Шифр: Хим-15

Страница № 1

№1

Если при подрыве выделилась половина энергии покоя, то полная энергия покоя составит $2 \cdot 10^{55}$ Дж. Тогда, беря скорость света за $3 \cdot 10^8$ м/с:

$$E_0 = Mc^2$$

$$M = \frac{2 \cdot 10^{55}}{9 \cdot 10^{16}} = \frac{2}{9} \cdot 10^{39} \text{ кг}$$

$M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ кг, тогда оценим кол-во звёзд:

$$\frac{2 \cdot 10^{39}}{9 \cdot 2 \cdot 10^{30}} = \frac{10}{9} \cdot 10^8 \approx 10^8 M_\odot$$

Ответ: около 100 млн.

№2

Для начала оценим массу белого карлика. Возьмём радиус Земли за $6 \cdot 10^6$ м:

$$M = \rho V = \frac{4\pi\rho R^3}{3} \approx 4\rho R^3$$

$$M \approx 4 \cdot 9 \cdot 10^8 \cdot 216 \cdot 10^{18} \approx 10^{30} \text{ кг}$$

1/60 орбитального периода Меркурия — это примерно 3/2 д. Оценим тогда радиус орбиты планеты из уточнённого III закона Кеплера, сравнивая её систему с системой Солнце — Земля:

$$\frac{M}{M_\odot} \cdot \left(\frac{3}{2 \cdot 365}\right)^2 = a^3$$

$M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ кг, а выражается в а.е.

$$a^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{4 \cdot 365^2} \approx \cancel{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10 \cdot 400^2} = \frac{1}{8 \cdot 10^5}} \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{64 \cdot 10^4} \approx 10^{-5}$$

~~$a \approx \frac{1}{200} = 0{,}005$ а.е.~~ а будет около сотых долей а.е.

Шифр: Хим-15

Страница № 2

Масса звезды на стадии красного гиганта будет равна массе Солнца, в таком случае и размеры её будут схожи с солнечными на этой стадии эволюции. При этом известно, что Солнце на стадии красного гиганта будет иметь радиус около 1 а.е. А у такой звезды планета с радиусом орбиты, ранее оценённым, ~~равным, как было вычислено, 0,005 а.е.,~~ существовать никак не может ~~(что, вообще, можно было оценить и без расчёта)~~.

Ответ: не могла.

№5

Для вычисления синодического периода спутника, то есть периода повторения его фаз, необходимо знать его орбитальный период и период родительской планеты. M и m — массы звезды и планеты соответственно, R и r — радиусы орбит планеты и спутника. Орбитальный период, например, планеты, определяется по такой формуле:

$$T_п = \frac{2\pi\sqrt{R^3}}{\sqrt{GM}}$$. А спутника — по аналогичной: $$T_c = \frac{2\pi\sqrt{r^3}}{\sqrt{Gm}}$$

Тогда синодический период S:

$$\frac{1}{S} = \frac{\sqrt{Gm}}{2\pi\sqrt{r^3}} - \frac{\sqrt{GM}}{2\pi\sqrt{R^3}}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{\sqrt{G}}{2\pi}\left(\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{r^3}} - \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{R^3}}\right) = \frac{\sqrt{G}}{2\pi}\left(\frac{\sqrt{mR^3} - \sqrt{Mr^3}}{\sqrt{R^3r^3}}\right)$$

$$S = \frac{2\pi\sqrt{R^3r^3}}{\sqrt{G}\left(\sqrt{mR^3} - \sqrt{Mr^3}\right)}$$

Теперь оценим это выражение:

~~Синодический период Луны составляет 29,53 д. Радиус орбиты спутника тот же, что и у Луны, а планеты — в 4 раза больше земного. Значит, числитель дроби будет в $\sqrt[3]{4}$ раз больше такого у выражения для системы Солнце — Земля — Луна.~~

Масса планеты в 2 раза меньше земной, значит, период спутника равен такому у Луны, умноженному на $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-1}$, т.к. радиусы орбит у Луны и спутника совпадают. $\sqrt{2} \approx \frac{3}{2} \Rightarrow T_c \approx 27,32 д \cdot \frac{3}{2}$. Аналогично изучаю, получим, что $T_п$ в $\frac{\sqrt{4^3}}{2} = 4$ раза ~~раза~~ отличается от орб. периода Земли: $T_п = 365 д \cdot 4$. В итоге синодический период:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{27,32 \cdot 1,5} - \frac{1}{365 \cdot 4}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{365 \cdot 4 - 27,32 \cdot 1,5}{27,32 \cdot 1,5 \cdot 365 \cdot 4}$$

$$\frac{1}{S} \approx \frac{1500 - 40}{1500 \cdot 40}$$

$$S \approx \frac{6000}{146} \approx 40 д$$

Радиус спутника для решения не играет роли.

Ответ: 40 д.

Шифр: Хим-15

Страница № 4

№2

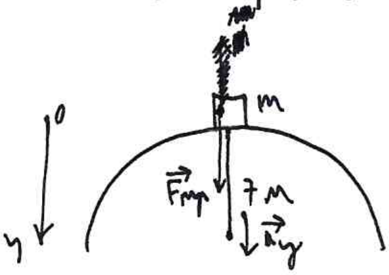
Петербург расположен примерно на 30° в.д., разница в долготе с Хатангой составит ок. 70°, что соответствует разнице во времени в $\frac{70^\circ}{180^\circ} \cdot 12$ ч, что немного больше 4 ч. Значит, через 0,5 часа после наблюдения петербуржца в Хатанге пройдёт примерно 5 − 2 = 3 ч с момента верх. кульминации Миры. Мира лежит на небесной сфере очень близко к неб. экватору, и поэтому проводит почти ровно по 12 ч над горизонтом и, соответственно, с момента её верх. кульминации до заката ~~проходило~~ проходит целых 6 ч. То есть в нужный момент она будет над горизонтом.

Переменные звёзды-миры имеют очень долгий период изменения блеска, и спустя полчаса после максимума звезда точно не потускнеет достаточно сильно, чтобы её нельзя было увидеть. Если это ~~начало~~ конец декабря, то Солнце тоже не помешает наблюдению, так как в Хатанге будет полярная ночь ($\varphi > 66{,}5^\circ$), и при этом Солнце будет далеко от положения ~~небес~~ верх. кульминации (находится в созв. Стрельца, т.е. кульминирует почти знаменательно позже Миры).

Все эти 3 фактора благоприятствуют наблюдению, и в итоге Миру из Хатанги спустя 0,5 часа после петербургского наблюдения увидеть получится.

№3

Будем считать обсерваторию шаром. Рассмотрим некую её деталь массы m, приделанную к её „поверхности". Центростремительное ускорение детали обеспечивает некая сила трения $F_{тр}$. По рисунку: $F_{тр} = F_{тр\,max}$:



$$F_{тр} = m a_y = \frac{m v^2}{R}$$

$$R = 7\,м; \quad T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T}$$

~~Деталь отрывается от сферы, если N=0:~~

$$F_{тр} = \frac{4 m \pi^2 R}{T^2}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mR}{F_{тр}}}$$

Ответ зависит от того, как мы оценим максимальную силу трения. Она должна быть такой, чтобы при запуске обсерватория не развалилась от перегрузок. Оценим эти перегрузки в 10 g; g = 10 м/с². В таком случае $F_{тр} = ma = 100m$:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mR}{100m}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{100}} = \frac{2\pi\sqrt{R}}{10} \approx \frac{3}{5}\sqrt{7} \approx 2\,с$$

Ответ: ок. 2 с.