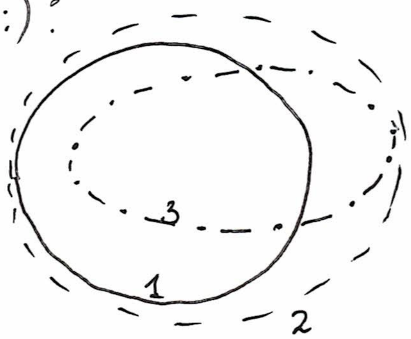
Задача №1)  Жук-9

1 случай):

~~1) $v=$~~

2)

3)




1→2)

$v_1=\sqrt{\frac{GM}{R}}$; $v_2=1{,}1v_1=\sqrt{\frac{GM}{a}\left(\frac{1+e}{1-e}\right)}=\sqrt{\frac{GM}{a(1-e)}\left(\frac{1+e}{1-e}\right)}=\sqrt{\frac{GM}{R}(1+e_1)}$

$\sqrt{1+e_1}=1{,}1$; $1+e_1=1{,}21$; $e_1=0{,}21$. $a=\frac{R}{1-e}\approx1{,}25R$

2→3)

$v_3=\sqrt{\frac{GM}{a}\left(\frac{1-e_1}{1+e_1}\right)}=\sqrt{\frac{GM}{R}\left(\frac{(1-e_1)^2}{1+e_1}\right)}$; $v_4=0{,}9v_3=\sqrt{\frac{GM}{a_2}\left(\frac{1-e_2}{1+e_2}\right)}=\sqrt{\frac{GM}{a(1+e_1)}(1-e_2)}$

$\sqrt{\frac{GM}{1{,}21a}(1-e_2)}=0{,}9\sqrt{\frac{GM}{a}\left(\frac{0{,}79}{1{,}21}\right)}$; $0{,}81\cdot\frac{79}{121}=\frac{1-e_2}{1{,}21}$

$1-0{,}81\cdot0{,}79=e_2\approx0{,}36$; $a_2=\frac{a(1+e_1)}{1+e_2}\approx1{,}25\cdot\frac{1{,}21}{1{,}36}R\approx1{,}1R$

2 случай) аналогично

1→2)

$v_1=\sqrt{\frac{GM}{R}}$; $v_2=0{,}9v_1=\sqrt{\frac{GM}{R}(1-e)}$ ~~$0{,}81=\frac{(1+e_1)^2}{1-e_1}$~~;

~~$1+e_1^2+2e_1=0{,}81-0{,}81e_1$; $e_1^2+2{,}81e_1+0{,}19=0$~~ $1-e_1=0{,}81$; $e_1=0{,}19$

$a=0{,}81R$

2→3)

$v_3=\sqrt{\frac{GM}{R}\left(\frac{(1+e_1)^2}{1-e_1}\right)}$; $v_4=1{,}1v_3=\sqrt{\frac{GM}{a}\left(\frac{1+e_2}{1-e_2}\right)}=\sqrt{\frac{GM}{0{,}81^2R}\cdot(1+e_2)}$

$1+e_2=1{,}21$; $e_2=0{,}21$; $a_2'=\frac{a(1+e_1)}{1-e_2}=0{,}81R\cdot\frac{0{,}81}{0{,}79}\approx0{,}83R$

Тогда, по III закону Кеплера

~~$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{a_1^3}{a_2^3}$; $\frac{T_1}{T_2}=$~~ $T=\sqrt{\frac{4\pi^2a^3}{GM}}$

$M=6\cdot10^{24}$ кг

$R\approx40000$ км

геостац. орбита

$$T_1 - T_2 = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM_\oplus}}\left(\sqrt{(1{,}1\,R)^3} - \sqrt{(0{,}83R)^3}\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM_\oplus}}\left(\sqrt{1{,}33} - \sqrt{0{,}57}\right) \simeq \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM_\oplus}}\left(1{,}15 - 0{,}75\right) =$$

$$= 0{,}4\sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM_\oplus}} \simeq \sqrt{6{,}4\cdot 10^9\,\text{сек}^2} \simeq \sqrt{0{,}64\cdot 10^{10}\,\text{с}^2} = 10^5\cdot 0{,}8\,\text{с} \simeq$$

$$= 8\cdot 10^4\,\text{с}$$

Ответ: на $8\cdot 10^4$ с или $\sim$ 22 часа

Задача №2)

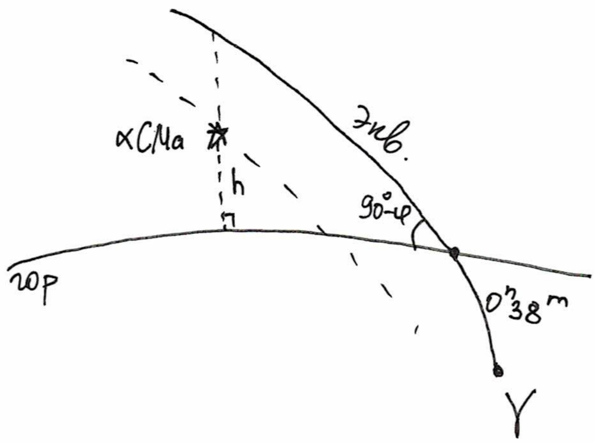
Жук - 9

$D = 0^h 0^m$ 01.01

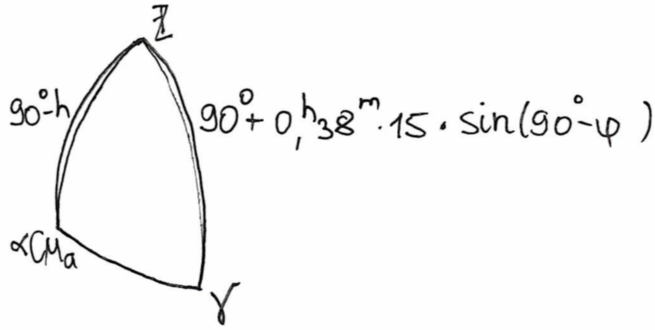
Звездное время:

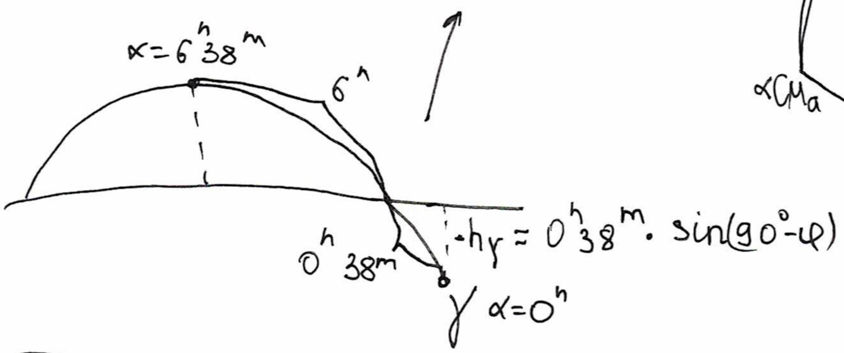
$S = 6^h + 10^д \cdot 3^m 56^s / д = 6^h 38^m$

Ючле для зимн. солнц.




Кульминирует звезда с $\alpha = 6^h 38^m$

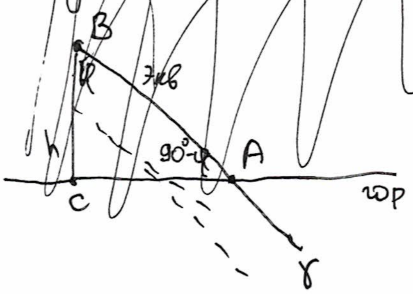



т.к. кульминирует звезда с $\alpha = 6^h 38^m$, а $\alpha_{CMa} \simeq 6^h 45^m \approx$ $\simeq 6^h 38^m$, то для оценки можно считать, что αCMa кульминирует (сириус)

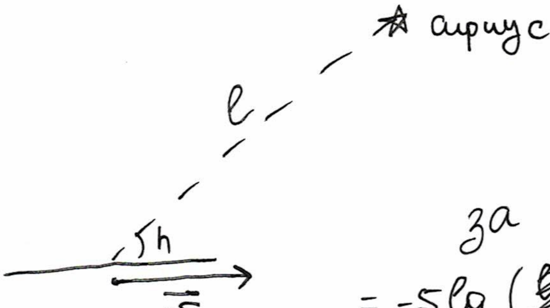
~~Будем считать в плоском приближении~~

~~В △ABC: AB = $\alpha_{CMa}$ - … = $6^h 45^m$ -~~




тогда $h = 90° - \varphi + \delta = 45°$

т.е. мы идём к Сириусу „под угл 45°"




$v_{прибл.} = v_{лучевая} = v_1 \cos h \simeq 0{,}7$ м/с

тогда $\dfrac{dm}{dt} = \left(2{,}5 \lg\left(\dfrac{l^2}{(l+dl)^2}\right)\right)$

за ~~…~~ $dt$: $dl = v_1 dt$; $dm = -2{,}5 \lg\left(\dfrac{(l+dl)^2}{l^2}\right) =$

$= -5 \lg\left(~~…~~ 1 + \dfrac{dl}{l}\right) = -5 \lg\left(1 + \dfrac{v_1 dt}{l}\right)$

за 1 сек $\Delta m = -5 \lg\left(1 + \dfrac{0{,}7}{l}\right)$ считая $l \simeq 30$ пк

$\Delta m = -5 \lg\left(1 + \dfrac{7}{300 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11} \cdot 206265}\right)$; $\dfrac{\Delta m}{\Delta t} \approx ~~…~~ 3{,}5 \cdot 10^{-18}$ m/c $\approx$

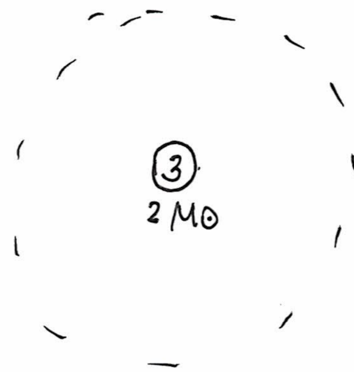
$\approx 10^{-18}$ m/c

Задача №3)   $T_n = 4$ года   04 из 08   Жук-9

$M_з = 2M_\odot$

$R_n = R_з = 6{,}4\cdot10^3$ км

По III закону Кеплера:




$$\frac{T^2}{4\pi^2 a^3} = \frac{1}{GM}; \quad a^3 = \frac{T^2 GM}{4\pi^2}; \quad \frac{G}{4\pi^2} = \frac{a^3}{T^2 M}$$

сравнивая с солн. сист.:

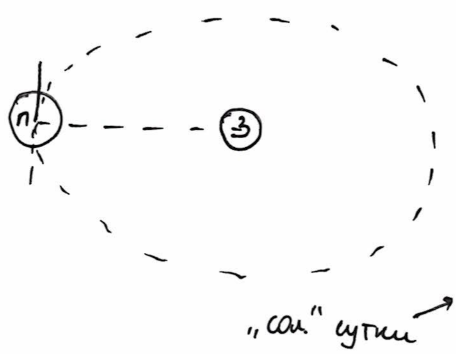
$$\frac{T_n^2 M_з}{a_n^3} = \frac{T_\oplus^2 M_\odot}{a_\oplus^3} = 1\,\frac{\text{год}^2\cdot\text{масса}\odot}{\text{ае}^3}; \quad a_n = \sqrt[3]{T_n^2 M_з\left(\frac{a_\oplus^3}{T_\oplus^2 M_\odot}\right)} = 1\,\frac{\text{год}^2\cdot M_\odot}{\text{ае}^3}$$

$= a_n = \sqrt[3]{16\cdot 2}$ а.е. $= \sqrt[3]{2^5}$ а.е. $\simeq$ 3,1 а.е.

оценим светимость звезды: для ☆ г.п. справедливо:

$L \sim M^4$; $\Rightarrow$ $L_з \simeq 16 L_\odot$

~~Найдём длину (продолжит.) суток на звезде~~



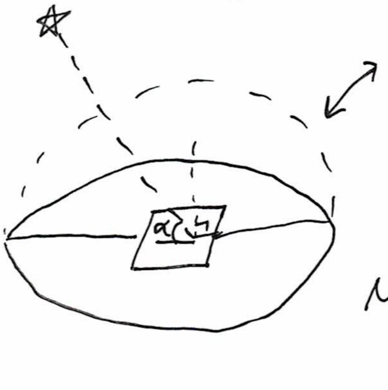

Найдём продолжительность „солнечных" суток S на планете

$$\frac{1}{S} = \left|\frac{1}{T_n} \overset{-}{(+)} \frac{1}{T_{обр.}}\right| \qquad \frac{1}{S} = \frac{1}{20^h} \overset{-}{(+)} \frac{1}{4\,\text{года}} \to 0$$

период обр. вокр. звезды   вокруг оси

4 года >> 20 часов

для оценки считаем, что $S = 20^h$. Т.к. ось планеты ⊥ плоск. орб., а батарея находится на экваторе, то $\tau$ - время нахождения звезды над горизонтом - $= \frac{1}{2} S = 10^h$. Во время суточного движения звезды, она пересекает горизонт в противоположных точках и проходит через зенит (и движется равномерно, $\omega = const$)




$\alpha = 90°$ - угол падения лучей от звезды

Предположим, что $\rho_з \simeq \rho_\odot$ (т.е. звезда состоит из такого же по характер. вещества, что на самом деле не так, но для оценки предположить можно)

$M = V\rho = \frac{4}{3}\pi R_з^3 \rho$

$M_з \sim R_з^3 \Rightarrow R_з \approx 1{,}3 R_\odot$

Задача №3) (продолжение)

Тогда для Звезды имеем:

$L_З \simeq 16 L_\odot$; $R_З \simeq 1{,}3 R_\odot$; $M_З = 2 M_\odot$;

для планеты

$T_п = 4 T_\oplus = 4$ года; $a_п \simeq 3{,}1$ а.е; $\tau \simeq 10^h$

длит. светового дня

Найдём освещённость от звезды на $r = a_п$ от неё;

$$P = \frac{L_З \cdot 4\pi R_З^2}{4\pi a_п^2} = \frac{R_З^2}{a_п^2} L_З;$$

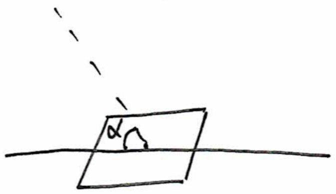
Зная, (аналогично) что $P_\odot = 1360 \frac{Вт}{м^2} = L_\odot \cdot \frac{R_\odot^2}{a_\oplus^2}$

солнеч. постоянная для 1 а.е.

$$P = \frac{1{,}3^2}{3{,}1^2}\cdot\frac{R_\odot^2}{a_\oplus^2}\cdot 16 L_\odot = \left(\frac{13}{31}\right)^2\cdot 16\cdot P_\odot \approx 0{,}16\cdot 16\cdot P_\odot \simeq 2{,}6\cdot P_\odot \simeq$$

$$\simeq 3540 \frac{Вт}{м^2}$$

Освещённость площадки E, когда высота Звезды равна $\alpha$,

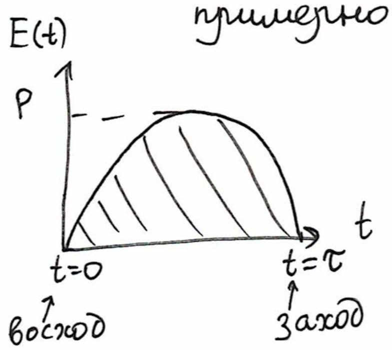


$E = P\sin\alpha$, найдём энергию за сутки.

График $E(t)$ будет выглядеть примерно так:

$\alpha = \omega t$

$\omega = \frac{2\pi}{20^h}$




$$\mathcal{E} = E_{ср}\cdot t\cdot S = S\int_0^\tau E(t)\,dt$$

$$\mathcal{E} = S\int_0^\tau P\sin(\omega t)\,dt =$$

$$= SP\int_0^\tau \sin(\omega t)\,dt; \quad u = \omega t; \quad \frac{du}{dt} = \omega; \quad dt = \frac{du}{\omega}$$

$$= \frac{SP}{\omega}\int_0^{\omega\tau}\sin u\,du = \frac{SP}{\omega}(-\cos\omega\tau + \cos 0)$$

$$= \frac{PS}{\omega}(1 - \cos\omega\tau) = \cancel{\frac{3540\frac{Вт}{м^2}\cdot 20^h\cdot 0{,}1}{2\pi}(1-\cos\pi)}$$

$$\approx \frac{1}{3}\cdot 354\cdot 20\cdot 3600с\cdot\frac{Вт}{м^2}\cdot 100 м^2 \approx 8{,}4\cdot 10^8 Дж \approx 10^9 Дж$$

Ответ: порядка $10^9$ Дж или 1 ГДж

$$p = nkT = \frac{N_A}{4\pi r^2} \cdot \frac{dm/dt}{dx/dt} \cdot kT = \frac{N_A \cdot L\sqrt{r}}{4\pi r^2 c^2 \sqrt{2GM}} \cdot k \cdot \frac{m \cdot 2GM}{r} = kB^2$$

Задача №5)

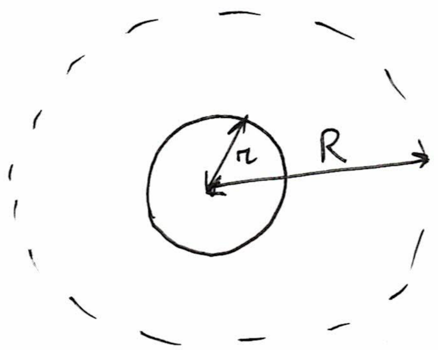
Жук - 9

$L = 10^{30}$ Вт

$M = 1{,}4 M_\odot = 2{,}8 \cdot 10^{30}$ кг

$r = 10$ км $= 10^4$ м

$e_ц = 30 \cdot 10^3$ эВ



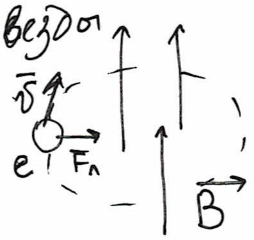

$e = h\nu = 30$ кэВ

$L = \frac{dm}{dt} \cdot c^2$ — Энергия в-ва переходит в свет

$$\frac{dm}{dt} = \frac{L}{c^2} = \frac{10^{30}\ Вт}{3^2 \cdot 10^{16}\ м^2/c^2} = \frac{10^{30}}{9 \cdot 10^{16}}\ \frac{кг}{с} \approx 1{,}1 \cdot 10^{13}\ \frac{кг}{с}$$

$p = nkT$

Найдём величину магнитного поля у поверхности звезды




$\vec{F_л} = qBv = m\omega^2 R$ $\qquad qBv = \frac{mv^2}{R}$

$qBv = mv \cdot \frac{v}{R} = mv\omega$ ; $B = \frac{m\omega}{q}$

$\omega = \nu_ц = \frac{e}{h} \Rightarrow B = \frac{me}{hq}$

где q и m - заряд и масса эл.
h - пост. Планка
e - энергия фотона (дана)

$B \simeq m_{эл} \cdot \frac{3 \cdot 10^4}{6{,}63 \cdot 10^{-34}}\ \frac{Тл}{кг} \simeq$ не помню массу электрона

Найдём концентрацию вещества

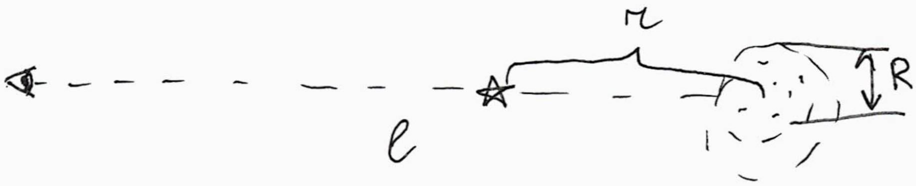
$\frac{dm}{dt} = \frac{L}{c^2}$ Для оценки считаем, что аккрецирующее вещество водород

$v = v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \approx 1{,}8 \cdot 10^8\ \frac{м}{с} = \frac{dx}{dt}$ ; $\frac{dm}{dt} = 1{,}1 \cdot 10^{13}\ \frac{кг}{с}$

$\cancel{\frac{dm}{dx}}$ $dx = dt \cdot 1{,}8 \cdot 10^8\ \frac{м}{с}$ $\quad dV = dx \cdot 4\pi r^2 = 2{,}3 \cdot 10^{17}\ м^3/с\ dt$

$n = \frac{dm \cdot N_A}{M_H\ dV} = 6 \cdot 10^{23} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^{19}/м^3$

$\frac{3kT}{m} = v^2$ ; $\quad T = \frac{mv^2}{3k}$



$m_\star = 5{,}7^m$;  $-M_\star + m_\star \wedge 2{,}5\lg\left(\frac{310^2\,пк^2}{10^2\,пк^2}\right) \approx 7{,}5^m$

$M_\star = -2{,}5^m$;  $8{,}2^m > 7{,}5^m$

$l = 0{,}31\,кпк = 310\,пк$

↑

расхождение на $0{,}7^m$

~~хотя~~ известно, что поглощение света в млечном пути $D \approx 0{,}002^m/пк = 2^m/кпк$

$l = 0{,}31\,кпк \Rightarrow \underset{\text{поглощение}}{P} \approx 0{,}62^m$ - примерно так же, как и получилось у звезды

так что вероятнее всего облако находится за звездой

Допустим в-во облака отражает A часть от попавшего на нею света ($A \in [0; 1]$)

тогда запишем:

$$\cancel{\frac{E_\star (1-A)\pi R^2}{4\pi r^2} = \frac{4\pi R^2 \cdot \sigma T^4}{4\pi (r+l)^2}} \approx l^2$$

$$\cancel{\frac{E_\star (1-A)}{4r^2} = \frac{\sigma T^4}{l^2} = E_0}$$

~~Для оценки будем считать~~ $A = 0$, $R \to 0$

~~тогда~~ $\cancel{\frac{E_\star}{E_0} = \frac{4r^2}{l^2}}$

$$\frac{E_\star}{4\pi r^2} \cdot \pi R^2 = \frac{\sigma T^4 \cdot 4\pi R^2}{\cancel{\ldots}} + \frac{E_\star}{4\pi r^2}\pi R^2 \cdot A =$$

$$\frac{E_\star R^2}{4 r^2}(1-A) = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$$

$v^2 = \frac{3kT}{\mu}$;  $T = \frac{mv^2}{3k}$

$E_{к\,ср} = \frac{mv^2}{2} = \frac{3kT}{2}$

По теореме о вириале

$-2E_{кср} = U_{ср}$;  $U_{ср} = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$

$3kT = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$;  $T = \frac{3GM^2}{5Rk}$