1.

$\varphi = ?$

$l\,ctg\,h_{max2} - l\,ctg\,h_{max1} = 2l$

$ctg\,h_{max2} - ctg\,h_{max1} = 2 \Rightarrow \dfrac{\cos h_{max2}\sin h_{max1} - \cos h_{max1}\sin h_{max2}}{\sin h_{max1}\sin h_{max2}} = 2 \quad (*)$

Најмања висина је зими, $\delta_\odot' = -23{,}5^\circ$, а највећа лети кад важи $\delta_\odot = 23{,}5^\circ$.

За висину горње кулминације:

$h_{max1} - \delta_\odot = 90^\circ - \varphi$

$h_{max2} - \delta_\odot' = 90^\circ - \varphi$

$h_{max1} - \delta_\odot + \delta_\odot' - h_{max2} = 0$

$\Delta h = \delta_\odot - \delta_\odot'$

$(*) \Rightarrow \dfrac{\sin \Delta h}{\frac{1}{2}(\cos \Delta h - \cos(h_{max1} + h_{max2}))} = 2$

$\sin \Delta h = \cos \Delta h - \cos(h_{max1} + h_{max2})$

$\cos(h_{max1} + h_{max2}) \approx 0 \Rightarrow h_{max1} + h_{max2} \approx 90^\circ$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} h_{max1} \approx \frac{137^\circ}{2} = 69^\circ \\ h_{max2} = 22^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \varphi \approx 45^\circ$

1

2.

$M = 1{,}4 M_\odot$

$T = 0{,}03^d$

$m = 14{,}5 M_J$

Користићемо III закон Кеплера, период је у годинама, a у ај, а маса у Сунчевим.

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{M} \Rightarrow$$

$$a = \sqrt[3]{T^2 \cdot M}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{9 \cdot 10^{-4}}{365 \cdot 365} \cdot 1{,}4} \approx \sqrt[3]{\frac{9 \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-4}}{133125}} =$$

$M : 510 = 0{,}0201$

$365 \cdot 265$

1725
2190
1095

133125

$$= \frac{\sqrt[3]{12{,}6 \cdot 10^{-4}}}{51} = \frac{\sqrt[3]{1{,}26 \cdot 10^{-3}}}{51} = \frac{\sqrt[3]{1{,}28 \cdot 10^{-1}}}{51} \approx \frac{\sqrt[3]{1{,}3}}{510} = \frac{1{,}1}{510} \approx 0{,}002ај$$

Сателит је изузетно близу пулсара, што би значило да је од густог материјала, не би ли га уништиле плимске силе. Он мора да буде изван Рошове границе (или отприлике ако га држе еластичне силе*), те тамо да важи $a > R \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho_1}{\rho_2}}$, где је R полупречник пулсара, а ρ_1 његова густина, а ρ_2 густина сателита.

* када ће он бити спљоштеног облика

2

2 - наставак

$$a > R \cdot \sqrt[3]{2\frac{\rho_1}{\rho_2}} = R \cdot \sqrt[3]{2\frac{R_1^3 M}{R^3 m}} = \sqrt{2 R_1 m}$$

R_1 је полупречник сателита

$$a > R_1 \sqrt[3]{2\frac{M}{m}} = R_1 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \frac{1{,}4}{14{,}5} \cdot 1000} = 10 R_1 \sqrt[3]{\frac{2{,}8}{14{,}5}} \approx 5{,}8 R_1$$

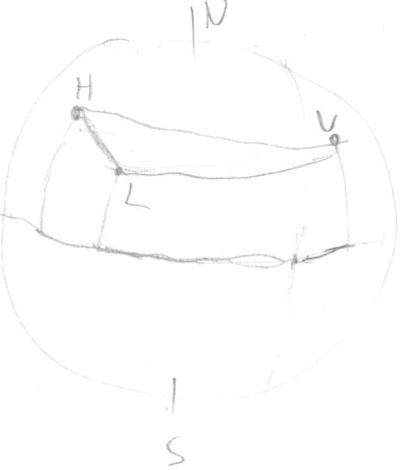
$R_1 < \cancel{0{,}03 aj}\ 3 \cdot 10^{-4} aj$

$$\frac{\rho_1}{\rho_J} > \frac{R_J^3}{R_1^3} \cdot 14{,}5 > \frac{(5 \cdot 10^{-4})^3}{(3 \cdot 10^{-4})^3} \cdot 14{,}5 = 50 \cdot \frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 50 \boxed{\cancel{10^{-6}}}$$

$R_J \approx 70000 km,\ 1aj = 150000000 km$

Густина сателита је око ред величине већа (или два реда) од Јупитерове, те он мора бити сачињен од камена или чак метала! Педесет пута већа од јесте превише, али сателит вероватно и није изван границе, те је око десет пута веће густине.

3.



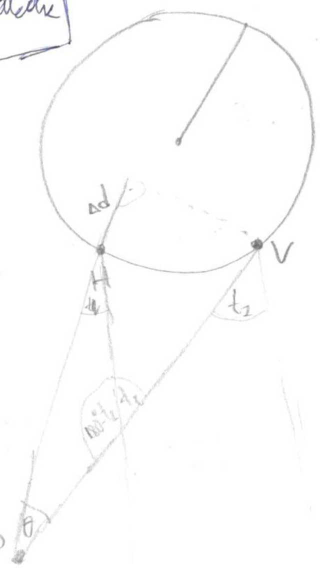
31.12.
22:00 UT
$\Delta t = 3 \cdot 10^{-3} s$

$\boxed{\cancel{c \Delta t =}}$

За ово време, талас који путује брзином c пређе највише 900 km — а највеће растојање је између Хенфорда и Вирго-а.

3

3. – наставак



α – ректасцензија извора, док су t_1, t_2, t_3 х. углови

$\Delta\theta = t_2 - t_1$

Знамо звездано време детектује из месног и датума (у Л. је месно $22 - \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 24 = 16^h$, а због тога што је време око зимске краткодневнице, звездано је $\theta_1 = 22^h$). У Х. је месно $22^h - 8^h = 14^h$, θ_2 ~~= α + t₁~~ $\theta_2 = 20^h$, $\theta_3 = 22^h45^m + 6^h = 4^h45^m$

$\theta_1 = \alpha + t_1, \theta_2 = \alpha + t_2, \theta_3 = \alpha + t_3$

4.

$\lambda_0 = 5170{,}7 \text{Å}$

$\lambda_1 = 5174{,}1 \text{Å}$

$\lambda_2 = 5174{,}2 \text{Å}$

$\rho = 0{,}7 \frac{g}{cm^3}$

$L_{min} = ?$

$1 : 51707 = 0{,}00002$

Како постоји помак у средишту диска, звезда се удаљава ($\lambda_1 > \lambda_0$), а минимална брзина делова звезде на ободу је $\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_0} \cdot c$, јер је по Доплеровом закону брзина удаљавања центра $\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0} c$, а ивице $\frac{\lambda_2 - \lambda_0}{\lambda_0} c$, "брзина" ивице у односу на звезду је $\frac{c}{\lambda_0}(\lambda_2 - \lambda_0 - \lambda_1 + \lambda_0)$.

$v = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = 6 \cdot 10^3 \frac{m}{s} = 6 \frac{km}{s}$

4

4-наставак | Одредимо период ротације звезде око своје осе. $2\pi R = \upsilon \cdot T$

$$\rho = \frac{M}{\frac{4\pi}{3}R^3} \Rightarrow M = \frac{3\rho}{4\pi R^3}.$$

Звезде које стварају титан су на крају главног низа, па важи $L \propto M^{3,5}$, $\frac{L}{L_\odot} \geq \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{3,5}$.

За периоде ротације звезда главног низа важи да су једнаки, па је $R = \frac{\upsilon}{\upsilon_\odot} R_\odot$, а Сунце ротира око 27 дана, па је $R = \frac{6\frac{km}{s}\cdot 27^d}{2\pi} = 2,3\cdot 10^6\,km =$

$= 2,3\cdot 10^9\,m$

$M = \frac{4\pi}{3} R^3 \cdot \rho = 3,7\cdot 10^{31}\,kg \approx 1,5 M_\odot$

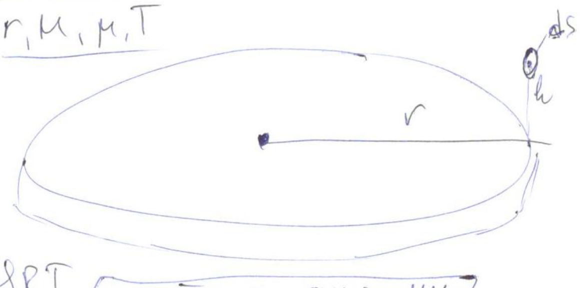
$L \geq 3,4 L_\odot$

$885\cdot 15$

1125
225

337

5. | r, M, μ, T



$pV = n_m RT$ – идеалан гас

$\boxed{p\cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{m}{M} RT}$

$\cancel{p\,dS = \frac{GM\,dm}{r^2+h^2}}$

$p\,dS\,dh = \frac{dm}{M} RT$

$\cancel{\frac{GM\,dm\,dh}{r^2+h^2}} = \frac{dm\,RT}{M}$ (5)

$p = \frac{\rho RT}{M}$ – $\boxed{\cancel{\text{из термодинамике}}}$

$\cancel{dp = -\rho g\,dh}$

3 - наставак | ~~Одредићемо координате где је сигнал дошао први пут на Земљу методом триангулације~~

Пошто је „дадин“ слике доста мање од $\widehat{HV} \approx 10000km$ то је S позиционаран отприлике између V и H и стога $t_1 \approx t_2$, па $2\alpha = \theta_1 + \theta_2 \Rightarrow \alpha = 21^h$ $\delta \approx \frac{30° + 46° + 43° + 48°}{4} = 40°$

5-наставак | Из хидрост. равнотеже је

$\cancel{dp = -\rho G \frac{M}{r^2+h^2} d}$ $\quad$ $dp = -\rho g dh$ $\quad$ $\cancel{g = G\frac{M}{r^2+h^2}}$

$\cancel{dm \cdot g = p \cdot dS}$ $\quad$ $\sin\alpha \approx \frac{h}{r}$ - диск је танак

$F_y = F_g \cdot \frac{h}{r} = \frac{GM\,h \cdot dm}{r^3} = dm\,g$

$\cancel{\frac{GMh \cdot dm}{r^3} = \frac{\rho RT dS}{\mu}}$

$\frac{d\rho RT}{\mu} = -\frac{\rho GMh}{r^3} dh \Rightarrow h\,dh = -\frac{r^3 d\rho RT}{GM\mu\rho}$

$-\frac{h^2}{2} = \frac{r^3 \ln\rho \cdot RT}{GM\mu}$

$\rho = \exp\left(-\frac{h^2 GM\mu}{2RT}\right)$