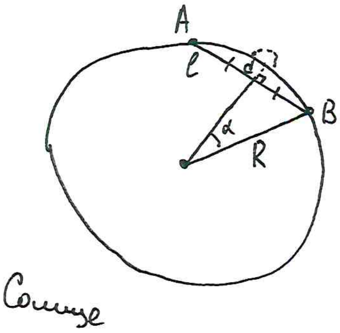
1 ДОЛ-18

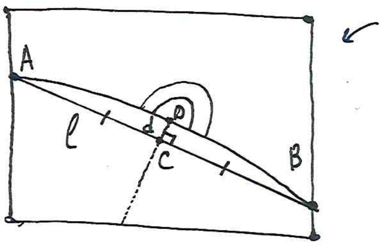
Решение:

1. Определим масштаб фотографии. Для этого найдём, какой бы был радиус Солнца в мм, на этой фотографии.



На фотографии видим часть „кайму" Солнца, и некоторую дугу AB. Стянем эту дугу хордой.

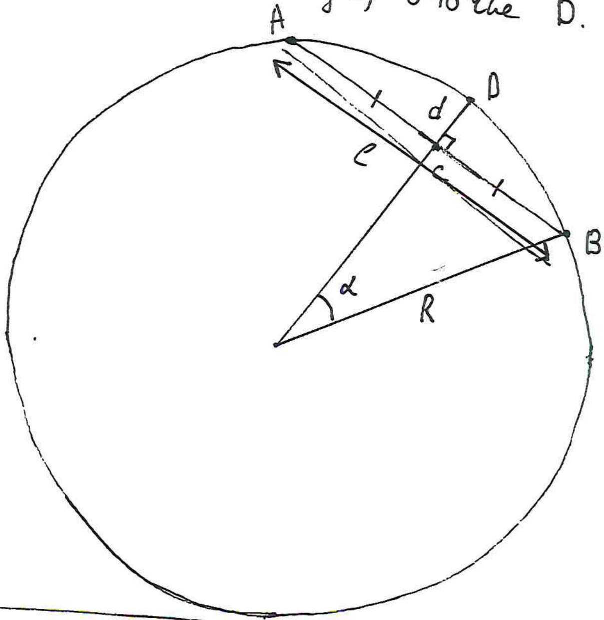
Для наибольшей точности, возьмём наиболее удалённые друг от друга ~~все~~ точки дуги, как на рисунке.



Обозначим расстояние $AB = l$

$l \approx 157$ мм

Теперь восстановим к хорде AB серединный перпендикуляр (в точке C). Наш сер. пер. пересёк „кайму" Солнца (ближайшую) в точке D. Обозначим $CD = d$. $d \approx 8$ мм



Отрезок CD принадлежит диаметру.

$$\begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{l/2}{R} = \dfrac{l}{2R} \\ \cos\alpha = \dfrac{R-d}{R} = 1 - \dfrac{d}{R} \end{cases}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\frac{l^2}{4R^2} + 1 + \frac{d^2}{R^2} - \frac{2d}{R} = 1$$

$$\frac{l^2}{4R} + \frac{d^2}{R} = 2d; \quad \boxed{\frac{l^2 + 4d^2}{8d} = R}$$

$$R = \frac{24649 + 256}{64} = \frac{24905}{64}$$

$$\boxed{R \approx 389 \text{ мм.}}$$

157 × 157 = 24649 = l^2

24905 : 64 = 389,1...

696 : 389 = 1,789...

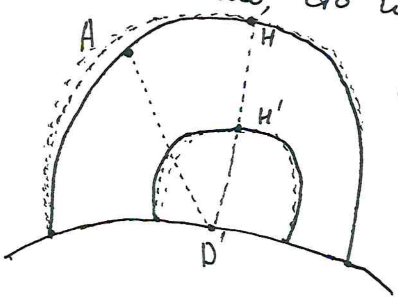
Радиус Солнца $r = 696000$ км.

Значит масштаб $a = \dfrac{696000}{389} \approx$ ~~1,789~~ ~~1,79~~ $1789 \approx 1790 \ \frac{\text{км}}{\text{мм}}$

В одном миллиметре ≈ 1790 км.

(2) ДОЛ-18

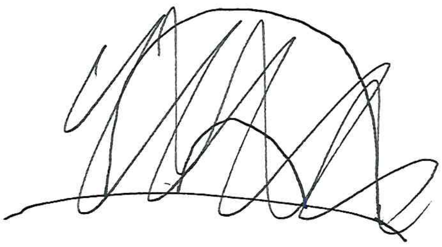
2. Найдём линейные размеры ~~на~~ петли. В условии ручкой провёл границы, которые буду считать границами петли. Некоторый „выброс", сверху петли, в границу не попал, т.к. считаю его не принадлежащим петле. Важно, что петля, сильно не постоянной ширины.



← Петля, схематично.

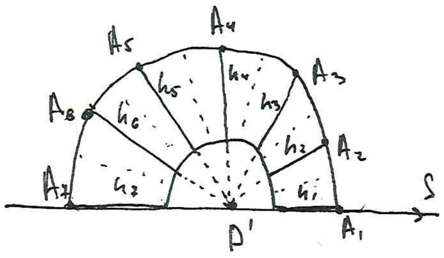
На каждом участке петля имеет различную ширину, диаметр трубки.
Разобьём петлю на несколько равных участков по длине, и посчитаем в каждом из них ширину.
Это позволит посчитать объём с большей точностью.

~~Ширина петли в точке A: отрезок, длина отрезка, принадлежащего петле, перпенд. касательной к точке A:~~



Ширина петли в точке A: часть отрезка AD', принадлежащая петле.
D' - точка пересечения прямой HH' и Солнца.
H, H', - „наивысшие" точки внутр. и внешней петель.

Проведу 7 отрезков $D'A_i$.



$\angle SD'A_1 = 0°$	$\angle SD'A_5 = 120°$	$h_1 = 9$ мм
$\angle SD'A_2 = 30°$	$\angle SD'A_6 = 150°$	$h_2 = 11$ мм
$\angle SD'A_3 = 60°$	$\angle SD'A_7 = 180°$	$h_3 = 13$ мм
$\angle SD'A_4 = 90°$		$h_4 = 18$ мм
		$h_5 = 18$ мм
		$h_6 = 14$ мм
		$h_7 = 13$ мм

Таким образом я разделил на ~~7~~ 6 примерно равных участков (по длине).

$$h_{12} = \frac{h_1+h_2}{2} = 10\text{ мм} \qquad h_{56} = \frac{h_5+h_6}{2} = 16\text{ мм}$$

$$h_{23} = \frac{h_2+h_3}{2} = 12\text{ мм} \qquad h_{67} = \frac{h_6+h_7}{2} = 13{,}5\text{ мм} \approx 13\text{ мм}$$

$$h_{34} = \frac{h_3+h_4}{2} = 15{,}5\text{ мм} \approx 15\text{ мм}$$

$$h_{45} = \frac{h_4+h_5}{2} = 18\text{ мм}$$

③ ДОЛ - 18

$$V_T = \int S(l)\,dl = \pi \int r(l)^2\,dl \approx \pi \cdot \sum_{n=1}^{6} h_{n\,n+1}^2 \cdot \frac{\overline{l}}{6}$$

S - площадь трубки
l - длина

$$\sum_{n=1}^{6} h_{n\,n+1}^2 = 10^2 + 12^2 + 15^2 + 18^2 + 16^2 + 13^2 = 100 + 144 + 225 + 324 + 256 + 169 =$$

$$= 244 + 549 + 425 = 1100 + 44 + 49 + 25 = 1218 \text{ мм}^2$$

$$1218 \text{ мм}^2 = a^2 \cdot 1218 = 3{,}204 \cdot 10^6 \cdot 1218 = 3{,}9 \cdot 10^9 \text{ мм}^2$$

перевёл из измер. на фотографии в реальные числа.

Теперь найдём $\frac{\overline{l}}{6}$.

$\overline{l}$ возьмём как среднее из внешней и внутренней границ петли. Для этого обозначим часть отрезка $D'A$; лежащую вне петли за k_i.

Тогда $\overline{l} = \frac{l_{вн} + l_{вт}}{2} \approx \frac{\pi}{12}\left(\sum_{i=1}^{6} h_{i,\,i+1} + 2 \cdot \sum_{j=1}^{6} k_{j,\,j+1}\right)$

$$\sum_{i=1}^{6} h_{i,\,i+1} = 10 + 12 + 15 + 18 + 16 + 13 = 84 \text{ мм}$$

$k_1 = 9$ мм
$k_2 = 10$ мм
$k_3 = 13$ мм
$k_4 = 15$ мм
$k_5 = 15$ мм
$k_6 = 13$ мм
$k_7 = 10$ мм

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{6} k_{j,\,j+1} = \frac{9+10+10+13+13+15+15+15+15+13+13+10}{2} \approx 62 \text{ мм}$$

$$\overline{l} = \frac{\pi}{12}(\overset{вн}{62+84} + \overset{вн}{62}) = \frac{\pi}{12} \cdot 208 = 17{,}3\pi.$$

$$\overline{l} = 17{,}3\pi \text{ мм} = a \cdot 17{,}3\pi = 1790 \cdot 17{,}3\pi = 31000\pi \text{ мм}.$$

$$\begin{array}{r} 1790 \\ \times\ 1790 \\ \hline 1611 \\ 1253 \\ 179 \\ \hline 3204100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1790 \\ \times\ 17{,}3 \\ \hline 537 \\ 1253 \\ 179 \\ \hline 30967 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3204 \\ \times\ 1218 \\ \hline 25632 \\ 3204 \\ 6408 \\ 3204 \\ \hline 3902452 \end{array}$$

Найдём объём.

④ Д0 11-18.

$$V = \frac{\pi \cdot 3{,}9 \cdot 10^{9} \cdot 31000\pi}{6} = \pi^2 \cdot 10^{12} \cdot 3{,}1 \cdot 6{,}5 = 12{,}87 \cdot 20{,}15 \cdot 10^{12} = 2{,}59 \cdot 10^{14}\ \text{км}^3 \approx$$
$$\approx 2{,}6 \cdot 10^{14}\ \text{км}^3.$$

~~3,14~~
~~3,14~~
~~1356~~
~~314~~
~~1242~~
~~1,6918~~

3,14
3,14
1356
314
1242
1,28696

Ответ: $2{,}6 \cdot 10^{14}$ км^3.

12,87
20,15
6435
1287
2574
259,3305

5

ДОП - 18

XXVIII Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

практический тур

2021

14 марта

10 класс

Вам дано изображение (негатив) корональной петли, образовавшейся на видимом краю диска Солнца из-за выхода силовых линий магнитного поля. Оцените объем этой корональной петли, считая ее изогнутой трубкой.