Жел-2

③ $M = 2M_\odot$
$T = 4$ года
$t = 20$ часов
$S_б = 100\,м^2$
$\eta = 10\%$
$Q - ?$

Решение:

1) Найдём отношение светимостей звезды и солнца:

Для звёзд главной последовательности справедливо:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4, \text{ тогда } \frac{L}{L_\odot} = (2)^4 \Rightarrow L = 16L_\odot$$

2) Найдём отношение расстояний орбит Земли и данной планеты:

По 3-ему закону Кеплера:

$$\frac{T^2(M_1+m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G},$$ применим ситуацию Солнце-Земля и получим:

$$\frac{T_\oplus^2(M_\oplus+m_\oplus)}{a_\oplus^3} = \frac{T_{пл}^2(M_{зв}+m_{пл})}{a_{пл}^3} \quad M_\odot \gg m_\oplus,\ M_{зв} \gg m_{пл}, \text{ тогда.}$$

$$\frac{T_\oplus^2 M_\odot}{a_\oplus^3} = \frac{T_{пл}^2 \cdot M_{зв}}{a_{пл}^3} \Leftrightarrow \underbrace{\frac{1\,год^2 \cdot \cancel{M_\odot}\,1}{1\,а.е^3}}_{1} = \frac{4^2\,года \cdot 2\cancel{M_\odot}\,1}{a_{пл}^3} \Leftrightarrow a_{пл}^3 = 16 \cdot 2 = 32$$

$$a = \sqrt[3]{32} \approx 3{,}17\ а.е.$$

3) Найдём кол-во энергии, падающее на планету, в сравнении с Землёй:

$$\frac{E}{E_\oplus} = \frac{L}{4\pi R^2} \cdot \frac{4\pi R_\oplus^2}{L_\odot} = \frac{L}{L_\odot} \cdot \left(\frac{R_\oplus}{R}\right)^2 = 16 \cdot \left(\frac{1}{3{,}17}\right)^2 \approx 16 \cdot \left(\frac{1}{10}\right) = 1{,}6.$$

Т.к $E_\odot = 1360$ Вт/м², то $E = 1{,}6E_\oplus = 1{,}6 \cdot 1360 = \underline{2176\ Вт/м^2}$

4) Т.к. батарея может собирать энергию только в светлое время суток ~ 10 часов. Для упрощения возьмём, что звезда светит под углом 45°, т.к батарея не всегда направлена перпендикулярно звезде.

Тогда Количество производимой энергии запишем так:

$$Q = \underbrace{E \cdot S}_{\Phi} \cdot \cos 45° \cdot \eta = 2176 \cdot 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0{,}1 = \frac{2176 \cdot 10 \cdot \sqrt{2}}{2} = 2176 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = \underline{13056\ Дж/с}.$$

$$E_{суммарн} = Q \cdot t = \underbrace{36000}_{10\ часов} \cdot 13056 \approx \underbrace{4{,}7 \cdot 10^8\ Дж}_{Ответ}.$$

② $\alpha = 6^h 45^m$
$\delta = -17°$
$\varphi = 28°$
$v = 1$ м/с.
$t = 30$ сек.

1) Рассчитаем высоту верхней кульминации Сириуса:

$$h_{в.к} = 90° - \varphi + \delta = 90° - 28° - 17° = 90° - \overset{45°}{(28+17)} = 90° - 45° = 45°$$

2) Изменение звёздной величины связано с изменением высоты сириуса над горизонтом, т.к когда наблюдатель движется, видимая величина изменяется.

$m(h) = m_0 + \frac{E_z}{\sin h}$, ~~вспомним~~ помним, что $E_z = 0{,}2^m$.

3) Выразим изменение высоты:

$$\frac{tg\,h_1}{tg\,h_2} = \frac{1}{1+\frac{\Delta S}{d}}$$

ΔS - путь, пройденный героями. d - расстояние до горизонта.

$d = 3{,}6\sqrt{h}$ км, и пусть высота героев 2м, тогда $d \approx 4{,}32$ км

$tg\,h_1 = tg\,45° = 1$, тогда

$$tg\,h_2 = 1 + \frac{\Delta S}{d} \approx 1 + 7\cdot10^{-7}, \text{ отсюда } h_2 \approx 45{,}0033°$$

4) Запишем разность видимых звёздных величин:

$$m(h_1) - m(h_2) = \left(m_0 + \frac{Ez}{\sin h_1}\right) - \left(m_0 + \frac{Ez}{\sin h_2}\right) = Ez\left(\frac{1}{\sin h_1} - \frac{1}{\sin h_2}\right) =$$

$$= 0{,}2\cdot\left(\frac{2}{\sqrt2} - \frac{1}{0{,}7075}\right) = 0{,}2\left(\underset{1{,}65}{\frac{2}{1{,}2124}} - \underset{1{,}41}{\frac{1}{0{,}7075}}\right) \approx \underline{0{,}048^m}$$

ответ

(4.) $m = 5{,}7^m$

$r = 310$ пк

$M_{зв} = -2{,}5^m$

R - ?

что ближе - ?

1) $M = m + 5 - 5\lg r_{пк}$.

Посмотрим, какой будет видимая звёздная величина при $r = 310$ пк

~~$M = 5{,}7 + 5 - 5\lg 310$.~~

~~$M = 5{,}7 + 5 - 14{,}57$~~

~~$M = 10{,}7 - 14{,}57 \approx -3{,}87^m$~~

$m = M - 5 + 5\lg r_{пк}$

при $r = 310$ пк;

$m \approx 7{,}87^m$.

Мы видим, что на заданном расстоянии, видимая звёздная величина должна быть хуже, чем является, что значает, что звезда находится не ближе к наблюдателю (подсвечивающие туманностью звезду), звезда находится чуть в стороне и за туманностью.

2) Расстояние:

Туманность шарообразная, значит свет, попадающий на неё от звезды рассеивается равномерно во все стороны. Саму туманность тогда возьмём как самосветящийся объект. $L_{туманности} = 4\pi R^2\sigma T^4$ *

Пусть туманность ~~переизлучает~~ оставшееся в ней весь попавший на неё свет, тогда $T_{туманности} = ?$ $T = \sqrt[4]{\frac{L(1-A)}{16\pi R^2\sigma}} = \sqrt{\frac{L}{16\pi R^2\sigma}}$

$$\frac{L}{L_\odot} = 2{,}512^{M_\odot - M} \Rightarrow L = L_\odot\cdot 2{,}512^{4{,}7+2{,}5} = L_\odot\cdot2{,}512^{7{,}2} \approx 200L_\odot$$

$$T^4 = \frac{L}{16\pi R^2\sigma} \Rightarrow R^2 = \frac{L}{16\pi\sigma\cdot T^4} = \frac{200L_\odot}{16\pi\sigma\cdot T^4} =$$

но* $\frac{L}{4\pi R_т^2\sigma} = \frac{200L_\odot}{16\pi\sigma\cdot T^4}$

Жел-2

(1.) Пусть начальная скорость спутника на орбите была $= v_0$.
Рассмотрим первый, запланированный случай:

1) Спутнику в какой-то точке придали импульс, что его скорость увеличилась на 10% => стала временно перигелийной скорости $= v_0 \cdot 1{,}1 = 3{,}377$ м/с.

2) В противоположной точке орбиты — новый апогей, спутник будет иметь V_a.

$$\frac{V_a}{v_p} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{a}\cdot\frac{1-e}{1+e}}}{\sqrt{\frac{GM}{a}\cdot\frac{1+e}{1-e}}} = \frac{\sqrt{1-e}}{\sqrt{1+e}}\cdot\frac{\sqrt{1-e}}{\sqrt{1+e}} = \frac{1-e}{1+e} \Rightarrow V_a = v_p\left(\frac{1-e}{1+e}\right)$$

V_a до уменьшения будет $= v_0 \cdot \left(\frac{1-e}{1+e}\right)\cdot 1{,}1$.

3) Уменьшив снова скорость, получим новое значение:

$$V_{a.н.} = V_a \cdot 0{,}9 = v_0 \cdot \left(\frac{1-e}{1+e}\right)\cdot 1{,}1 \cdot 0{,}9 = v_0\left(\frac{1-e}{1+e}\right) 0{,}99.$$

4) Тогда обратным образом:

$$V_{П.н} = \frac{V_{a.н}(1+e_1)}{(1-e_1)} = \frac{v_0 \cdot (1-e)(1+e_1)\cdot 0{,}99}{(1-e_1)(1+e)}.$$

Рассмотрим второй случай:

1) Отнимем импульс $\Rightarrow v = 0{,}9 v_0$

2) Добавим импульс (точка, где его забираем, стала новым афелием орбиты): $v_p = \frac{V_a(1+e_2)}{1-e_2} = \frac{0{,}9 v_0 (1+e_2)}{1-e_2}$

3) $+10\% = \frac{0{,}9 \cdot v_0 \cdot (1+e_2)}{(1-e_2)}\cdot 1{,}1 = 0{,}99 v_0\left(\frac{1+e_2}{1-e_2}\right)$ — новый перигелий.

4) Новый афелий в точке: $v_a = \frac{v_{Pн}(1-e_3)}{(1+e_3)} =$

$$= \frac{0{,}99 v_0 (1+e_2)(1-e_3)}{(1+e_3)(1-e_2)}.$$

(2) Период можно найти по формуле:

$T = \frac{2\pi R_{ср}}{v_{ср}}$ $R_{ср}$ — большая полуось.

т.к. $v_a = \sqrt{\frac{GM}{a}\cdot\frac{1-e}{1+e}} \Rightarrow r_a = \frac{GM(1-e)}{v_a^2}$

$v_{ср} = \frac{v_a + v_p}{2}$ $r_p = \frac{GM(1+e)}{v_p^2}$ $a = \frac{r_a + r_p}{2} = \frac{GM}{2}\left(\frac{1+e}{v_p^2} + \frac{1-e}{v_a^2}\right)$

$a = R$

Жел - 2

5.

$E = 30$ кэВ

$L = 10^{30}$ Вт

$M = 1,4 M_{\odot}$

$R = 10$ км

B - ?

$p = k \cdot B^2$