XXVIII Санкт-Петербургска олимпиада по астрономия

Практически тур

14.03.2021

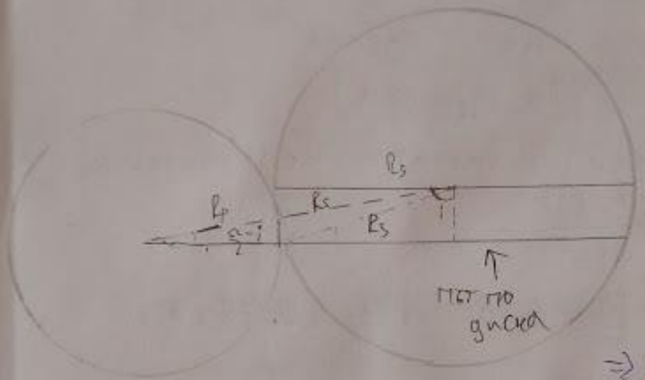
Измерваме продължителността на затъмнението: $\Delta t \approx 7{,}7\,\text{min}$

$i = 88{,}8^\circ$

$$\frac{\sin\psi}{R_s} = \frac{\sin(90^\circ + i)}{R_p + R_s} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + i\right)}{R_p + R_s} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right)}{R_p + R_s}$$

$\psi, \frac{\pi}{2} - i \ll 1\,\text{rad}$

$$\Rightarrow \psi = \frac{R_s}{R_p + R_s}\left(\frac{\pi}{2} - i\right)$$

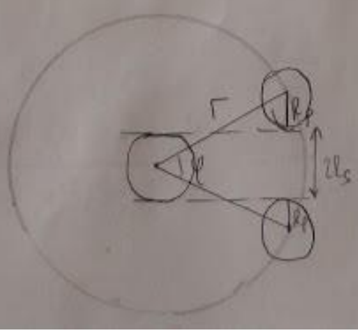


$$s = 2(R_p + R_s)\cos\psi \approx (R_p + R_s)\left(1 - \frac{\psi^2}{2}\right) = 2(R_p + R_s)\left(1 - \frac{R_s^2}{2(R_p + R_s)^2}\left(\frac{\pi}{2} - i\right)^2\right)$$

Поправката се оказва много малка и може да ползваме просто $s \approx 2(R_p + R_s)$

$$s \approx 2(R_p + R_s)\sin i \approx 2(R_p + R_s)$$

$$\varphi = 2\pi\frac{\Delta t}{T} \qquad (T = 1{,}4\,d)$$



$$s = 2(R_p + R_s) = 2r\sin\frac{\varphi}{2}$$

$\Delta t \ll T \Rightarrow \varphi \ll 1\,\text{rad}$

$$\Rightarrow s \approx r\varphi$$

$$2(R_p + R_s) = 2\pi r\frac{\Delta t}{T}$$

$2(R_p+R_s) = 2\pi r \frac{\Delta t}{T} \approx 770\,000\,km$

Относителният поток в минимума е:

$$\frac{E}{E_0} \approx 0{,}44$$

Вижда се, че R_p+R_s е сравнимо с $r = 3.10^6\,km$. Разумно е да отчетем ефектите от топлинното преизлъчване на планетата. Да разгледаме два случая:

1. <u>$A=1$ (планетата перфектно отразява)</u>

В този случай планетата не преизлъчва

$$\frac{E}{E_0} = \frac{R_s^2 - R_p^2}{R_s^2}$$

$$\frac{R_p^2}{R_s^2} = 1 - \frac{E}{E_0} = 0{,}56 \Rightarrow \frac{R_p}{R_s} \approx 0{,}75 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \cancel{R_s \approx 440000\,km} \quad \cancel{R_p \approx 2}$$

$R_s \approx 220\,000\,km$

$R_p \approx 170\,000\,km$

2. <u>$A=0$ (планетата поглъща като абсолютно черно тяло)</u>

$$\frac{\cancel{4\pi} R_s^2 \cancel{\sigma} T_s^4}{\cancel{4\pi} r^2} \cdot \cancel{\pi R_p^2} = 4\cancel{\pi R_p^2} \cancel{\sigma} T_p^4$$

$$\Rightarrow \frac{T_p^4}{T_s^4} = \frac{R_s^2}{4r^2}$$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{(R_s^2 - R_p^2)T_s^4 + R_p^2 T_p^4}{R_s^2 T_s^4 + R_p^2 T_p^4} = \frac{4r^2(R_s^2 - R_p^2) + R_p^2 R_s^2}{4r^2 R_s^2 + R_p^2 R_s^2}$$

Получената система е трудна за решаване на ръка, но вероятно дава близки резултати.

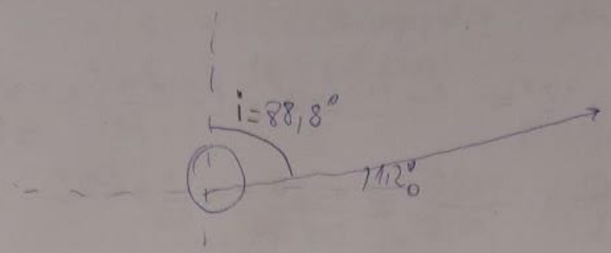
$$\frac{(r/r_\oplus)^3}{(T/T_\oplus)^2} = \frac{M}{M_\odot} \Rightarrow M \approx 0{,}5 M_\odot$$

$$(r_\oplus \approx 150 \cdot 10^6 km,\ T_\oplus \approx 365 d)$$

Звездата е с маса $M \approx 0{,}5 M_\odot$ и радиус $R \approx 200\,000 km$. Това вероятно е някое малко червено джудже от клас K или M, а планетата е с размер няколко пъти колкото на Юпитер и е много близо до звездата, може да се определи като част от класа на т.нар. „горещи Юпитери".

Доста е вероятно при образуването на системата двата обекта да са имали почти равностойни шансове да станат звезда, т.е. планетата да е „провалена звезда".

ЧЕРНОВА



$$\frac{365 \cdot 3}{1095}$$

$$\frac{1095 + 365}{1460}$$

$$\frac{(r/r_\odot)^2}{(T/T_\odot)^2} = \frac{M}{M_\odot}$$

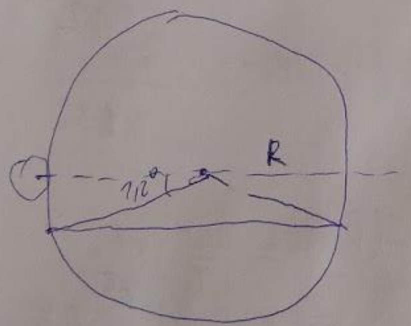
$$r/r_\odot = 3/150 = \frac{1}{50} = 0{,}02$$

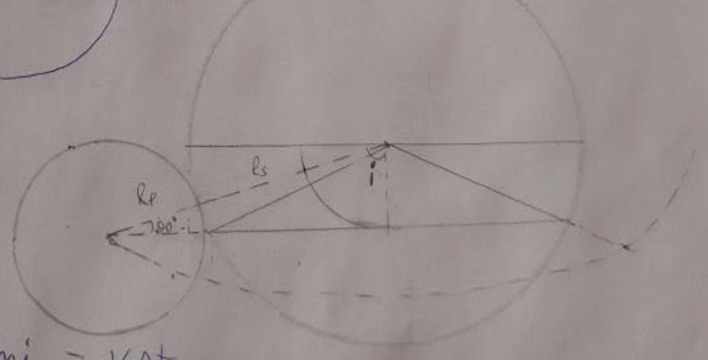
$$T/T_\odot = \frac{1{,}4}{365} = \frac{4 \cdot 1{,}4}{1460} \approx 0{,}004$$

~~3650~~

$$\frac{M}{M_\odot} = \frac{(2 \cdot 10^{-2})^3}{(2^2 \cdot 10^{-3})^2} = \frac{2^3 \cdot 10^{-6}}{2^4 \cdot 10^{-6}} = 0{,}5$$

$M = 0{,}5 M_\odot$ → ~~червено джудже?~~





$$s = (R_p + R_s)\sin i = v \Delta t$$

$\cos 88{,}8° = \sin 1{,}2°$ -

много малка звезда е

$\sin 88{,}8° = \cos 1{,}2° = 1 - \frac{(1{,}2°(\text{rad}))^2}{2} = 1 - \frac{4 \cdot 10^{-4}}{2} = 1 - 2 \cdot 10^{-4} \approx 1$

$[90° - i]_{rad} = \frac{1{,}2 \cdot 60 \cdot 60}{206265} = \frac{4320}{206265} \approx \frac{4320}{200\,000} \approx \frac{1}{50} = 0{,}02$

$3600 \cdot 1{,}2$
7200
+3600
4320,0

$\frac{E}{E_0} = \frac{R_S^2 - R_P^2}{R_S^2} = 1 - \frac{R_P^2}{R_S^2} \approx 0{,}44$

$\frac{R_P^2}{R_S^2} = 1 - \frac{E}{E_0} = 0{,}56 \Rightarrow \frac{R_P}{R_S} \approx 0{,}75 = \frac{3}{4}$

$0{,}74 \cdot 0{,}74$
296
+518
54,76

$0{,}75 \cdot 0{,}75$
375
525
56,25

$v = \frac{2\pi r}{T}$

$108 \cdot 78$
802
+763
8,432

~~882108~~

$2(R_P + R_S) \approx \frac{2\pi r}{T} \cdot \Delta t =$

$= \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 77}{1{,}4 \cdot 24 \cdot 60} =$

$= \frac{3{,}14 \cdot 77 \cdot 10^5}{3{,}36} \approx$

$\approx 7{,}6 \cdot 10^5$ km

710
+142
852

$24 \cdot 1{,}4$
96
+24
3,36

$2(R_P + R_S) = (1 + \frac{3}{4}) R_S$

$\frac{7}{4} 2R_S = 7{,}6 \cdot 10^5$ km

$2R_S \approx 4 \cdot \frac{7}{7} \cdot 10^5$ km $\approx 440\,000$ km

$2R_P \approx 330\,000$ km

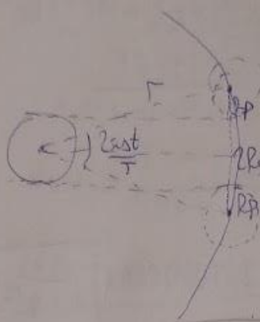
ЧЕРНОВА

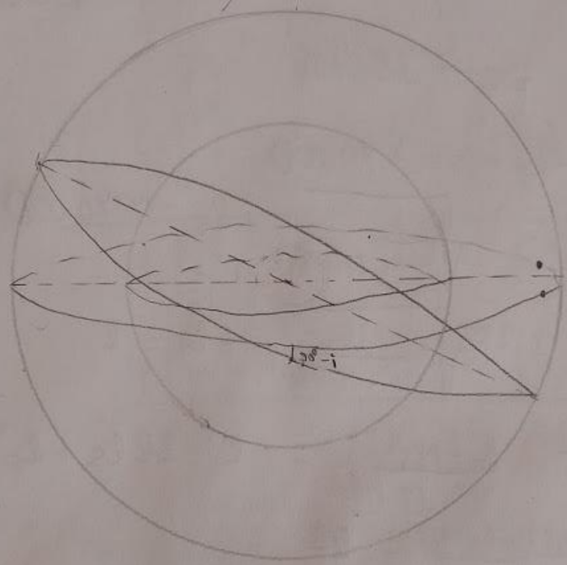
$\Rightarrow \quad R_s = 220000 km$

$R_p = 165000 km$

$2(R_s+R_p) = \cancel{2} r \sin\left(\frac{2\pi\Delta t}{T}\right)$

$R_s + R_p = r \sin \frac{2\pi \Delta t}{T}$





$(R_s+R_p)\sin i = 2r \sin \frac{2\pi\Delta t}{T}$

$\frac{E}{E_0} = \frac{(R_s^2 - R_p^2)T_s^4 + R_p^2 T_p^4}{R_s^2 T_s^4 + R_p^2 T_p^2}$

$\cancel{\sigma}\cdot \frac{\cancel{4\pi} R_s^2 \sigma T_s^4}{\cancel{4\pi} r^2} \cdot \cancel{\pi R_p^2} = 4\cancel{\pi R_p^2}\cancel{\sigma} T_p^4$

$T_p^4 = \frac{R_s^2}{4r^2} T_s^4 \quad f = \frac{E}{E_0} = \frac{(R_s^2 - R_p^2) + R_p^2 \cdot \frac{R_s^2}{4r^2}}{R_s^2 + R_p^2 \cdot \frac{R_s^2}{4r^2}}$

$$fR_s^2 + f\frac{R_p^2R_s^2}{4r^2} = R_s^2 - R_p^2 + \frac{R_p^2R_s^2}{4r^2}$$

$$4fr^2R_s^2 + fR_p^2R_s^2 = 4r^2R_s^2 - 4r^2R_p^2 + R_p^2R_s^2$$

$$(R_s^2 - 4r^2 - fR_s^2)R_p^2 = (4fr^2 - 4r^2)R_s^2$$

$$R_p^2 = R_s^2 \cdot \frac{4r^2(1-f)}{4r^2-(1-f)R_s^2}$$

$$R_s + 2rR_s\sqrt{\frac{1-f}{4r^2-(1-f)R_s^2}} = v\Delta t$$

$$(770\,000 - R_s) + 2\cdot 3000000\sqrt{\frac{0{,}44}{4\cdot 9\cdot 10^{12} - 0{,}44R_s^2}} =$$

$$= 7700000$$

$$R = R_p + R_s = 770\,000$$

$$R_s \cdot 2r\sqrt{\frac{1-f}{4r^2-(1-f)R_s^2}} + R_s = 770\,000$$

$$2r\sqrt{\frac{(1-f)R_s^2}{4r^2-(1-f)R_s^2}} + R_s = R$$

$$4r^2 \cdot \frac{(1-f)R_s^2}{4r^2-(1-f)R_s^2} = R^2 - 2RR_s + R_s^2$$

$$\frac{4r^2(R_s^2-R_p^2) + R_p^2R_s^2}{4r^2R_s^2 + R_p^2R_s^2} = f$$

$$\frac{1 - \frac{R_p^2}{R_s^2} + \frac{R_p^2}{4r^2}}{1 + \frac{R_p^2}{4r^2}} = f$$

$$\frac{1 - \frac{R_p^2}{R_s^2}}{1 + \frac{R_p^2}{4r^2}} = f$$

ЧЕРНОВА

$$\frac{2R_p + R_s}{r} = \frac{770\,000}{3\,000\,000} \approx \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{R_p + R_s}{r} \approx \frac{1}{8}$$

$$\frac{R_p}{r} = \frac{1}{8} - \frac{R_s}{r}$$

$$\frac{4\left(\frac{R_s^2}{r^2} - \frac{R_p^2}{r^2}\right) + \frac{R_p^2}{r^2} \cdot \frac{R_s^2}{r^2}}{4\frac{R_s^2}{r^2} + \frac{R_p^2}{r^2} \cdot \frac{R_s^2}{r^2}} = 0{,}44$$

$$\frac{4\left(\frac{R_s^2}{r^2} = x - \left(\frac{1}{8} - \left(\frac{R_s}{r}\right)\right)^2\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{R_s}{r}\right)^2 \frac{R_s^2}{r^2}}{4\frac{R_s^2}{r^2} + \left(\frac{1}{8} - \frac{R_s}{r}\right)^2 \left(\frac{R_s}{r}\right)^2} = 0{,}44$$

$$\frac{4\left(x^2 - \left(\frac{1}{8} - x\right)^2\right) + \left(\frac{1}{8} - x\right)^2 x^2}{4x + \left(\frac{1}{8} - x\right)^2 x^2} = 0{,}44$$

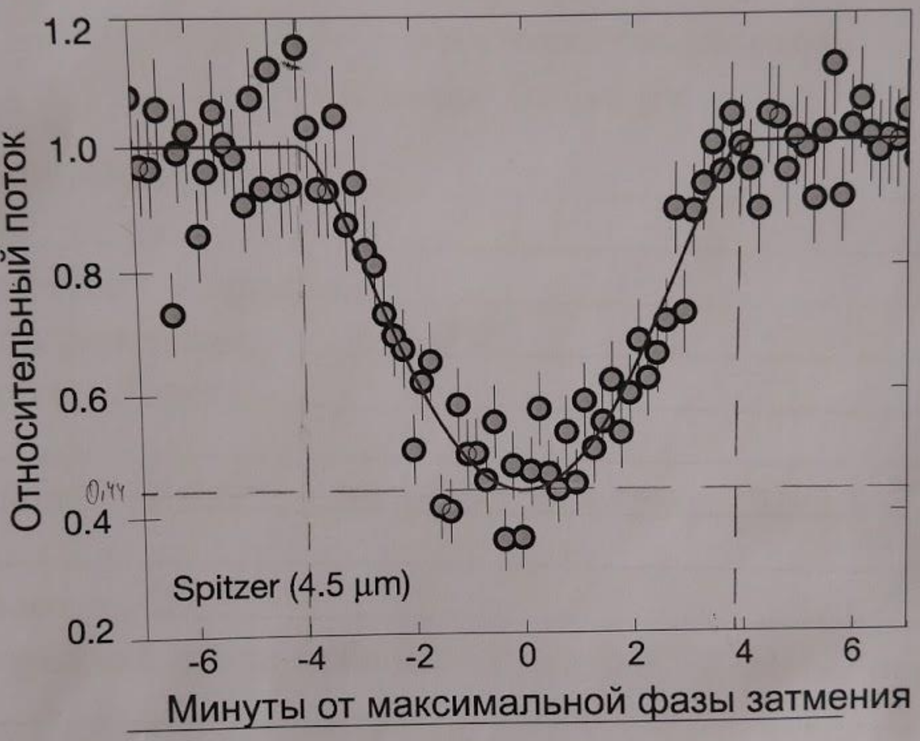
$$\frac{4 - x \cdot \frac{1}{8} \cdot x + \left(\frac{1}{8} - x\right)^2 x^2}{4 + \left(\frac{1}{8} - x\right)^2 x^2} = 0{,}44$$

x

XXVIII Санкт-Петербургска олимпиада по астрономия
Практически тур
14 Март 2021г.

11-12 клас

Дадена Ви е кривата на блясъка (получена по наблюдения с телескопа Spitzer), наблюдавана по време на преминаването на планета по диска на звездата Gaia DR2 2146576589564898688. Подробният анализ е показал, че планетата има орбитален период 1.4 денонощия и кръгова орбита с радиус 3 милиона километра. Ъгълът между лъча на зрение и нормалата към равнината на орбитата на планетата е $88^0.8$. Използвайки тези параметри, оценете радиусите на планетата и на звездата, а също така определете към какви типове звезди и планети те принадлежат.



y: $1 \rightarrow 101{,}5\,mm$

$\frac{56{,}5}{101{,}5} \cdot 1 \approx 0{,}56$

$\frac{E}{E_0} = 1 - 0{,}57 = 0{,}44$

x: $12^{min} \rightarrow 109\,mm$

$\Delta t = \frac{71}{109} \cdot 12 \approx 7{,}7\,min$