XXVIII Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

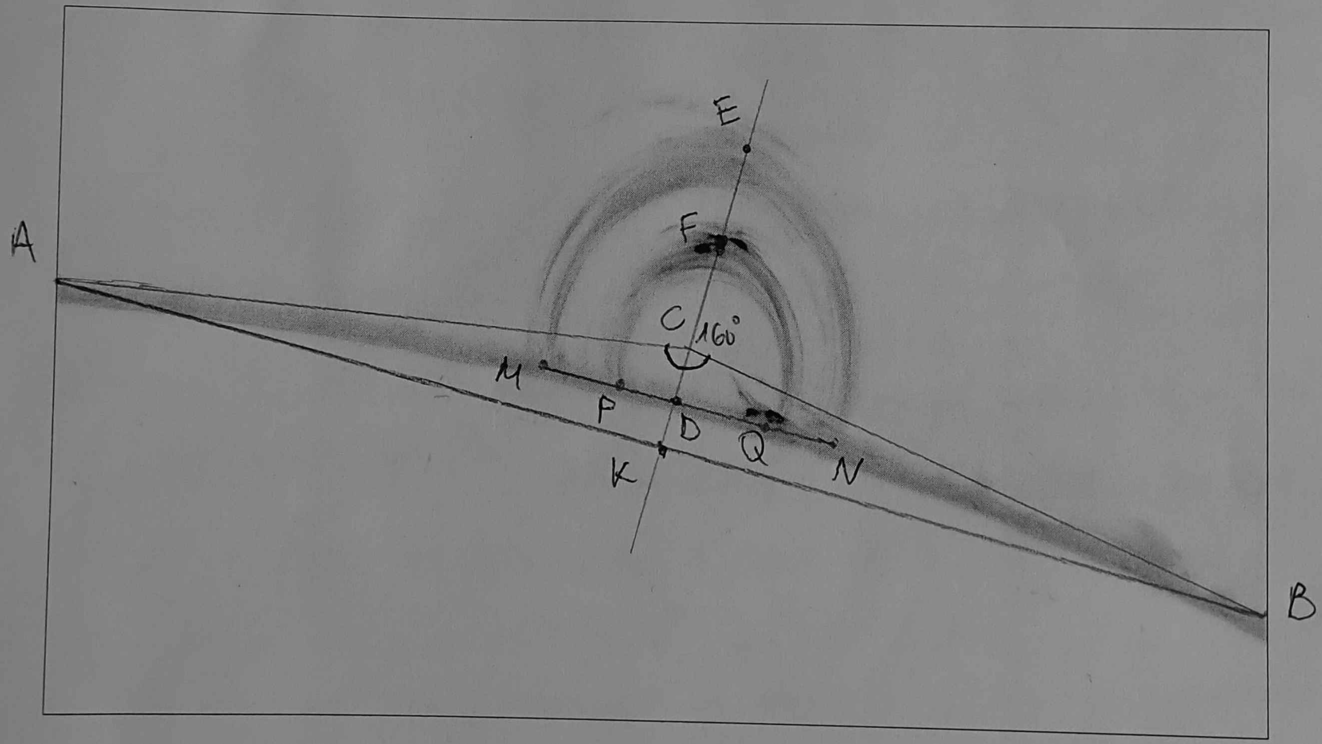
практический тур

2021

14 марта

10 класс

Вам дано изображение (негатив) корональной петли, образовавшейся на видимом краю диска Солнца из-за выхода силовых линий магнитного поля. Оцените объем этой корональной петли, считая ее изогнутой трубкой.



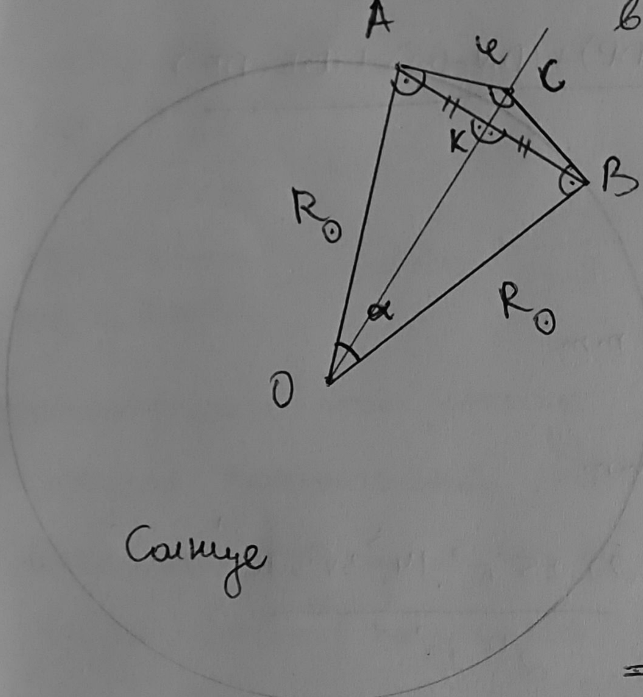
Задача Чистовик

Очевидно, что один из проблем это нахождение маштаба по картинке. Я предлагаю следующий способ:

Связываем точки пересечения внешнего радиуса Солнца с границами фото $\to AB$

Берём перпендикуляр сквозь середину AB – он проходит через центр. O

Касательные в т. A и т. B пересекутся на той же самой прямой под углом φ в точке C



так как $\angle CAO = \angle CBO = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle AOB = 180^\circ - \angle ACB$

$\alpha = 180^\circ - \varphi$

находим т. C на фотографии и меряем угол $\varphi = 160^\circ \pm 1^\circ$

из треугольника $\triangle AOB$: $AB^2 = 2R_\odot^2(1-\cos\alpha) = 2R_\odot^2(1+\cos\varphi)$

$\cos 20^\circ \approx 0{,}94 \Rightarrow AB^2 = 2R_\odot^2 \cdot 0{,}06 = 2\cdot 7^2 \cdot 10^{16} \cdot 0{,}06\ m^2$

$AB = 7\cdot 10^8 \cdot 10^{-1}\sqrt{12}\ m = 7\cdot 10^7 \cdot 2\sqrt{3}\ m = 14\sqrt{3}\cdot 10^7\ m$

на фотографии $AB = 160\,mm$ $\to$ сейчас у нас есть маштаб фото

Форму корональной петли можно определить как трубка с постоянным сечением, изогнута в полуэллипс

её объем можно будет посчитать как $V = S\cdot l$, где $S \to$ сечение, а l это средн. длина трубки

Чтобы найти длины внешней и внутреней части трубки нужно будет найти полуоси двух еллипсов

$a_1 = DF = 22\,mm$ } внутреная часть

PQ

Так как формулы для периметра эллипса нет придётся приблизить длину обеих частей как полупериметр окружности с радиусом $r = \frac{a+b}{2}$

$$\Rightarrow l_1 = \pi r_1 = \frac{\pi(a_1+b_1)}{2}$$

$$l_2 = \pi r_2 = \frac{\pi(a_2+b_2)}{2}$$

$$\Rightarrow l_0 = \frac{l_1+l_2}{2} = \frac{\pi(a_1+b_1+a_2+b_2)}{4} \approx \pi \cdot 22\,mm$$

Средняя ширина трубки $d = \frac{(DM-DP)+(DN-DQ)+(DE-DF)}{3} =$

$$= \frac{MN-PQ+DE-DF}{3} = 10\,mm$$

$$\Rightarrow S_0 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 100}{4} mm^2 = 25\pi\, mm^2$$

$$V_0 = S_0 \cdot l_0 = 22.25\pi^2 mm^3$$

машстаб $M = 14\sqrt{3}\cdot 10^7\, m/160\,mm$

$$\Rightarrow V = \frac{22.25\pi^2 \cdot (14\sqrt{3}\cdot 10^7)^3}{160^3} m^3 = \frac{22.25\pi^2 \cdot 14^3 3\sqrt{3}\cdot 10^{21}}{2^{12}\cdot 10^3} =$$

$$= 10^{18} \cdot \frac{22.25\cdot 4\cdot 14\cdot 7^2\cdot 3\sqrt{3}\pi^2}{2^{12}} = 10^{20}\cdot \frac{11\cdot 7^3 3\sqrt{3}\pi^2}{2^{10}} \approx$$

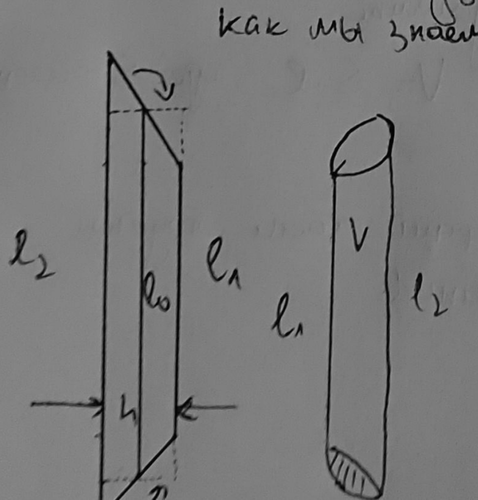
$$\approx 10^{22}\cdot \frac{7^3\cdot 3\sqrt{3}}{2^{10}} \approx 10^{22}\cdot \frac{1866}{1024} \approx 2\cdot 10^{22}\, m^3 = \boxed{2\cdot 10^{13}\, km^3}$$

(все вычисления можно увидеть на черновике)

Ответ: Объем печени $\approx 2\cdot 10^{13}\, km^3$

пояснение к определению объема трубки:

Если её „выпрямить" будет такая фигура:



как мы знаем площадь трапеции

$$S_{тр.} = \frac{l_1+l_2}{2}\cdot h = l_0 \cdot h$$

аналог. будет и с объемом

Чистовик

Альтернативный способ нахождения маштаба

зная длины KD и AB можно найти маштаб:

$OA = OB = OD = R_{\odot}$

$OK = OD - KD$, питагор. теор. для ΔOAK

$$R_{\odot}^2 = AK^2 + OK^2 = \frac{AB^2}{4} + (OD - KD)^2 = \frac{AB^2}{4} + R_{\odot}^2 - 2R_{\odot} \cdot KD + KD^2$$

$$2R_{\odot} \cdot KD = \frac{AB^2}{4} + KD^2$$

$$2R_{\odot} = \frac{AB^2}{4KD} + KD$$

$AB \to 160mm$

$KD \to 8mm$

$$\Rightarrow 2R_{\odot} = \left(\frac{160^2}{4 \cdot 8} + 8\right) mm = 808mm$$

$$\Rightarrow \boxed{404mm \to R_{\odot} = 7 \cdot 10^8 m}$$

преимущество этого метода в том, что он не требует чертания доширательной, которая делается на глаз и не требует вычисления функции $\cos 20^{\circ}$, но KD очень мало и относительная погрешность большая

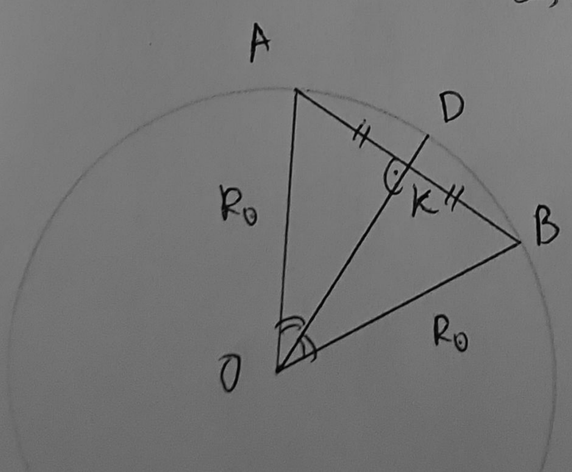
тогда ответ получается:

$$V = \frac{22.25\pi^2 \cdot (7 \cdot 10^8)^3}{404^3} m^3 \approx 3 \cdot 10^{22} m^3 = \boxed{3 \cdot 10^{13} km^3}$$

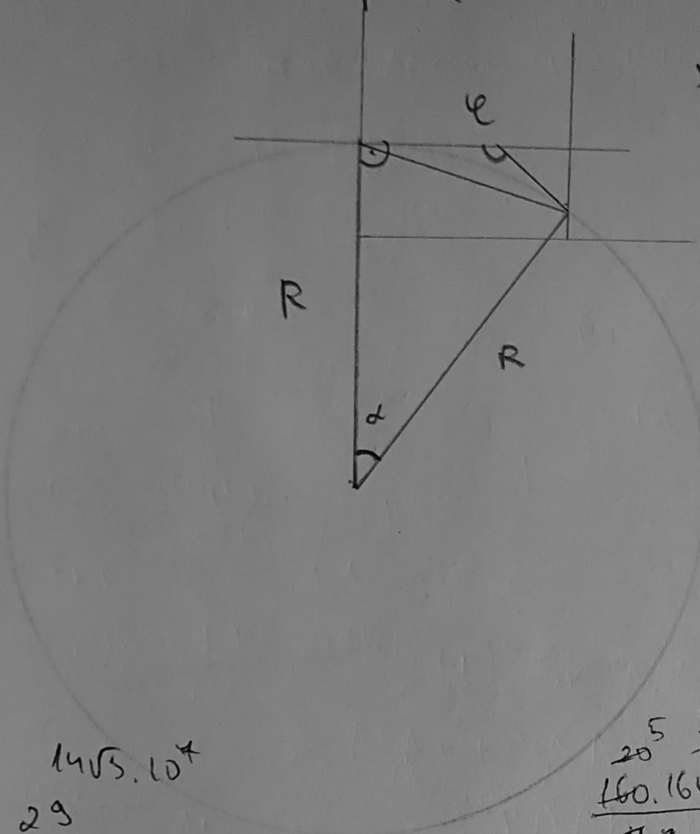
(вычисления в черновике)

я бы поверил больше второму ответу, потому что построение доширательных было сильно неоднозначное потому что можно ореентироватся только по одной части окружности (A и B на границах кадра)

как вариант можно еще взять среднее между двумя объемами $\to 2{,}5 \cdot 10^{13} km^3$



Черновик



$x^2 = 2R^2(1-\cos\alpha) =$

$= 2R^2(1+\cos\varphi)$

$$\frac{\pi\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)+\pi\left(\frac{b_1+b_2}{2}\right)}{2}$$

$$\frac{\pi\left(\frac{a_1+b_1}{2}\right)+\pi\left(\frac{a_2+b_2}{2}\right)}{2}$$

$14\sqrt{3}\cdot10^7$

29

40 − 11

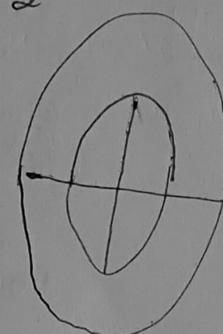
40 − 22 − 18+12
30

20^5 $16 \cdot 5$ 800

$\frac{160 \cdot 160}{7.8}$

22+11 54+33 − 87

53 + 34+20 44 22



PD

PQ

$1{,}4\cdot\sqrt{3}$

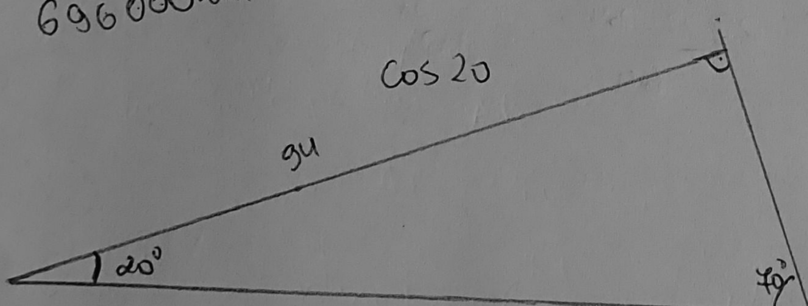
$7\cdot10^8 m$

696000km

$\frac{\pi d^2}{4}$ 100 25π

33 67 287 22π

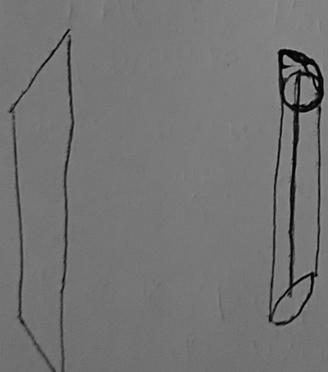
cos 20



0,06

$7\cdot10^8$

100



$$\frac{22.25.\pi^2.14^3.3\sqrt{3}.10^{21}}{16^3.10^3} = 10^{18}.\frac{22.25.4.14.7^2.3\sqrt{3}\pi^2}{16^3} =$$

300 =

$$= 10^{20}.\frac{22.14.7^2.3\sqrt{3}\pi^2}{16^3}$$

11.9,81

$11.\pi^2 \approx 100$

16 .16 / 256

343.3

686.$\sqrt{3}$ / 1024

2 16.16

$16 = 2^4$ 2^{12}

$7^3 = \frac{49.7}{343}$

8.7 = 56

$$10^{20}\frac{11.7^3.3\sqrt{3}\pi^2}{2^{10}} = 10^{22}.\frac{7^3 3\sqrt{3}}{2^{10}}$$

686 . 17 / 4802 / 686 / 18662

1866,2

~~17.17~~

17 . 17 / 119 / 17 / 289

1,7

~~686.17~~ / ~~4802~~ / ~~686~~ / 2 ~~8~~662

2

10^3 16^9 22-9 / 12

$$\frac{22.25\pi^2.7^3.10^{24}}{4^3.10^6} = 10^{18}\frac{25.22\pi^2.7^3}{4^3} \approx$$

4.16 . 4 / 64

$$= 10^{19}\frac{25.22.343}{64} = 10^{21}.\frac{11.343}{128} = 3.10^{22}$$

30

3 2