1 СПб-151

Задание №1.

$E_0 = mc^2$

По условию известно, что при падении выделяется энергия, равная половине энергии покоя массы m. Значит, если $E = 10^{55}$ Дж, то

$E_0 = 2 \cdot 10^{55}$ Дж

$mc^2 = 2 \cdot 10^{55}$ Дж

$c = 300000000 \frac{м}{с} = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$

$m = \frac{2 \cdot 10^{55}}{9 \cdot 10^{16}}$ кг $\approx 2 \cdot 10^{38}$ кг

Заметим, что масса Солнца примерно $2 \cdot 10^{30}$ кг, значит

N (количество звезд) примерно равно $\frac{2 \cdot 10^{38}}{2 \cdot 10^{30}} = \boxed{10^8}$

Задание №5.

$M_{зв.} = 4M_{\odot}$ $M_{пл.} = 3 \cdot 10^{24}$ кг $r = 800$ км

$a = 4$ а.е. $R = 400000$ км

Найдем период обращения планеты вокруг звезды по III Закону Кеплера:

$\frac{T_{пл}^2 [год]}{a^3 [а.е.]} = \frac{1}{M[M_{\odot}]}$ $T_{пл} = \sqrt[2]{a^3/M}$ $T_{пл} = \sqrt[2]{4^3/4} = 4$ года

Теперь найдём период обращения спутника вокруг планеты.

Заметим, что масса планеты примерно в два раза меньше массы Земли, а большая полуось орбиты спутника примерно совпадает с большой полуосью орбиты Луны.

Записав III Закон Кеплера для Луны и спутника, получим:

$\frac{T_l^2}{a_l^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{\oplus}}$ и $\frac{T^2}{a_l^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot 2M_{\oplus}}$ $\Rightarrow T_l^2 M_{\oplus} = T^2 2M_{\oplus}$

$T = \sqrt{2}\, T_l$

Сидерический период Луны равен 27.3 сут., значит $T = \sqrt{2} \cdot 27.3 \approx 38.5$ сут.

Теперь найдем период смены фаз спутника.

Пусть спутник и планета вращаются в одну сторону. Тогда синодический период спутника равен:

$S_1 = \frac{T_{пл} T}{T_{пл} - T} \approx 39.7$ сут.

10

Если же спутник и планета вращаются в разные стороны, то синодический период равен:

$$S_2 = \frac{T_{пл}\, T}{T_{пл} + T} \approx 37.3 \text{ сут.}$$

Задача №4

$T = \frac{1}{60} T_{мерк.}$ $M_{кр.г.} = 2 M_{б.к.}$

$\rho_{ср} = 9 \cdot 10^{8} \frac{кг}{м^3}$ $T_{мерк} = 88$ сут.

$R = 6400 \text{ км} = 6.4 \cdot 10^{6}$ м

Найдем массу белого карлика:

$$M_{б.к.} = \rho_{ср.} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = 9 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot (6.4 \cdot 10^6)^3 \approx 36 \cdot 262 \cdot 10^{26} \text{ кг} \approx 9.5 \cdot 10^{29} \text{ кг} =$$

$$= \frac{9.5 \cdot 10^{29}}{2 \cdot 10^{30}} M_{\odot} \approx \frac{1}{2} M_{\odot}$$

Найдем большую полуось орбиты экзопланеты по III Закону Кеплера:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{0.5} \quad a = \sqrt[3]{0.5 T^2} = \sqrt[3]{0.5 \cdot \left(\frac{88}{60 \cdot 365}\right)^2} \approx \sqrt[3]{\frac{1}{96800}} \approx \frac{1}{45} \text{ а.е.} =$$

$$= \frac{1.5 \cdot 10^8}{45} \text{ км} = \frac{10}{3} \cdot 10^6 \text{ км} \approx 3.3 \cdot 10^6 \text{ км}$$

По условию сказано, что масса красного гиганта вдвое больше массы белого карлика, значит $M_{кр.г.} = 1 M_{\odot}$

Тогда период обращения будет равен: $T = \sqrt[2]{a^3} = a^{3/2} \approx \sqrt[2]{\frac{1}{100000}} \approx \frac{1}{300}$ года

$$\upsilon = \frac{2\pi R}{T} \frac{а.е}{год} = \frac{2\pi \cdot \frac{1}{45}}{\frac{1}{300}} \approx \frac{6 \cdot \overset{20}{\cancel{300}}}{\underset{\cancel{15}}{\cancel{45}}} = 40 \frac{а.е}{год} = 40 \cdot 4.7 \frac{км}{с} = 188 \frac{км}{с}$$

$\sqrt{\frac{2GM}{R}}$

2 Задание №2

СПб-151

$\delta = -3^\circ$

$\varphi_1 = 60^\circ$ с.ш., $\lambda_1 = 30^\circ$ в.д. } координаты СПб

$\varphi_2 = 72^\circ$ с.ш., $\lambda_2 = 102{,}5^\circ$ в.д. } координаты Хатанги

По условию сказано, что всё происходит в конце декабря, то есть в районе зимнего равноденствия. В этот день (22 декабря) прямое восхождение Солнца равно 18^h.

Заметим, что максимум блеска звезда будет достигать, когда Солнце будет максимально низко под горизонтом (полночь). Тогда можно сказать, что в тот момент солнечное время в СПб было около полуночи. Т.к. $\alpha_\odot = 18^h$, то можем узнать прямое восхождение звезды Миры:

$\alpha = 0^h + 2^h - 18^h = 8^h$ ~~Во...а 2 часа, т.к. СПб находится не на долготе 0°~~

Найдём разницу во времени в СПб и Хатанге.

$\Delta T = \lambda_2 - \lambda_1 [h] = \frac{102{,}5}{15^\circ/h} - \frac{30^\circ}{15^\circ/h} = \frac{72{,}5^\circ}{15^\circ/h} = 4^h 50^{min}$

Тогда в тот момент, когда в СПб 0^h в Хатанге $4^h 50^{min}$

Заметим, что если в СПб до кульминации ещё 2 часа, то в Хатанге с момента кульминации прошло $2^h 50^{min}$

Заметим, что склонение звезды равно -3°, она находится практически на небесном экваторе, значит будет восходящей и заходящей в СПб и в Хатанге, значит речь идёт о верхней кульминации светила.

$h_{вк} = 90^\circ - \varphi_1 + \delta = 90^\circ - 60^\circ - 3^\circ = +27^\circ$ — в СПб

$h'_{вк} = 90^\circ - \varphi_2 + \delta = 90^\circ - 72^\circ - 3^\circ = +15^\circ$ — в Хатанге.

$h_{нк} = -90^\circ + \varphi_1 + \delta = -90^\circ + 60^\circ - 3^\circ = -33^\circ$ — в СПб

$h'_{нк} = -90^\circ + \varphi_2 + \delta = -90^\circ + 72^\circ - 3^\circ = -21^\circ$ — в Хатанге.

Заметим, что между В.кульм. и Н.кульм. проходит 12 часов, значит Мира Кита в Хатанге будет находиться над горизонтом $\frac{15 \cdot 12}{36}$ = 5 часов.

Это больше, чем $2^h 50^{min}$, значит теоретически её можно наблюдать в течение получаса после наблюдения из Петербурга.

Ответ: да, может.

Посчитаем вторую космическую скорость для ~~..~~ красного гиганта на расстоянии в $\frac{1}{45}$ а.е.

$$\vartheta_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \vartheta_{II\odot}\cdot\sqrt{45} \approx \vartheta_{II\odot}\cdot 7 \approx 80\,\frac{км}{с}$$

$\vartheta > \vartheta_{II}$, значит по круговой орбите планета образоваться не будет.

Ответ: нет.

Задание №3

$L = 14$ м

$T - ?$