СПб - 161

Задача 1.

Энергия, которая выделится при падении n звёзд, похожих на Солнце, равна $\frac{n \cdot M_{\odot} c^2}{2}$. По условию, она равна 10^{55} Дж, значит искомое количество звёзд $n = \frac{2 \cdot 10^{55}}{2 \cdot 10^{30} \cdot 300 \cdot 10^{6}} = \frac{10^{25}}{3 \cdot 10^{8}} = \approx 0{,}33 \cdot 10^{17} = 3{,}3 \cdot 10^{16}$.

Ответ: $3{,}3 \cdot 10^{16}$

Задача 5.

По III закону Кеплера период обращения планеты вокруг звезды примерно равен $T_1 \approx \sqrt{\frac{4\pi^2 a_1^3}{G \cdot M_0}}$, где $a_1 = 4 a_{\oplus}$, а $M_0 = 4 M_{\odot}$. Значит период будет в $\sqrt{\frac{64}{4}} = 4$ раза больше земного года и равняться примерно 1460 земным суткам.

Теперь из этого же закона определим сидерический период спутника как $T_2 = \sqrt{\frac{4\pi^2 a_2^3}{G m_1}}$, где $a_2 \approx a_{\text{☾}}$, а $m_1 \approx \frac{1}{2} M_{\oplus}$, значит этот период будет в $\sqrt{2}$ раз меньше сидерического периода Луны (27,3 суток), и он равен около 19 суток.

Период повторения фаз, который нам надо найти — это синодический период спутника, и его можно найти как

$$S = \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)^{-1} = \frac{1460 \cdot 19}{1441} \approx 19 \text{ суток.}$$

Ответ: 19 суток

Задача 3.

Чтобы обсерватория стала разрушаться, центробежная сила должна превысить силу притяжения Земли, т.е.

$$\frac{m v^2}{R} \geq \frac{G \cdot M_{\oplus} \cdot m}{(R_{\oplus} + h)^2}$$

где m — масса обсерватории, v — её вращательная скорость, h — высота её орбиты (для удобства примем её за 600 км), R — радиус обсерватории, равный половине её длины. Тогда

$$\frac{m \cdot \left(\frac{\pi l}{T}\right)^2}{\frac{l}{2}} = \frac{G M_{\oplus} m}{(R_{\oplus} + h)^2}$$

где T — искомый период вращения обсерватории. Значит

$$\frac{2\pi^2 l}{T^2} = \frac{G M_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)^2}$$

Отсюда

$$T = \sqrt{\frac{(R_{\oplus} + h)^2 \cdot 2\pi^2 l}{G M_{\oplus}}} = (R_{\oplus} + h) \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2l}{G M_{\oplus}}} =$$

$$= (6{,}4 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5) \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 14}{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}} \approx 7 \cdot 10^6 \cdot 3{,}14 \cdot 2 \sqrt{\frac{1}{6 \cdot 10^{13}}} =$$

$$= 44 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{\frac{1}{60}} \approx 6 \text{ с}$$

Ответ: 6 с

Задача 4.

Найдём массу белого карлика:

$$M_\odot = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R_\oplus^3$$

Поскольку плотность белого карлика примерно в $1{,}6 \cdot 10^5$ раз больше плотности земли, то его масса равна $1{,}6 \cdot 10^5 M_\oplus$ или около $9{,}6 \cdot 10^{29} \approx 10^{30}$ кг, что в 2 раза меньше массы Солнца. Поскольку период обращения экзопланеты в 60 раз меньше периода обращения Меркурия, то радиус её орбиты в $\sqrt[3]{1800} \approx 12$ раз меньше радиуса орбиты Меркурия (по III закону Кеплера) и равен примерно $5 \cdot 10^6$ км. Посчитаем радиус красного гиганта как $R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot M_\odot}{4\rho \cdot \pi}} =$

$$= \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{4 \cdot 9 \cdot 10^8 \cdot 3{,}14}} \approx \sqrt[3]{\frac{1}{18} \cdot 10^{22}} = 10^7 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{18}} \approx \frac{1}{2} \cdot 10^7 = 5 \cdot 10^6 \text{ км}$$

то есть планета будет на расстоянии около радиуса звезды от центра звезды, что невозможно.

Ответ: нет, не могла