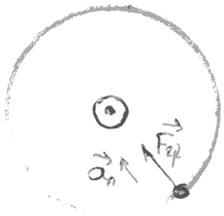
СПб-154

1 Задача



~~При~~ Будем считать орбиту Земли в условии данной задачи приблизительно круговой. Запишем 2 з-н Ньютона для Земли:

$$\vec{F_\Sigma} = m\vec{a} \qquad \vec{F_{гр}} = m\vec{a} \qquad G\frac{M_c \cdot m}{R^2} = m \cdot a_n = m\frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow M_c = \frac{v^2 R}{G} \qquad v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow M_c = \frac{4\pi^2 R^3}{T^2 G}, \text{ где}$$

R – 1 а.е.; T – 365 дней (период обращения Земли)

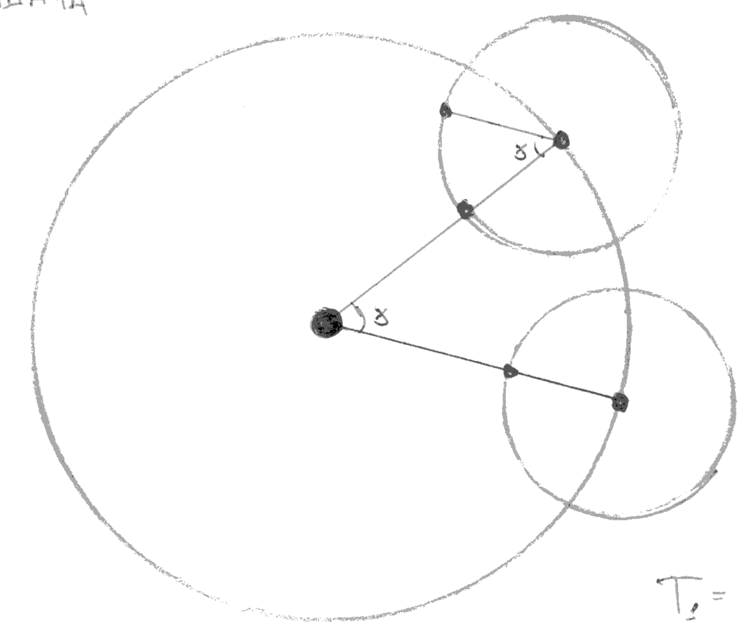
$E_1 = 10^{55}$ Дж $\qquad E = \frac{E_0}{2} \qquad E_0 = Mc^2 \Rightarrow M = \frac{2E}{c^2}$, M – общая масса $\underbrace{\text{вещ-ва}}_{\text{упавшего}}$, тогда кол-во звезд N, похожих на Солнце равна

$$N = \frac{M}{M_c} = \frac{2E \cdot T^2 \cdot G}{c^2\, 4\pi^2 \cdot R^3} = \frac{10^{55}\,Дж\; 365^2 \cdot 24^2 \cdot 3600^2\, c^2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\, \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}}{300000^2\, м^2/c^2 \cdot 2 \cdot 3{,}14^2 \cdot 15^3\, 10^{30}\, м^3} =$$

≈ 32

Ответ: 32 звезды

5. Задача



Период повторения фаз наз-ся синодическим, и для 2 объектов вычисляется по формуле

$$\frac{1}{S} = \left|\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right|$$

Вычислим периоды обращения планеты и спутника

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1} = \frac{2\pi R_1 \cdot \sqrt{R_1}}{\sqrt{GM_3}} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{R_1^3}}{\sqrt{GM_3}} =$$

$$= \frac{2\pi R_1 \sqrt{R_1}}{\sqrt{G\,4M_c}} = \frac{2\pi \cdot R_1 \sqrt{R_1}}{2\sqrt{G \cdot \frac{4\pi^2 \cdot R_3^3}{T^2 \cdot G}}} = \frac{T}{2} \cdot \frac{\sqrt{R_1^3}}{\sqrt{R_3^3}} = \frac{T}{2} \cdot \frac{\sqrt{(4R_3)^3}}{\sqrt{R_3^3}} = \frac{T}{2} \cdot 4\sqrt{4} = 4T = 365 \cdot 8 =$$

$= \cancel{2920}$ 2920 суток (В данной задаче были использованы формулы, выведенные выше (см. 1 задача))

~~$T_2 = \frac{2\pi\sqrt{R_2^3}}{\sqrt{GM_3}} =$~~ ~~3-н Кеплера~~

~~$T_2 = \frac{2\pi\sqrt{R_2^3}}{\sqrt{GM_3}}$~~

$$\frac{T_2^2}{T_л^2} = \frac{R_2^3}{R_{лз}^3} \Rightarrow T_2 = \sqrt{\frac{R_2^3}{R_{лз}^3}} \cdot T_л = T_л \cdot \sqrt{\frac{R_2^3 \cdot 4\pi^2}{GM_3 T_л^2}} =$$

III 3-н Кеплера

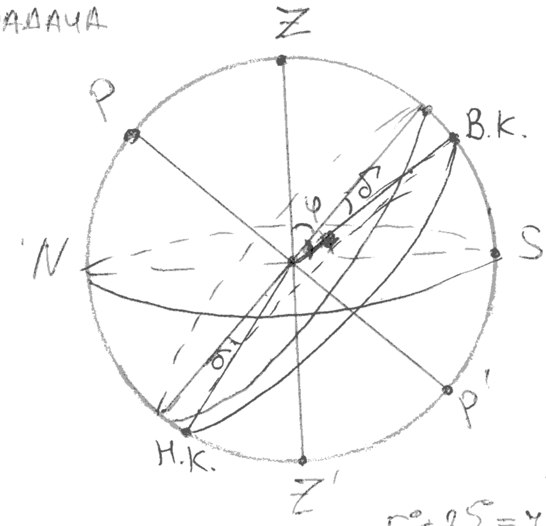
$$= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R_2^3}{GM_3}} = 2\pi R_2 \sqrt{\frac{2R_2}{GM_3}} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^8 м \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 10^8 м \cdot 2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}} = 2{,}6 \cdot 10^6 с \cdot \sqrt{2} =$$

$\approx 33{,}1$ сут

$$\frac{1}{S} = \left|\frac{1}{2920} - \frac{1}{33{,}1}\right| = \left|\frac{1}{33{,}1} - \frac{1}{2920}\right| \approx \frac{1}{34} \Rightarrow S = 34 \text{ сут.}$$

Ответ: 34 сут

2 Задача



~~Высота верхней кульминации равна $h_{вк} = \varphi + \delta$~~

$h_{вк}$ в Хатанге равна

$h_{вк} = 90 - \varphi + \delta = 90 - 72 - 3 = 15°$

За $\frac{1}{4}$ сутки ($= 3$ ч) звезда поднимается на $15° \Rightarrow$

$v_{зв} = \frac{15°}{3ч} = 5°/ч \Rightarrow$ за 2 ч. до кульминации высота зв. будет (в Хатангах) $15° - 5°/ч \cdot 2ч =$

$= 5°$; за 30 м она поднимется на $2{,}5°$

$5° + 2{,}5° = 7{,}5° > 0 \Rightarrow$ может

Ответ: может

4.

Т.к. плотность планеты не меняется при ее переходе из кр. гиганта в белого карлика, а меняются только линейные размеры, то:

$$\begin{cases} \frac{M}{2} = \rho \cdot V_1 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R_3^3 \\ M = \rho \cdot V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 \cdot \rho \end{cases}$$

$R = \sqrt[3]{2} \cdot R_3 \approx 1{,}2 \cdot 6400 км = 7680 \cdot 10^3 км$

$F_{гр} \sim M \Rightarrow F_{гр2} = 2F_{гр1}$

$R^2 \sim \frac{1}{F_{гр}} \Rightarrow R_н = \sqrt{\frac{1}{2}} R_{ст} =$

$= \frac{R_т}{1{,}41}$

$\frac{1}{60} R_{мерк} < 7680 \cdot 10^3 + \frac{R_{мерк}}{1{,}41 \cdot 60} \Rightarrow$ планета не могла существовать

Ответ: не могла.