№1

По условию знаем, что:

$$E = \frac{M_c c^2}{2},$$

где E - выделившаяся энергия, M_c - суммарная масса звезд. Тогда, если n - кол-во звезд:

$$E = \frac{n M_\odot c^2}{2}$$

$$n = \frac{2E}{M_\odot c^2} = \frac{2 \cdot 10^{55}}{2 \cdot 10^{30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = \frac{2 \cdot 10^{55}}{2 \cdot 10^{30} \cdot 9 \cdot 10^{16}} = \frac{10^9}{9} \approx 10^8$$

Ответ: звезд было $n \approx 10^8$

№2

Найдем часовые углы звезд в момент наблюдения из Питера. Т.к. Мира Кита через 2^h кульминирует, её часовой угол $t^{П}_{МК} = 22^h$. Зная, что $\alpha_{МК} \approx 3^h$, а в конце декабря $\alpha_\odot \approx 18^h$, найдем часовой угол Солнца:

$$T^{П}_{зв} = t^{П}_{МК} + \alpha_{МК} = t^{П}_\odot + \alpha_\odot$$

$$t^{П}_\odot = t^{П}_{МК} + (\alpha_{МК} - \alpha_\odot) = 22^h + (3^h - 18^h) = 7^h$$

Определим часовые углы звезд в этот же момент в Хатанге:

$$T^{П}_{зв} + (\lambda_Х - \lambda_П) = T^{Х}_{зв}$$

$$\begin{cases} t^{П}_{МК} + \alpha_{МК} + (\lambda_Х - \lambda_П) = t^{Х}_{МК} + \alpha_{МК} \\ t^{П}_\odot + \alpha_\odot + (\lambda_Х - \lambda_П) = t^{Х}_\odot + \alpha_\odot \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^{Х}_{МК} = t^{П}_{МК} + (\lambda_Х - \lambda_П) = 22^h + \frac{102{,}5^\circ - 30^\circ}{15^\circ/ч} \approx 22^h + 4^h 40^m = 2^h 40^m \\ t^{Х}_\odot = t^{П}_\odot + (\lambda_Х - \lambda_П) = 7^h + 4^h 40^m = 11^h 40^m \end{cases}$$

Теперь нужно понять, что это значит. Солнце будет близ нижней кульминации, а т.к. это зимнее солнцестояние, оно гарантированно окажется под горизонтом. Мира Кита находится примерно на небесном экваторе, поэтому над горизонтом она примерно 12^h, или, что равнозначно, зайдет при часовом угле $\approx 6^h$. У нас он меньше, поэтому звезда будет видна. ~~Получается~~, Если прибавить по полчаса к получившимся часовым углам, ситуация не изменится. Поэтому друг из села Хатанга сможет наблюдать все полчаса.

Ответ: да

№5

Найдем период обращения планеты вокруг звезды, сравнив с Землей:

$$\frac{T^2 M}{a^3} = \frac{T_\oplus^2 M_\odot}{a_\oplus^3} = \frac{4\pi^2}{G} \quad \text{(III з-н Кеплера)}$$

$$\frac{T^2 4 M_\odot}{64 a_\oplus^3} = \frac{T_\oplus^2 M_\odot}{a_\oplus^3}$$

$$T = \sqrt{16}\, T_\oplus = 4T_\oplus = 4 \cdot 365 \simeq 1500 \text{ сут}$$

Аналогично определим период обращения спутника, сравнив с Луной:

$$\frac{T_{сп}^2 M_п}{a_{сп}^3} = \frac{T_л^2 M_\oplus}{a_л^3}$$

$$\frac{T_{сп}^2 \frac{M_\oplus}{2}}{a_л^3} = \frac{T_л^2 M_\oplus}{a_л^3}$$

$$T_{сп} = \sqrt{2}\, T_л \simeq 1{,}7 T_л = 1{,}7 \cdot 27 \simeq 46 \text{ сут}$$

По условию нас просят найти период повторения фаз, т.е. синодический период. Он ~~равен~~ находится исходя из разницы (или суммы) угловых скоростей обращения планеты и спутника:

$$\left[\begin{array}{ll} \dfrac{2\pi}{T_{син}} = \left|\dfrac{2\pi}{T} - \dfrac{2\pi}{T_{сп}}\right| & \text{(если обращаются в одинаковых направлениях)} \\ \dfrac{2\pi}{T_{син}} = \dfrac{2\pi}{T} + \dfrac{2\pi}{T_{сп}} & \text{(если обращаются в разных направлениях)} \end{array}\right.$$

$$\cancel{\frac{1}{T_{син}} = \left|\frac{1}{1500} - \right.}$$

$$\left[\begin{array}{l} T_{син} = \dfrac{1500 \cdot 46}{1500 - 46} \simeq 48 \text{ сут} \\ T_{син} = \dfrac{1500 \cdot 46}{1500 + 46} \simeq 45 \text{ сут} \end{array}\right.$$

Ответ: $T_{син} = [45; 48]$ сут

№4

Найдем ~~м~~ массу звезды:

$$M = \frac{4}{3}\pi R_\star^3 \cdot \rho = 4 \cdot 64^3 \cdot 10^{15} \cdot 9 \cdot 10^8 = 36 \cdot 64^3 \cdot 10^{23} = 36 \cdot 25 \cdot 10^{27} \simeq 10^{30} \text{ кг}$$

~~Из этого определим~~ И выразим период Меркурия, сравнив с Землей:

$$\frac{T_М^2}{a_М^3} = \frac{T_\oplus^2}{a_\oplus^3} = \frac{4\pi^2}{G M_\odot} \quad \text{(III з-н Кеплера)}$$

$$T_М = \sqrt{\left(\frac{a_М}{a_\oplus}\right)^3}\, T_\oplus = \sqrt{0{,}4^3}\, T_\oplus \simeq \frac{1}{4} T_\oplus$$

Из этого найдем большую полуось экзопланеты, тоже сравнив с Землей:

$$\frac{T^2 M}{a^3} = \frac{T_\oplus^2 M_\odot}{a_\oplus^3} = \frac{4\pi^2}{G}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{60} \cdot \frac{1}{4}\right)^2 T_\oplus^2 \frac{M_\odot}{2}}{a^3} = \frac{T_\oplus^2 M_\odot}{a_\oplus^3}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{1}{4^2}\frac{1}{60^2}\frac{1}{2}}\; a_\oplus = \sqrt[3]{\frac{1}{2^5}\cdot\frac{1}{3^2\cdot 5^2}}\; a_\oplus \simeq \frac{1}{2^3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\, a_\oplus = \frac{1}{48}\, a_\oplus \approx 0{,}02\, a_\oplus$$

По условию получается, что масса звезды до смерти была $\approx 2\cdot 10^{30}$ кг, т.е. она подобна Солнцу. Я точно знаю, что Меркурий будет поглощен, когда Солнце расширится, а большая полуось экзопланеты получилась сильно меньше полуоси Меркурия. Значит, планета скорее всего оказалась бы „съедена" звездой, если бы была на той же орбите.

Ответ: нет