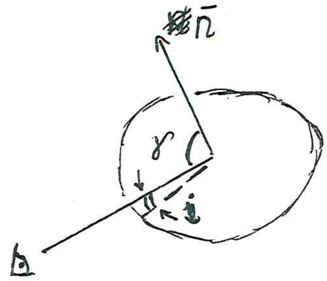
Дол – 20



$\gamma = 88{,}8°$

$i = 11{,}2°$

1

i – угол м/у ~~ор~~ плоск-тью орбиты и лучом зрения.

Судя по графику, затмение частное – нет плато.

По усл.: $a = 3$ млн. км; $T = 1{,}4$ дня

По III з-ну Кеплера:

$$\frac{T^2}{T_\oplus^2} \cdot \frac{M+m}{M_\odot} = \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3$$

$$M + m = M_\odot \left(\frac{T_\oplus}{T}\right)^2 \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3$$ – Σ масс планеты и звезды

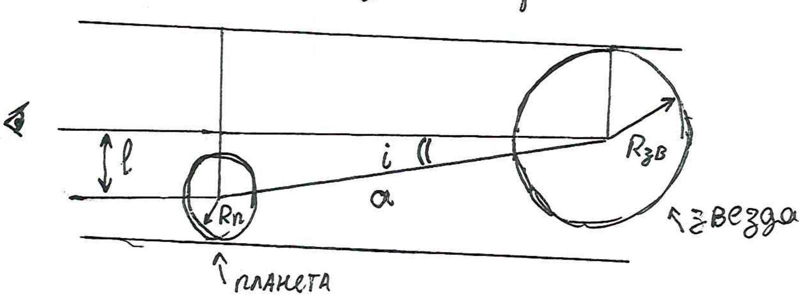
При максимальной фазе затмения планета закрывает часть площади звезды.

$\frac{S_1}{S_0} = \frac{F_1}{F_0}$, где S_1 и S_0 – видимые площади звезды в макс. фазе и ~~вначале~~ до затмения, F_1 и F_0 – соответ-щие потоки.

$F_1 = 0{,}43\ F_0$

$S_1 = 0{,}43\ S_0 = S_0 - \Delta S$ часть, закрытая планетой

~~и~~ макс. фаза:



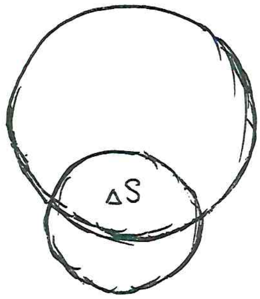
$l = a \sin i$

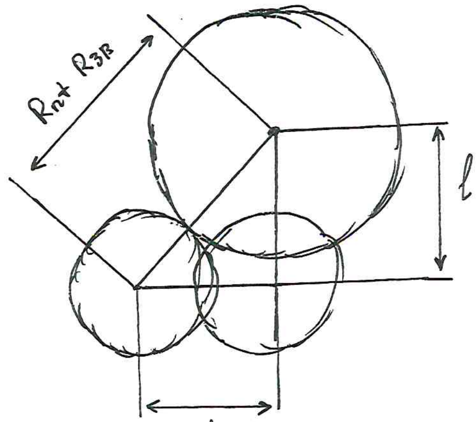
Время, за которое планета проходит по диску: $t = 8$ мин

Дол - 20

2

Затмение для наблюдателя





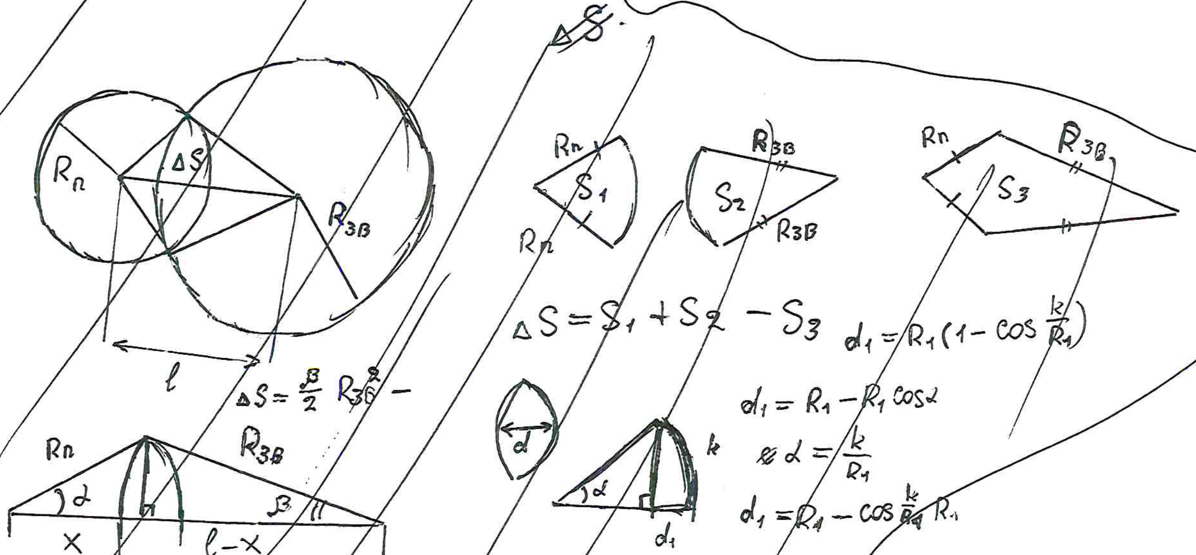
$v \cdot \frac{t}{2}$

↑ планета движется примерно прямолинейно

Скорость движения планеты по орбите:

$$v = \frac{2\pi a}{T} = \frac{2\pi \cdot 3\text{ млн. км}}{1,4 \cdot 24 \cdot 60\text{ мин}}$$

Найдём площадь ущерба:



$$\Delta S = S_1 + S_2 - S_3$$

$$d_1 = R_1\left(1 - \cos\frac{k}{R_1}\right)$$

$$\Delta S = \frac{\beta}{2} R_{зв}^2 -$$

$$d_1 = R_1 - R_1 \cos\alpha$$

$$\alpha = \frac{k}{R_1}$$

$$d_1 = R_1 - \cos\frac{k}{R_1} R_1$$

$$\cancel{R_п^2 + x^2}\quad R_п^2 - x^2 = R_{зв}^2 - l^2 + 2lx - x^2$$

$$2lx = l^2 + R_п^2 - R_{зв}^2$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{x}{R_п}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{l}{2R_п} + \frac{R_п}{2l} - \frac{R_{зв}^2}{2lR_п}\right)$$

$$v = \frac{2\pi \cdot 10^6 \cdot 10^3}{180 \cdot 1,4}\ \text{м/с} \simeq \frac{10^6}{30 \cdot 1,4} \simeq 2,5 \cdot 10^4\ \text{м/мин} = \cancel{25\text{ км/с}}\ \text{км/мин}$$

$$v \cdot \frac{t}{2} = 25 \cdot 1,6 = 40\text{ км}$$

Дол – 20

③

По т. Пифагора:

$$(R_п+R_{зв})^2 = \left(v\frac{t}{2}\right)^2 + l^2 = \left(\frac{2\pi a}{T}\cdot\frac{t}{2}\right)^2 + (a\sin i)^2 =$$

$$= \pi^2 a^2\left(\frac{t}{T}\right)^2 + a^2\sin^2 i = a^2\left(\pi^2\left(\frac{t}{T}\right)^2 + \sin^2 i\right)$$

$$R_п + R_{зв} = a\sqrt{\left(\pi\frac{t}{T}\right)^2 + (\sin^2 i)}$$

Т.к. $\Delta S = 0{,}57\, S_0$, то планета закрывает собой существенную часть звезды.

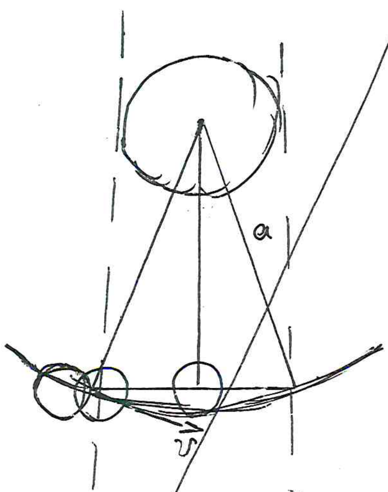
$$R_п + R_{зв} = 3\,\text{млн. км}\cdot\sqrt{\left(3{,}14\cdot\frac{8\,\text{мин}}{1{,}4\,\text{дня}}\right)^2 + \sin^2(11{,}2^\circ)} =$$

$$\simeq 3\,\text{млн. км}\sqrt{\pi^2\left(\frac{8}{1{,}4\cdot 24\cdot 60}\right)^2 + \left(11{,}2\cdot\frac{\pi}{180}\right)^2} = 3\,\text{млн. км}\cdot\pi\cdot\sqrt{\left(\frac{8}{180\cdot 8\cdot 1{,}4}\right)^2 + \left(\frac{11{,}2}{180}\right)^2} =$$

$$= 3\,\text{млн. км}\cdot\pi\cdot\frac{1}{180}\sqrt{\left(\frac{1}{1{,}4}\right)^2 + (11{,}2)^2} \simeq 3\,\text{млн. км}\cdot\frac{\pi}{180}\cdot\sqrt{\frac{25}{49} + \frac{56^2}{25}}$$

$$\frac{625 + 153664}{49\cdot 25} = \frac{154289}{49\cdot 25} \approx 126$$

$$R_п + R_{зв} = 3\,\text{млн км}\cdot\pi\frac{\sqrt{126}}{180} \approx \cancel{6{,}3\ \text{млн. км}}$$



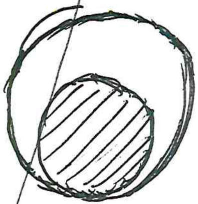
$$\begin{array}{r} 56 \\ \times\ 56 \\ \hline 336 \\ 280 \\ \hline 3136 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3136 \\ \times\ 49 \\ \hline 28224 \\ 12544 \\ \hline 153664 \end{array}$$

154289 | 49
147 | 3148,7...
72
49
238
196
429
392
37

3148 | 25
25 | 126
64
50
149
150
−1

Дол – 20 (4)

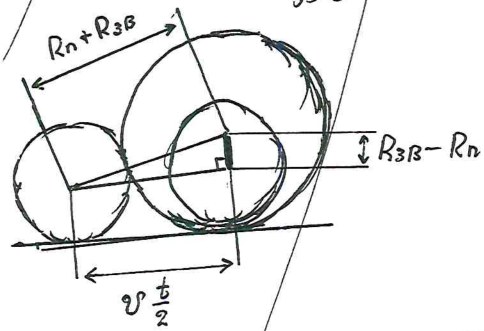
Пусть в момент ~~полн~~ макс. фазы затмения диски планеты и звезды касались внутр. образом.



Тогда $\frac{\Delta S}{S_0} = \frac{S_п}{S_0} = \left(\frac{R_п}{R_{зв}}\right)^2 = 0,53$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 24 \\ \hline 56 \\ 48 \\ \hline 536 \end{array}$$

$$(R_п + R_{зв})^2 = (R_{зв} - R_п)^2 + \left(v\frac{t}{2}\right)^2$$



$$2R_п R_{зв} = -2R_п R_{зв} + v^2\left(\frac{t}{2}\right)^2$$

$$R_п R_{зв} = \frac{v^2}{4}\left(\frac{t}{2}\right)^2$$

$$R_п = R_{зв}\sqrt{0,53}$$

$$\sqrt{0,53}\, R_{зв}^2 = \left(\frac{vt}{4}\right)^2$$

$$R_{зв} = \frac{vt}{4\sqrt[4]{0,53}}$$

$$\begin{array}{r|l} 3650 & 14 \\ \cline{2-2} 28 & 26,3 \\ \hline 85 & \\ 84 & \\ \hline 10 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1352 & 125 \\ \cline{2-2} 125 & 11 \\ \hline 102 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array} \times 2 = 1352$$

$$v = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ м}}{1,4 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}} \simeq \frac{10^9}{1,4 \cdot 8 \cdot 600} \text{ м/с} \simeq \frac{10^7}{1,4 \cdot 50} \text{ м/с} \simeq \frac{1}{\cancel{1,5}}\!{}^{1,4} \cdot 10^5 \text{ м/с} =$$

$$= \cancel{1,4 \cdot 10}\ 140 \text{ км/с}$$

$$v\frac{t}{2} = 140 \cdot 4 \cdot 60 = 53600 \text{ км} \simeq 54 \text{ тыс. км.}$$

$$l = 3 \text{ млн км} \cdot \sin 11,2^\circ \simeq 3 \cdot 10^6 \text{ км} \cdot \frac{11,2 \cdot \pi}{180} \simeq 10^6 \cdot \frac{11\pi}{60} \text{ км} \simeq \frac{\pi}{6} \cdot 10^6 \text{ км} \simeq$$

$\simeq$ ~~500 т~~ ~~0,5 тыс. км.~~ 0,5 млн. км

Т. к. в ~~п~~ макс. фазе планета закрывает 0,53 площади звезды, то их радиусы сопоставимы.

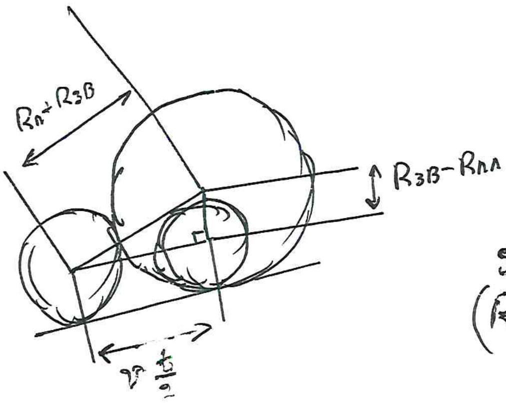
~~Сумма~~ Сумма масс:

$$M + m = M_\odot \left(\frac{T_\oplus}{T}\right)^2 \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3 = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot \left(\frac{365}{1,4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{150}\right)^3 = 2 \cdot 10^{30} \cdot \frac{100}{125000} \cdot (26)^2 =$$

$$= \frac{2 \cdot 26^2 \cdot 10^{27} \cdot 100}{125} \text{ кг} = \cancel{11 \cdot 10^{27} \text{ кг}} \simeq \cancel{10^{28} \text{ кг}} = \cancel{0,005\, M_\odot} \approx 0,5\, M_\odot$$

Из полученных данных можно предположить, что звезда – ~~белый~~ ~~красный~~ красный карлик, планета – горячий Юпитер.

Пусть в макс. фазе диски касаются внутр. образом



$$\frac{\Delta S}{S_0} = \frac{S_п}{S_0} = \left(\frac{R_п}{R_{зв}}\right)^2 = 0{,}53$$

$$R_п = R_{зв}\sqrt{0{,}53}$$

По т. Пифагора:

$$(R_п + R_{зв})^2 = (R_{зв} - R_п)^2 + \left(\frac{vt}{2}\right)^2$$

$$4R_п R_{зв} = \left(\frac{vt}{2}\right)^2$$

$$\sqrt{0{,}53}\,R_{зв}^2 = \left(\frac{vt}{4}\right)^2$$

$$R_{зв} = \frac{vt}{4\sqrt[4]{0{,}53}} \approx 27 \text{ тыс. км}$$

$$R_п = 20 \text{ тыс. км}$$

Ответ: $R_{зв} = 27$ тыс. км; $R_п = 20$ тыс. км;

~~белый~~ красный карлик; горячий Юпитер.