№ 1

Хун - 3

геостационарной => $P = 24^4$

$a = 43000$ км (или известно)

план) $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{a}}$ $v_1 = 1{,}1 v_0 = \sqrt{\frac{GM}{a}}\sqrt{1+e_1}$

$1{,}1^2 = 1{,}21 = 1 + e_1 \Rightarrow e_1 = 0.21 \approx 1/5$

$a = a_1(1-e_1) \approx \frac{4}{5}a_1$ $a_1 = \frac{5}{4}a = 1.25a$

$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{a_1}}\sqrt{\frac{1-e_1}{1+e_1}}$ $v_3 = 0.9 v_2 = \sqrt{\frac{GM}{a_1}}\sqrt{1-e_2}$

$0{,}9\sqrt{\frac{GM}{a_1}}\sqrt{\frac{1-e_1}{1+e_1}} = \sqrt{\frac{GM}{a_1}}\sqrt{1-e_2}$ $0.81\frac{1-e_1}{1+e_1} = 1 - e_2 \Rightarrow$

оценка => $\frac{4}{5}\cdot\frac{1-1/5}{1+1/5} = \frac{4}{5}\cdot\frac{4/5}{6/5} = \cancel{\frac{4^2}{5^2}/6}$ $\frac{4^2}{5^2} : \frac{6}{5} = \frac{4^2}{5^2}\cdot\frac{5}{6} =$

$= \frac{4^2 \cdot 5}{5^2 \cdot 6} = \frac{4^2}{5\cdot 6} = \frac{14}{30} \approx 0.46 = 1 - e_2 \Rightarrow e_2 = 0.54$

$(1+e_2)\,a_2 = a_1(1+e_1) = 1.25a \cdot 1.21$

$a_2 = \frac{1{,}21\cdot 1{,}25}{1{,}54}a \approx \frac{1{,}5}{1{,}54}a \approx 0.97a$

попутного)

$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{a}}$ $v_1 = 0.9v_0 = 0.9\sqrt{\frac{GM}{a}} = \sqrt{\frac{GM}{a}}\sqrt{1-e_1}$

$0.81 = 1 - e_1$ $e_1 = 1 - 0.81 = 0{,}19 \approx 1/5$ $a_1(1+e_1) = a$ $a_1 = \frac{a}{1+e_1} \approx \frac{a}{6/5} = \frac{5}{6}a$

$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{a_1}}\sqrt{\frac{1+e_1}{1-e_1}}$ $v_3 = 1.1 v_2 = \sqrt{\frac{GM}{a_1}}\sqrt{1+e_2}$

$1{,}1\cdot\sqrt{\frac{1+e_1}{1-e_1}} = \sqrt{1+e_2}$ $1{,}1\cdot\frac{1{,}19}{0.81} \approx 1{,}1\cdot\frac{6/5}{4/5} = 1 + e_2$

$1{,}1\cdot 1{,}5 \approx 1{,}65 = 1 + e_2 \Rightarrow e_2 = 0{,}65$ $a_1(1-e_1) = a_2(1-e_2)$

$a_2 = a_1\cdot\frac{1-e_1}{1-e_2} = a\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1-1/5}{1-0.65} = \frac{5}{6}\cdot\frac{0.8}{0.35}a \approx \frac{5}{6}\cdot\frac{4/5}{7/20}a = \frac{4}{6}\cdot\frac{20}{7}a \approx 1.9a$

$a_{план} = a_{пл} = 0.97a$ $\qquad a_{получилось} = a_{по} = 1,9a$

$$\left(\frac{a_{пл}}{a}\right)^3 = \left(\frac{P_{пл}}{P}\right)^2 \qquad \sqrt{0.97^3} \cdot P = P_{пл} \qquad P_{пл} \approx \sqrt{0.91} \cdot 1сут \approx 0.95 сут.$$

$$\left(\frac{a_{по}}{a}\right)^3 = \left(\frac{P_{по}}{P}\right)^2 \qquad \sqrt{1,9^3}\, P \approx \sqrt{6.87} \cdot 1сут \approx 2,6сут.$$

$$\Delta P = 2,6 сут - 0.95 сут = \underline{1,65 сут}$$

3) Оценим светимость звезды с помощью соотношения масса-светимость для звёзд ГП:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{3,5} \qquad L \approx L_\odot \cdot \left(\frac{2M_\odot}{M_\odot}\right)^{3,5} = L_\odot \cdot 2^3\sqrt{2} = 8 \cdot 1,4 L_\odot \approx 11,2 L_\odot$$

Найдём большую полуось орбиты планеты по III зак. Кеплера:

$$\cancel{\left(\frac{P}{P_\odot}\right)^2 = \left(\frac{a}{a_\odot}\right)^3 \quad a = a_\odot \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{P}{P_\odot}\right)^2} = a_\odot} \qquad P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{2GM_\odot}$$

$$P_\oplus^2 = \frac{4\pi^2 a_\oplus^3}{GM_\odot} \qquad \left(\frac{P}{P_\oplus}\right)^2 = \frac{4\pi^2 a^3 / 2GM_\odot}{4\pi^2 a_\oplus^3 / GM_\odot} = \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} \qquad 2\left(\frac{P}{P_\oplus}\right)^2 = \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3$$

$$a = a_\oplus \sqrt[3]{2\left(\frac{P}{P_\oplus}\right)^2} = 1\,а.е. \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \left(\frac{4}{1}\right)^2} = 1\sqrt[3]{2 \cdot 16} = 1\sqrt[3]{32} \approx 3,15\,а.е.$$

Оценим поток от звезды: $I = \dfrac{L}{4\pi a^2}$ от Солнца: $I_\odot = \dfrac{L_\odot}{4\pi a_\oplus^2}$

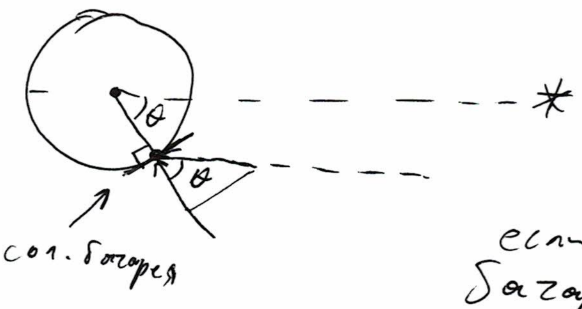
$$\frac{I}{I_\odot} = \frac{L / 4\pi a^2}{L_\odot / 4\pi a_\oplus^2} = \frac{L}{L_\odot} \cdot \left(\frac{a_\oplus}{a}\right)^2 = 11,2 \cdot \left(\frac{1}{3.15}\right)^2 = 11,2 \cdot \frac{1}{9,92} \approx$$

$$\approx 11,2 \cdot \frac{1}{9,92} \approx 1,13 \qquad \Rightarrow I = 1,13 I_\odot = 1,13 \cdot 1360 \frac{Вт}{м^2} = 1540 \frac{Вт}{м^2}$$

3 из 9

3) (продолжение)

Жун - 3



если лучи падают под углом θ, то батарея соберёт только $I\cos\theta$

Значит малое кол-во энергии за малый промежуток времени:

$$dE = I\cdot\eta\cdot S\cdot\cos\theta\,dt \Rightarrow E = \int_0^{\tau} I\cdot\eta S\cos\theta\,dt$$

0 - рассвет

τ - закат

представим угол как функцию от времени: $\theta(t) = -90^\circ + \omega t$, где ω - угловая скорость вращения вокруг своей оси. $\omega = \frac{360^\circ}{20^ч} = \frac{2\pi}{20^ч}$

$$E = \int_0^{\tau} I\eta S\cos(-90+\omega t)\,dt = \int_0^{\tau} I\eta S\sin\omega t\,dt = -\frac{I\eta S\cos\omega t}{\omega}\Big|_0^{\tau} =$$

$$= -\frac{I\eta S\cos\omega\tau}{\omega} + \frac{I\eta S\cos\omega\cdot 0}{\omega} = \frac{I\eta S}{\omega} - 0 = \frac{I\eta S}{\omega} = \cancel{\frac{1540\cdot 0.1\cdot 10^2}{2\pi/20}} =$$

$$\cancel{= \frac{1540\cdot 10}{2\pi/20} = \frac{1540\cdot 10\cdot 20}{2\pi} = \frac{1,54\cdot 10^3\cdot 10^2\cdot 2}{2\cdot\pi} = \frac{1,54}{\pi}\cdot 10^5 =}$$

$$\cancel{\approx \frac{1}{2}\cdot 10^5 \approx 5\cdot 10^4\text{ Дж} = 50\text{ кДж}}$$

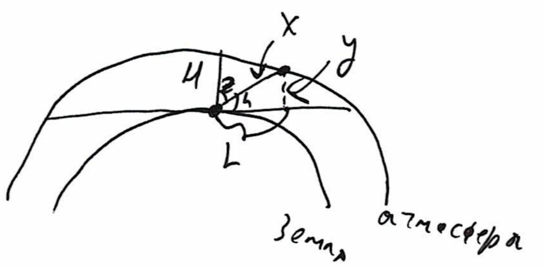
$$\omega = \frac{2\pi}{20^ч} = \frac{2\pi}{20\cdot 3600^с} = \frac{2\pi}{72000^с} = \frac{\pi}{36000^с} = \frac{\pi}{3.6\cdot 10^4 с}$$

$$E = \frac{I\eta S}{\omega} = \frac{1540\cdot 0.1\cdot 10^2}{\pi/3.6\cdot 10^4} = \frac{1540\cdot 10\cdot 3.6\cdot 10^4}{\pi} = \frac{1,54\cdot 3,6\cdot 10^{3+1+4}}{\pi} =$$

$$= \frac{1,54\cdot 3,6}{\pi}\cdot 10^8 \approx 1,12\cdot 10^8\text{ Дж} = 112\cdot 10^6\text{ Дж} = 112\text{ МДж}$$

Жун-3

2) Изменение яркости будет вызвано сокращением оптического пути лучей света от Сириуса в атмосфере Земли. Т.к. $30c \cdot 1\frac{м}{c} = 30 м$ ~~во~~ ~~гораздо~~ гораздо меньше высоты однородной атмосферы (8км), которая по ~~порядку~~ является длиной ~~о~~ геом. пути света, а расстояние до Сириуса в космосе немного больше и яркость в космосе падает медленнее, будем считать только изменение из-за разницы оптических путей.



Посчитаем ~~высоту Сириуса над~~ горизонтом:
Звёздное и солнечное время совпадают в день осен. равноденствия. После этого звёздные сутки начинают убегать вперёд с темпом $\Delta = 3^м 56^с$ за день. ~~Тогда разница~~

Тогда: $S - T_{\odot} = \Delta \cdot N = 3^м 56^с \cdot 101 = 6^ч 37^м 16^с$ (с ос. равноденствия по 01.01)

Т.к. задача происходит в полночь 01.01, то

$$S = 0^ч 0^м 0^с = 6^ч 37^м 16^с \approx 6^ч 37^м$$

$$S = \alpha + t \Rightarrow t = S - \alpha = 6^ч 37^м - 6^ч 45^м = -8^м \approx -2^\circ.$$

часовой угол почти 0°. Значит Сириус почти в верхней кульминации. Тогда оценим его высоту как высоту светила в верхней кульминации:

$$h = 90 - \varphi + \delta = 90^\circ - 28^\circ \mp 17^\circ = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$z = 90^\circ - h = 45^\circ$$

Геом путь света $X \approx \frac{H}{\cos z}$. Проекция X на горизонталь $= X \cos h = \frac{H}{\cos z} \cos h = H \cdot \frac{\cos 45^\circ}{\cos 45^\circ} = H$. Пусть прошли $\Delta l = v \cdot t = 30 м$

~~Тогда Запишем теорема Пифагора до и после: $X^2 = H^2 + H^2$~~

5 из 9

2) (продолжение)

Жук-3

вертикальная проекция $y = x \sin h = \frac{H}{\cos z} \cdot \sin h = \frac{H \cdot \sin 45}{\cos 45} = H$

Запишем теорему Пифагора! $x^2 = H^2 + H^2 = 2H^2$

$(x - \Delta x)^2 = (H - \Delta l)^2 + H^2$ $\quad \Delta x \ll x \quad \Delta l \ll H$.

$$x^2(1 - \Delta x/x)^2 \simeq x^2\left(1 - 2\frac{\Delta x}{x}\right) = x^2 - 2\Delta x x = H^2\left(1 - \frac{\Delta l}{H}\right)^2 + H^2 \simeq$$

$$\simeq H^2\left(1 - 2\frac{\Delta l}{H}\right) + H^2 = H^2 - 2\Delta l H + H^2$$

$$x^2 - 2\Delta x \cdot x = 2H^2 - 2\Delta l H \qquad \Delta x \cdot x = \Delta l H$$

$$x = \frac{H}{\cos z} = \frac{H}{\cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2} H}{\cancel{\sqrt{2}}} \qquad \sqrt{2}\,\Delta x \cdot \frac{H}{\cancel{\sqrt{2}}} = \Delta l H \Rightarrow \cancel{\Delta l}$$

$$\Delta x = \cancel{\sqrt{2}}\,\Delta l / \sqrt{2}$$

Оптический путь $\tau = \alpha \cdot x$

α — какой-то коэф.

$$I_1 = I_0 e^{-\alpha x} \qquad I_2 = I_0 e^{-\alpha(x - \Delta x)}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{e^{-\alpha(x - \Delta x)}}{e^{-\alpha x}} = e^{\alpha \Delta x} = 10^{0,4(m_1 - m_2)} \Rightarrow 2{,}5 \lg e^{\alpha \Delta x} = m_1 - m_2$$

$$m_2 - m_1 = -2{,}5 \lg e^{\alpha \Delta x} = -2{,}5 \frac{\ln e^{\alpha \Delta x}}{\ln 10} = -2{,}5 \cdot \frac{\alpha \Delta x}{\ln 10} = \Delta m$$

Нам нужно оценить значение коэф-та α.

Известно, что в зените поглощение составляет 0.2^m

$$\frac{I_0 e^{-\alpha H}}{I_0} = e^{-\alpha H} = 10^{0,4(m_0 - (m_0 + 0.2))} = \cancel{10^{-0,4 \cdot 0,2}}\ 10^{0,4 \cdot (-0.2)}$$

$$2{,}5 \lg e^{-\alpha H} = -0.2 \qquad 2{,}5 \frac{\ln e^{\alpha H}}{\ln 10} = 0.2 \qquad \alpha H = \frac{0.2}{2{,}5} \cdot \ln 10 \simeq$$

$$\simeq 0{,}2 \cdot 0{,}4 \cdot 2{,}4 \simeq 0{,}2 = \alpha H \qquad H \approx 8\ \text{км} = 8 \cdot 10^3\ \text{м} \quad \alpha = \frac{0.2}{8 \cdot 10^3}$$

$$-2.5 \cdot \frac{\alpha \Delta x}{\ln 10} \simeq \frac{-2{,}5}{2{,}4} \cdot \alpha \Delta x \simeq -\alpha \Delta x = \Delta m = -\frac{0.2}{8 \cdot 10^3} \cdot 30 \simeq -\frac{0.6}{800} \simeq -\frac{6}{8} 10^{-3} \simeq$$

$$\boxed{-0.5 \cdot 10^{-3\,m} \simeq -0{,}0005^m}$$

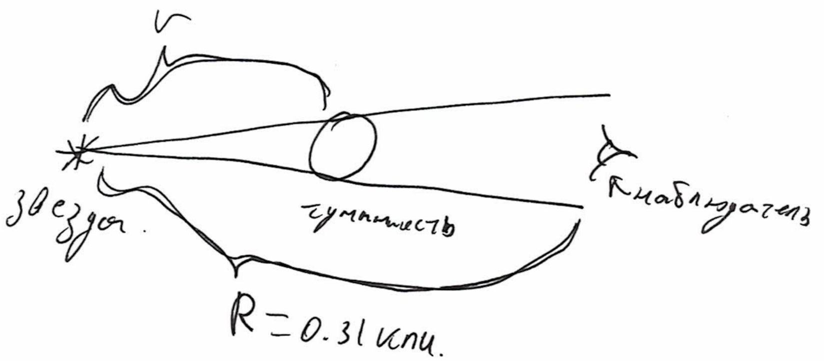
4) Оценим вид. зв. вел. звезды в отсутствии поглощения.

$m = M \cancel{+8} - 5 + 5\lg R = -2{,}5^m - 5 + 5\lg(0{,}31\cdot10^3) = -7{,}5 + 5\lg 10^3 + 5\lg 3{,}1 =$

$= -7{,}5 + 5\cdot 2 + 5\lg 3{,}1 \approx -7{,}5 + 10 + 5\cdot 0{,}5 = 2{,}5 + 2{,}5 = 5^m$

В то время как видит на самом деле: $5{,}7^m$

Значит, поглощение произошло. Будем считать, что это произошло из-за туманности.



$\frac{I}{I_0} = 10^{0,4(5-5,7)} = 10^{-0,4\cdot 0,7} = 10^{-0,28} \approx 1/3$

$I = \frac{1}{3} I_0.$

Т.е., 2/3 потока были поглощены

Поток около туманности:

$I_r = \frac{L}{4\pi r^2}$ туманность поглотила: $E = \frac{L}{4\pi r^2}\cdot \pi\rho^2\cdot\frac{2}{3}$

ρ — радиус туманности. оценим его в 1 пк ~~3 св. лет~~ как хар-ое значение. ~~Можно взять 2 или 3 — что будет~~ Таких размеров бывают как планетарные туманности так и газовые облака.

Туманность переизлучает поглощённую энергию:

$I_T = \frac{E}{4\pi(R-r)^2} = \frac{L\rho^2 2}{4r^2\cdot 3}\cdot\frac{1}{4\pi(R-r)^2} = \frac{L}{4\pi R^2}\cdot\frac{1}{3}$

после сокращений: $\frac{\rho^2}{2r^2\cdot\cancel{4\pi}(R-r)^2} = \frac{1}{R^2}$ $\quad \rho^2 = 2\frac{(R-r)^2}{R^2}\cdot r^2$

$(R-r)$ и R — одного порядка. $\rho \ll R$. тогда, можем предположить, что $r \ll R$, т.к. иначе с двух сторон не сойдутся степени.

Тогда $\rho^2 \approx 2r^2 \Rightarrow r \approx \rho/\sqrt{2} \approx \frac{\rho}{1{,}4} \approx 0{,}71\rho \approx \underline{0{,}7\text{ пк}}$

Туманность был...

 № 5

Предположим, что светимость в 10^{30} Вт достигается преимущественно за счёт падения ~~вы~~ аккрецирующегося вещества.

Полная энергия вещ-ва на бесконечности $= 0$.

Тогда: $E = 0 = K + U \Rightarrow K = -U \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{R}$, где R - расстояние от центра НЗ.

Пусть вся кинетическая энергия при падении переходит в светимость. Тогда:

$$L = \frac{dk}{dt} = -\frac{dU}{dt} = \frac{d\left(\frac{GMm}{R}\right)}{dt} = \frac{GM}{R}\cdot\frac{dm}{dt} = \boxed{\mu}\cdot\boxed{\frac{GM}{R}}$$

расход массы вещ-ва

константа

Выражение выше должно выполняться при $R =$ ~~10 км~~ = радиус поверхности звезды = 10 км.

$$\mu = \frac{L\cdot R}{GM} = \frac{10^{30}\cdot 10\,\cancel{км}\,м}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot1{,}4\cdot2\cdot10^{30}} = \frac{10^{30}\cdot10^{4}}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot2{,}8\cdot10^{30}} = \frac{1}{6{,}67\cdot2{,}8}\cdot\frac{10^{34}}{10^{19}} \approx$$

$$\approx \frac{10^{15}}{20} = \frac{1}{2}\cdot10^{14} = 0{,}5\cdot10^{14} = 5\cdot10^{13}\ \frac{кг}{с}$$

$E_\gamma = 30$ кэВ $= 30\cdot10^{3}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж $= h\nu$ — частота фотона.

$E_\gamma = h\frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \omega = \frac{E_\gamma\cdot2\pi}{h} = \frac{4{,}8\cdot10^{4-19}\cdot2\cdot\pi}{6{,}62\cdot10^{-34}} \approx \frac{4{,}8\cdot6{,}28}{6{,}62}\cdot10^{19}\ \frac{1}{c} \approx 4{,}6\cdot10^{19}\ \frac{1}{c}$

$\nu = \frac{\omega}{2\pi}$

Пусть v и ρ — скорость электрона и некоторый радиус окружности, по которой он вращается.

Равновесие силы Лоренца и центробежной: $qBv = \frac{mv^2}{\rho} \Rightarrow qB = \frac{mv}{\rho}$

$qB = \frac{m\omega\rho}{\rho} = m\omega \Rightarrow B = \frac{m\omega}{q}$ m, q – масса и заряд электрона.

$B = \frac{9\cdot10^{-31}\cdot4,6\cdot10^{19}}{1,6\cdot10^{-19}}$ Тл $= \frac{9\cdot4,6}{1,6}\cdot10^{19+19-31} \approx 26\cdot10^{48-31}$ Тл $\approx$

$\approx 2,6\cdot10^{18}$ Тл

$B \propto r^{-3} \Rightarrow B = \frac{A}{r^3}$, где A – некоторый коэфф.

r = 10 км – радиус зв. на поверхности.

$A = Br^3 = 2,6\cdot10^{18}$ Тл $\cdot(10^4)^3$ м³ $= 2,6\cdot10^{18+12}$ Тл·м³ $= 2,6\cdot10^{30}$ Тл м³

Пусть R – радиус магнитосферы. Тогда на ней:

$B_R = \frac{A}{R^3}$ $P_{маг} = kB_R^2 = \frac{kA^2}{R^6}$

Найдём динамическое давление:

$P_g = \frac{F}{S} = \frac{\Delta P/\Delta t}{4\pi R^2} = \frac{\frac{\Delta m v}{\Delta t}}{4\pi R^2} = \frac{\mu v}{4\pi R^2}$

Вспомним, что

$K = -U$

$\frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{R}$

$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$P_g = \frac{\mu\sqrt{2GM}}{4\pi R^2\sqrt{R}} = P_{маг} = \frac{kA^2}{R^6}$

$\frac{\mu\sqrt{2GM}}{4\pi} = \frac{kA^2}{R^3\sqrt{R}} = \frac{kA^2}{R^{3.5}}$ возведём всё в квадрат

$\cancel{\frac{\mu^2\cdot2GM}{8\cdot\pi^2} = \frac{k^2A^4}{R^7}}$ $\cancel{R^7 = \frac{8\pi^2\cdot k^2A^4}{2\mu^2GM} \approx \frac{8\cdot10\cdot(4\cdot10^5)^2\cdot(2,6\cdot10^{30})^4}{2\cdot(5\cdot10^{13})^2\cdot6,67\cdot10^{-11}\cdot1,4\cdot2\cdot10^{30}} \approx}$

$\cancel{\approx \frac{8\cdot4^2\cdot2,6^4}{2\cdot5^2\cdot6,67\cdot2,8}\cdot\frac{10\cdot10^{10}\cdot10^{120}}{10^{26}\cdot10^{-11}\cdot10^{30}}}$

$R^{3,5} = \frac{4\pi kA^2}{\mu\sqrt{2GM}} = \frac{4\cdot\pi\cdot4\cdot10^5\cdot(2,6\cdot10^{30})^2}{5\cdot10^{13}\cdot\sqrt{2\cdot6,67\cdot10^{-11}\cdot1,4\cdot2\cdot10^{30}}} \approx \frac{16\cdot\pi\cdot2,6^2\cdot10^{65}}{5\cdot10^{13}\cdot2\cdot10^{10}} \approx$

№ 5 (продолжение)

Жук-3

$$\approx \frac{1{,}6\cdot\pi\cdot 2{,}6^2}{\cancel{52\cdot 7}}\cdot\frac{10^{66}}{10^{24}} = 5\cdot 6{,}76\cdot 10^{42} \approx 34\cdot 10^{42} = 3{,}4\cdot 10^{43}$$

$$R^3\sqrt{R} = 3{,}4\cdot 10^{43}$$

пускай $R = a\cdot 10^b$

тогда $R^{3,5} = a^3\sqrt{a}\; 10^{b\cdot 3,5}$

$42 = 12\cdot 3{,}5 \Rightarrow b = 12$

$a^3\sqrt{a} = 3{,}4\cdot 10 = 34$

подбором $a \approx 2{,}7$

$$\underline{R = 2{,}7\cdot 10^{12}\text{ м}}$$