Задача 1

Дано:

$\lambda = 3000\,\mathring{A}$

$D = 2{,}4$ м

ρ - ?

Решение:

Когда разрешающая способность телескопа равна угловому расстоянию между компонентами мы видим ~~две звезды~~. систему как две звезды.

$$\rho = \theta = \frac{1{,}22\,\lambda}{D} \cdot 206265$$

$$\theta = \frac{1{,}22 \cdot 3000 \cdot 10^{-10}\text{ м}}{2{,}4\text{ м}} \cdot 206265 = 3{,}1 \cdot 10^{-2}\,''$$

$$\rho = 3{,}1 \cdot 10^{-2}\,''$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \rho = 3{,}1 \cdot 10^{-2}\,''}$$

Задача 2

Дано:

$R = 5^m$

$A = A_?$

$l = 0{,}866$ а.е

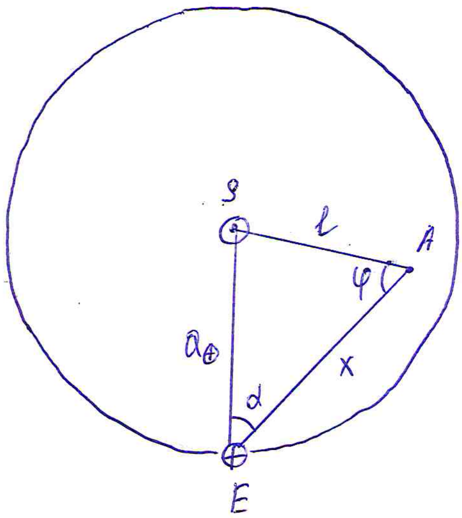
$\alpha = 60^\circ$

$D = 50$ см

m - ?

возможно ли наблюдать в телескоп диаметром D - ?

Решение:



1) По т. синусов в $\triangle SEA$.

$$\frac{a_\oplus}{\sin\varphi} = \frac{l}{\sin 60}$$

$$\sin\varphi = \frac{\sin 60^\circ}{l} \cdot a_\oplus$$

$$\sin\varphi = \frac{\sqrt{3} \cdot 1}{2 \cdot 0{,}866}$$

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \sin^2\varphi}$$

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \frac{3}{4 \cdot 0{,}866^2}} \approx 0.$$

Фаза астероида: $\Phi = \dfrac{1+\cos\varphi}{2}$ $\quad \Phi \approx 0{,}5$

По т. косинусов в $\triangle SEA$.

$l^2 = x^2 + a_\oplus^2 - 2\cdot a_\oplus \cdot x \cdot \cos 60^\circ$ отсюда:

$x^2 - x + 1 - 0{,}866^2 = 0$

$d = 1 - 4(1 - 0{,}866^2) \approx 0$

$x = 0{,}5$ (а.е)

($\Phi_☽ = 1$)

2) Найдём светимость астероида и Луны в полнолуние соответственно

$$L_A = \frac{L_\odot \cdot \pi R^2 \cdot A_☽ \cdot \Phi}{4\pi l^2}$$

$$L_☽ = \frac{L_\odot \cdot \pi R_☽^2 \cdot A_☽ \cdot \Phi_☽}{4\pi a_\oplus^2}$$

По формуле Погсона:

$$\frac{E_A}{E_☽} = \frac{L_A}{4\pi x^2} \cdot \frac{4\pi a_☽^2}{L_☽} = \frac{L_A}{L_☽} \cdot \frac{a_☽^2}{x^2} = \frac{L_\odot \cdot \pi R^2 \cdot A_☽ \cdot \Phi}{4\pi l^2} \cdot \frac{4\pi a_\oplus^2}{L_\odot \cdot \pi R_☽^2 \cdot A_☽ \cdot \Phi_☽} \cdot \frac{a_☽^2}{x^2} = \frac{R^2 \cdot a_\oplus^2 \cdot a_☽^2}{l^2 \cdot R_☽^2 \cdot x^2}$$

$$\frac{E_A}{E_☽} = 10^{0{,}4(m_☽ - m)}$$

$$\frac{\Phi \cdot R^2 \cdot a_\oplus^2 \cdot a_☽^2}{l^2 \cdot R_☽^2 \cdot x^2} = 10^{0{,}4(m_☽ - m)} \quad ; \quad 10^{0{,}4(m_☽ - m)} \approx \frac{1}{10^{14}} \approx 10^{-14}$$

$m = m_☽ + 35^m \qquad m = -12{,}7^m + 35^m = 22{,}3^m$

3) Найдём предельную видимую звёздную величину телескопа, считая его равнозрачковым.

$m_T = 2{,}1 + 5\lg D \qquad m_T = 2{,}1 + 5\cdot\lg 500 = 2{,}1 + 5\lg 100 + 5\lg 5 = 15{,}6^m$

Ответ: $m = 22{,}3^m$, нельзя увидеть в телескоп с диаметром 50 см т.к. $m_T < m$.

Задача 5

Дано:

$\delta = 69°20'$

$\alpha = 11^h 31^m$

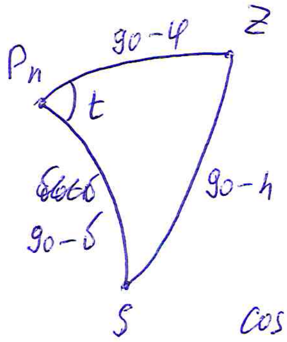
$m_0 = 3^m{,}8$

$\varphi = 68°58'$

$m(t) - ?$

Решение:

1) Рассм. сферич. треугольник (S – некоторая точка на суточной параллели звезды)



По сферич. т. косинусов.

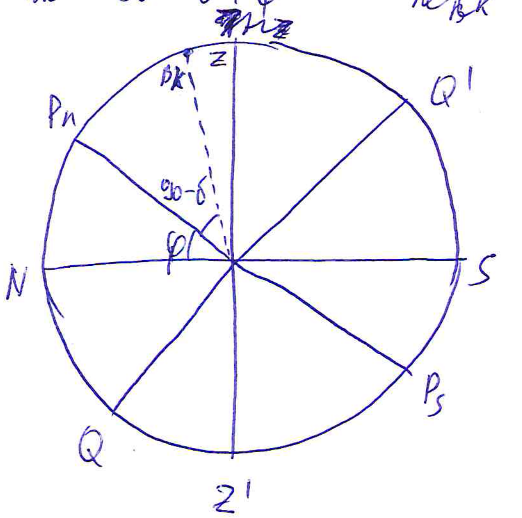
$$\cos(90-h) = \cos(90-\varphi)\cdot\cos(90-\delta) + \sin(90-\delta)\cdot\sin(90-\varphi)\cdot\cos t$$

$$\sin h = \sin\varphi\cdot\sin\delta + \cos\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos t.$$

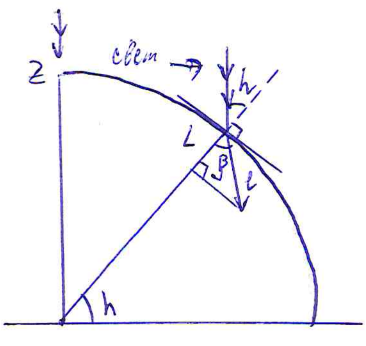
2) $h_{вк} = 90 - \delta + \varphi$

$h_{вк} = 90 - 69°20' + 68°58' = 89°38'$

Звезда кульминирует почти в зените.



3)



По закону преломления

$\sin h \cdot n_1 = \sin\beta \cdot n_в$

n_1 – показатель преломления в вакууме

$n_в$ – в воздухе $n_в \approx 1$.

Значит $\sin h \approx \sin\beta$

Пусть L – толщина атмосферы; l – расстояние которое проходит свет в земной ~~атмосфе~~ атмосфере.

$$l = \frac{L}{\cos\beta} \approx \frac{L}{\sqrt{1-\sin^2 h}}$$

Alt

$$m = m_0 + l \cdot A = m_0 + \frac{L \cdot A}{\sqrt{1-\sin^2 h}}$$, где A – поглощение света в земной ~~атм~~ атмосфере.

$$m = m_0 + \frac{L \cdot A}{\sqrt{1-(\sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t)^2}}$$

Ответ: $$m(t) = m_0 + \frac{L \cdot A}{\sqrt{1-(\sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t)^2}}$$

$$m(t) = 3{,}8^m + \frac{400\text{км} \cdot 10^{-3} \frac{m}{\text{км}}}{\sqrt{1-(\sin 68°58' \cdot \sin 69°20' + \cos 68°58' \cdot \cos 69°20' \cdot \cos t)^2}}$$

Задача 4

Дано:

$m = 1{,}4 M_\odot$

$t = 1c$

$\Delta t = 10^{-4} c$

$\lambda_0 = 6365 Å$

$\Delta\lambda = 0{,}5 Å$

L – ?

Решение

1) $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$

v – скорость центра масс системы (относительно Земли)

$$\frac{0{,}5}{6365} \cdot 3 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{c} = v$$

$v \approx 30 \frac{\text{км}}{c}$. т.к. орбитальная скорость Земли равна ≈ 30 $\frac{\text{км}}{c}$, то

центр масс можно считать неподвижным.
Отсюда следует, что масса звезды на главной последовательности равна $1{,}4 M_\odot$, тогда её светимость равна

$$L = L_\odot \cdot 1{,}4^{3{,}9} \approx 3{,}8 \cdot L_\odot$$

Задача 3

Дано:

$R = 0{,}10$ а.е

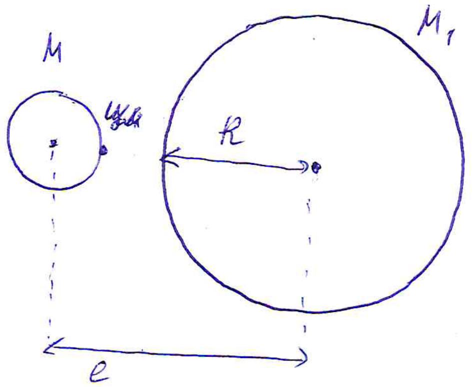
$l = 0{,}14$ а.е

$M = M_\odot$

$\rho_{ср} - ?$

Решение:

Т.к с основного компонента идёт аккреция вещества на белый карлик, то масса основного компонента меньше массы белого карлика.



$$\frac{M}{M_1} = \frac{R}{l-R}$$

$$M_1 = M_\odot \cdot \frac{l-R}{R}$$

$$M_1 = 2 \cdot 10^{30}\,кг \cdot \frac{0{,}04\,ае}{0{,}1\,ае} = 0{,}8 \cdot 10^{30}\,кг.$$

$$\rho_{ср} = \frac{M_1}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\rho_{ср} = \frac{0{,}8 \cdot 10^{30}\,кг}{\frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}1^3 \cdot 1{,}5^3 \cdot 10^{33}\,м^3} = \frac{4}{225 \cdot \pi} \cdot \frac{кг}{м3}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \rho_{ср} = \frac{4}{225\pi} \cdot \frac{кг}{м3}}$$