4\pi R_з^2$

$0,6\pi R_з^2 - (R_л - R_з)R_з = 0$

$R_з(0,6\cdot 3R_з - R_л + R_з) = 0$

$1,8R_з + R_з =$

$\pi R_з^2 - 0,5(R_л - R_з)\cdot R_з\left(1 - \sqrt{R_з^2}\right.$

$\pi R^2 - \frac{1}{2}(R_л - R_з)\cdot(R_л - R_з) = 0,4\pi R_з^2$

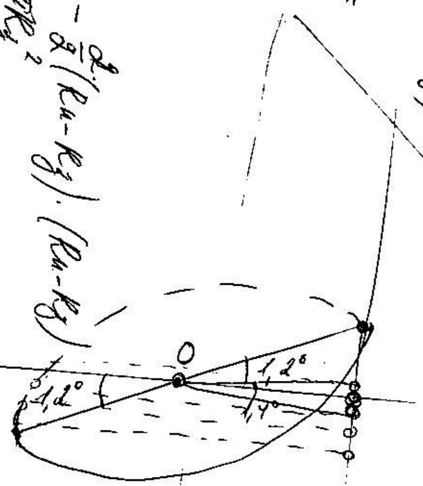
$0,6\pi R^2 - (R_л - R_з)^2 = 0$

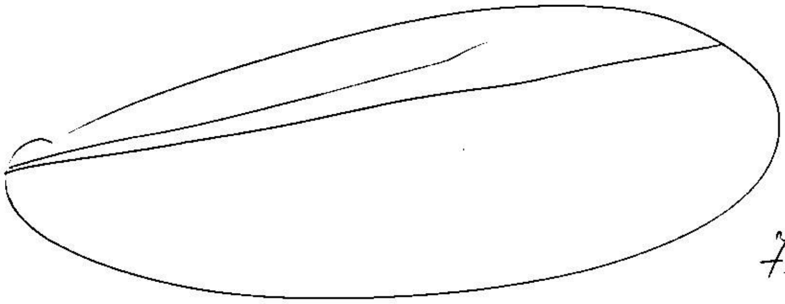
$0,6\pi R_з^2 - R_л^2 + 2R_л R_з - R_з^2 = 0$

$\pi R_з^2 + 2R_л R_з - R_л^2$

$$\frac{\pi R_з^2 - \frac{1}{2}(R_л - R_з)\cdot R_з\left(1 - \sqrt{\frac{R_з^2 - x^2}{R_з^2}}\right)}{\pi R_з^2} = 0,4$$

$\frac{1}{2}(R_л - R_з)\cdot R_з\left(1 - \sqrt{\frac{R_з^2 - x^2}{R_з^2}}\right)$



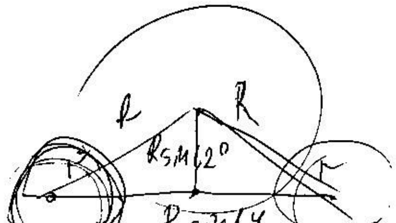


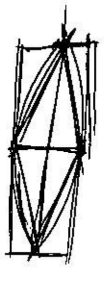
73296,5

$\frac{147}{\cancel{3650}}$ 1825

$\frac{49}{50}$ 2450

$\frac{1}{2}(R_л - R_з)\cdot R\left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{R_з^2}}\right)$



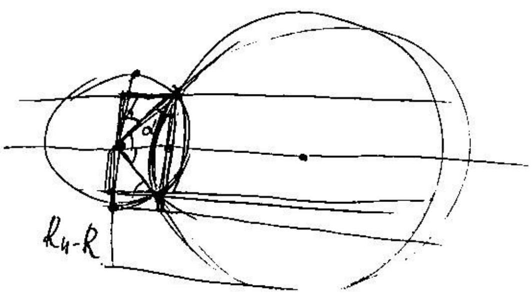


m = M - ~~…~~

$R\sqrt{1 - \frac{x^2}{R_з^2}}$

$R - R\sqrt{1 - \frac{x^2}{R_з^2}}$

$R\left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{R_з^2}}\right)$



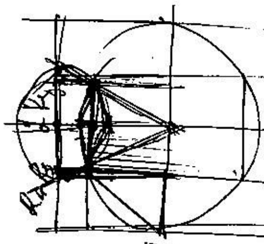
$\sin\alpha = \frac{x}{\cancel{R_з}}$

$\cos\alpha = \frac{x}{R_з}$

$R\cdot\sin\alpha$

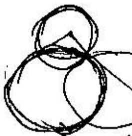
$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{x^2}{R_з^2}}$

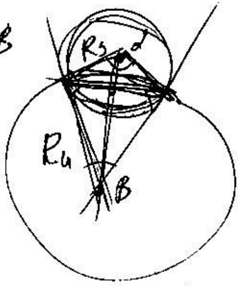
$$\frac{\pi R_z^2 (90-\beta)}{}$$

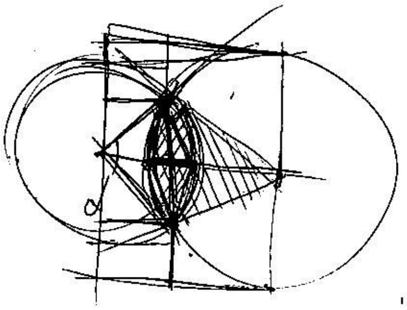


$$\frac{\pi R_z^2 \cdot \alpha}{360^\circ} - \frac{1}{2} R_z^2 \cdot \sin\alpha + \frac{\pi R_n^2}{360^\circ} \cdot \beta - \frac{1}{2} R_n^2 \sin\beta$$

$$R_z \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = R_n \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)$$



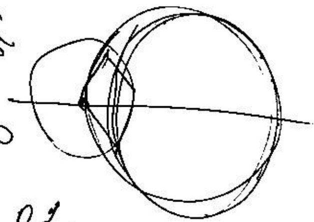




$$0{,}4 = \frac{S}{\pi R_z^2}$$

$$\frac{2R_n - 2R_3}{2}$$

$$\frac{\pi R_z^2 \cdot \alpha}{360}$$



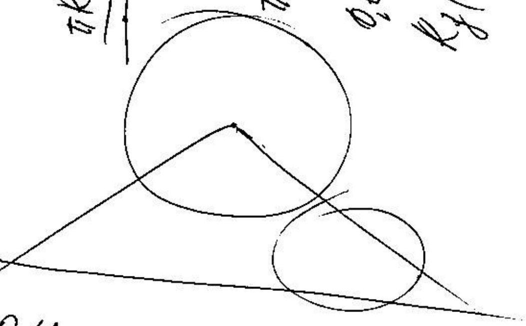
$$\frac{1}{2}(R_n - R_z).$$

$2\,cm - 0{,}2$

$0{,}5\,cm - x$

$x = 0{,}05$

$0{,}4 =$



$$\frac{1}{2}(R_n - R_z)^2$$

$$\frac{\pi R_z^2 - \frac{1}{2}(R_n - R_z)^2}{\pi R_z^2} = 0{,}4$$

$4R_n$

$R_n + R_3 = 60.000$

$$\pi R_z^2 - \frac{1}{2}(R_n - R_z)^2 = 0{,}4\pi R_z^2$$

$$0{,}6\pi R_z^2 = 0{,}5(R_n - R_z)^2$$

$$1{,}8R_z^2 = 0{,}5R_n^2 - R_nR_z + 0{,}5R_z^2$$

$$0{,}5R_n^2 - R_nR_z - 1{,}3R_z^2 = 0$$

$$\frac{0{,}5R_n^2}{R_z^2} - \frac{R_n}{R_3} - 1{,}3 = 0$$

$$a = \frac{R_n}{R_3}$$

$$0{,}5a^2 - a - 1{,}3 = 0$$

$$\frac{5+3\sqrt{10}}{5} \qquad \frac{5-3\sqrt{10}}{5}$$