Практический тур. СПбАО. <u>Доп-49</u>.

1) По III з-ну Кеплера:

$$\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2 \cdot \frac{M}{M_\odot} = \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3$$

$$\left(\frac{1{,}4}{365{,}2422}\right)^2 \cdot \frac{M}{M_\odot} = \left(\frac{\cancel{4}\ 3\cdot 10^6}{149{,}6\cdot 10^6}\right)^3$$

$$\approx\left(\frac{1}{26}\right)^2 \qquad\qquad \approx\left(\frac{2}{100}\right)^3$$

$$M = M_\odot \cdot \frac{8\cdot 5^4}{10^6} = M_\odot \cdot \frac{10^3\cdot 5}{10^6} = \frac{M_\odot}{200}.$$

Т.к. $M_\odot \approx 10^3 M_{Ю}$. $\Rightarrow$ $\underline{M = 5M_{Ю}}$, - очень похоже, что это либо тусклый объект субзвёздной природы ($M < 13M_{Ю}$), либо со всеми погрешностями коричневый карлик.

2) Произведём две оценки радиусов звезды и планеты по времени прохождения и по падению блеска:

а) Между точками 1-4 проходит время соответствующее прохождению планетой диаметров звезды и самой себя:

$$2(R_п+R_з) \sim \Delta t_{1-4}$$

М/у точками 2-3 планета успевает пройти диаметр звезды без своего диаметра:

$$2(-R_п+R_з) \sim \Delta t_{2-3}$$

Откуда мы получаем $\dfrac{R_з+R_п}{R_з-R_п} = \dfrac{\Delta t_{1-4}}{\Delta t_{2-3}} \Rightarrow R_з = R_п \cdot \dfrac{\frac{\Delta t_{1-4}}{\Delta t_{2-3}}+1}{\underbrace{\frac{\Delta t_{1-4}}{\Delta t_{2-3}}-1}_{\varphi}}$.

Из графика мы находим, что $\Delta t_{1-4} = \frac{6{,}2}{9{,}7}\cdot 6\cdot 2$ мин и $\Delta t_{2-3} = \frac{1{,}8}{9{,}7}\cdot 6\cdot 2$ мин

Откуда $\varphi = \frac{20}{11}$.

б) Из графика находим значение интенсивности в точке 5.

Доп-49

$$I_{отн.} = 1,2 - 1\cdot\frac{6,9}{9} \approx \frac{1,3}{3} = 0,4(3).$$

I_0 I

$$I_{отн.} = \frac{I}{I_0} = \frac{S\cdot\rho}{S_0\cdot\rho};\quad S = S_0 - S_п \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 1 - \frac{S_п}{S_0} = 1 - \left(\frac{R_п}{R_{зв}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_{п.}}{R_{зв}} = \sqrt{\frac{17}{30}} \approx \varphi', \text{ где } \varphi' \in [0,7; 0,8].$$

сравним $\varphi \vee (\varphi')^{-1} \Rightarrow \frac{20}{11} \vee \sqrt{\frac{30}{17}}\ \uparrow^2$

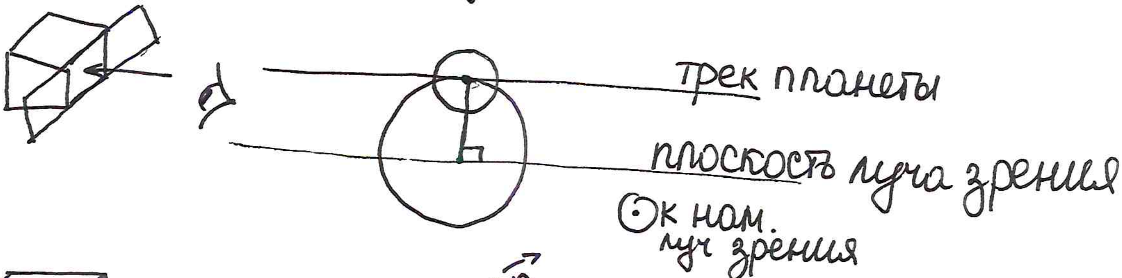
$$\frac{400}{121} \vee \frac{30}{17}$$

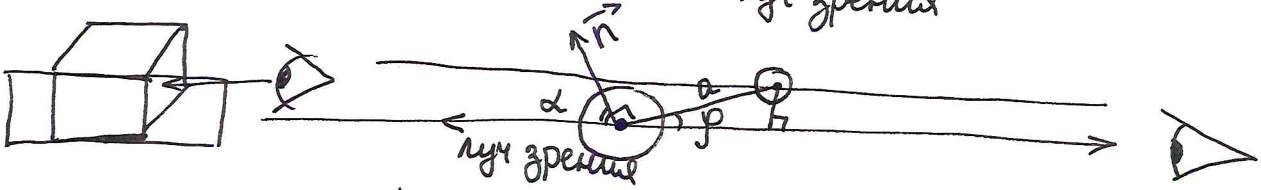
$$3,305... \vee 1,76...$$

$$3,305... > 1,76...$$

Таким образом прохождение будет нецентральным. (орбиту примем круговой)

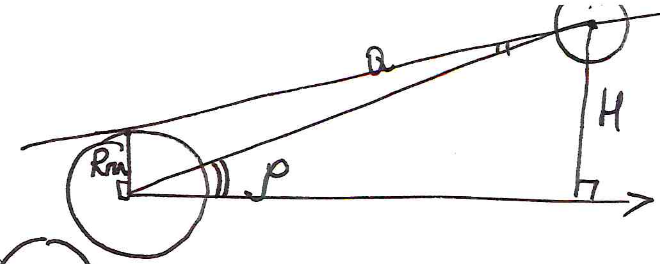
Более того, по анализу кривой блеска видно, что не будет существовать области, где блеск не менялся бы за время транзита, а это значит, что центр планеты во время этого затмения будет находиться либо на краю диска звезды, либо выше. Оценим минимальный случай:

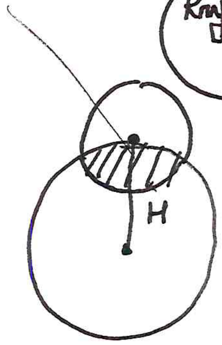




$\alpha = 88,8^\circ$ $\quad \gamma = 90^\circ - \alpha = 1,2^\circ.$

Дол-49



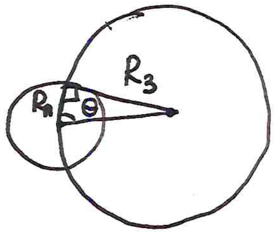


$a \cdot \sin\rho = H \qquad \rho << 1 \Rightarrow \sin\rho \approx \rho.$

$\rho\,[\text{рад}] = \frac{1{,}2 \cdot 3600}{206265} \approx 0{,}021.$

$a \cdot 0{,}02 = H \Rightarrow H = 0{,}06 \cdot 10^6 \text{ км} = 6 \cdot 10^4 \text{ км}.$

А т.к. $H = R_{зв}$, то мы можем найти $R_п$:



$tg\,\Theta = \frac{R_з}{R_{пл.}}; \quad S_{перекр.} = \frac{\pi R_{пл.}^2\,\Theta}{360^\circ}$

$\frac{I}{I_0} = 1 - \frac{S_{пер.}}{S_0} = 1 - \frac{\pi R_{пл.}^2\,\Theta}{360^\circ} \cdot \frac{1}{\pi R_з^2} \Rightarrow$

$\left(\frac{R_{пл.}}{R_з}\right)^2 \cdot arctg\left(\frac{R_з}{R_{пл.}}\right) = \left(1 - \frac{I}{I_0}\right) \cdot \frac{360^\circ}{\pi}.$

$tg\,x \approx x + \frac{x^3}{3} \Rightarrow \Theta + \frac{\Theta^3}{3} = \frac{R_з}{R_{пл.}}$

Для уравнений такого вида сущ-ет формула Кардано:

$\Theta^3 + 3\Theta - 3\frac{R_з}{R_{пл}} = 0$ или при замене $\Theta = u + v$, $3 = -p$, $3\frac{R_з}{R_{пл}} = q$.

$(u+v)^3 = p(u+v) + q$

$(u^3+v^3) + 3uv(u+v) = p(u+v) + q$

$\left.\begin{matrix} p = 3uv \\ q = u^3+v^3 \end{matrix}\right| \Rightarrow u^3 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{u^3} = q$

$u^3 \to k$

$k^2 - qk + \left(\frac{p}{3}\right)^3 = 0$

$D = q^2 + 4 \cdot \left(-\frac{p}{3}\right)^3 \Rightarrow k = \frac{q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2}$

или $\Theta = \sqrt[3]{u^3} + \sqrt[3]{v^3} = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$

Но формула Кордано нас не сильно спасёт (если и спасёт вообще); Потеря блеска довольно велика, что даёт нам возможность сказать $R_{пл}$ по порядку величины сопоставим с $R_{зв.}$ => эта планета будет газовым гигантом, но вот ледяным или именно газовым сказать трудно. ~~Можно оценить это, сказав, что для звёзд массы 0,65 $M_\odot$ коэффициент будет порядка $\alpha \sim 23$~~

доп-49

XXVIII Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

практический тур

2021

14 марта

---

11 класс

Вам дан график кривой блеска (наблюдения получены на телескопе Spitzer), образованной прохождением планеты по диску звезды Gaia DR2 2146576589564898688. Детальный анализ показал, что данная планета имеет период обращения 1.4 дня при радиусе круговой орбиты 3 млн. км. Угол между лучом зрения и нормалью к плоскости орбиты составляет 88°.8. Исходя из этих параметров, оцените радиусы звезды и планеты, а также определите, к каким типам относятся звезда и планета.