1. naloga

Gnomon (palica) horizontalne sončne ure je postavljen navpično. Med letom se dolžina opoldanske sence spremeni za dve dolžini gnomona. Izračunaj zemljepisno širino kraja, v katerem je ta sončna ura.

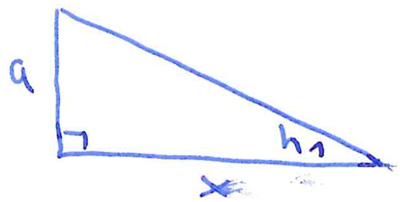
1. SONCE je najvišje a) 21.6. ($\delta_{\odot 1} = 23{,}5^\circ$), najnižje pa b) 21. 12 ($\delta_{\odot 2} = -23{,}5^\circ$) $= -\delta_{\odot 1}$, za SEVERNO (Northen) polobla.

2. a) 21. 6. Naj bo x dolžina sence. Potem je

$$h_1 = \varphi + \delta_{\odot 1}$$

in

$$\tan h_1 = a/x .$$

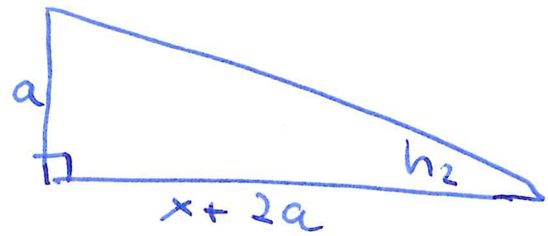


SLIKA 1

b.) 21. 12. Pa je (SLIKA 2)

$$h_2 = \varphi - \delta_{\odot 1}$$

$$\tan h_2 = \frac{a}{x+2a}$$

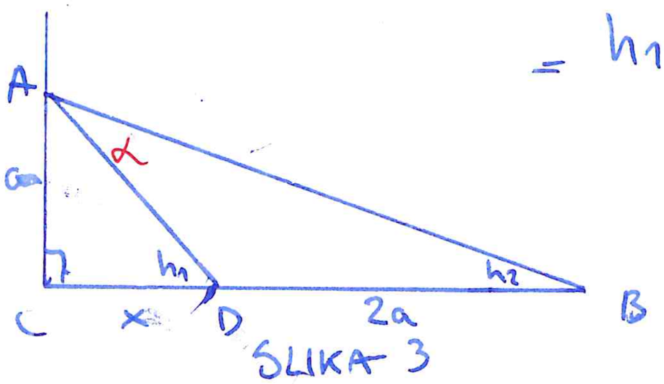


SLIKA 2

3. Lahko bi rešili sistem enačb in uporabili ADICIJNSKE TEOREME iz TRIGONOMETRIJE, ampak nimam kalkulatorja etc.

4. Kombiniramo SLIKO 1 in SLIKO 2.

$$\alpha = (90^\circ - h_2) - (90^\circ - h_1) =$$
$$= h_1 - h_2 = \varphi + \delta_{\odot 1} - \varphi + \delta_{\odot 1}$$
$$= 2\delta_{\odot 1} = 2 \cdot 23{,}5^\circ$$
$$= 47^\circ$$



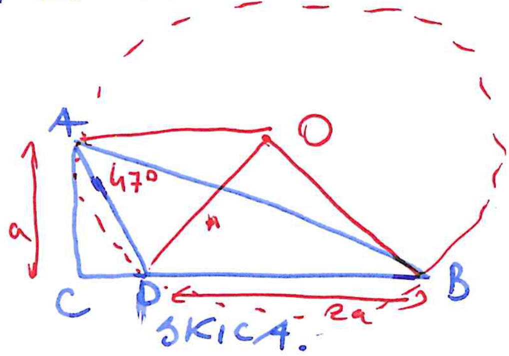
SLIKA 3

NEXT PAGE.

5.) KONSTRUIRAJMO tak $\triangle ABD$.

Vemo $v = a$, $a' = 2a$ in $\alpha = 47^\circ$.

Naj bo O središče očrtanega kroga.



$\Rightarrow \measuredangle DOB = 2\cdot\alpha = 94^\circ$

$$\Rightarrow \measuredangle BDO = \frac{180^\circ - \measuredangle DOB}{2} = \frac{180^\circ - 94^\circ}{2} = 43^\circ = \measuredangle OBD.$$

(i) Narišemo $2a$ in $\measuredangle BDO$ in $\measuredangle OBD$ iz D in B:

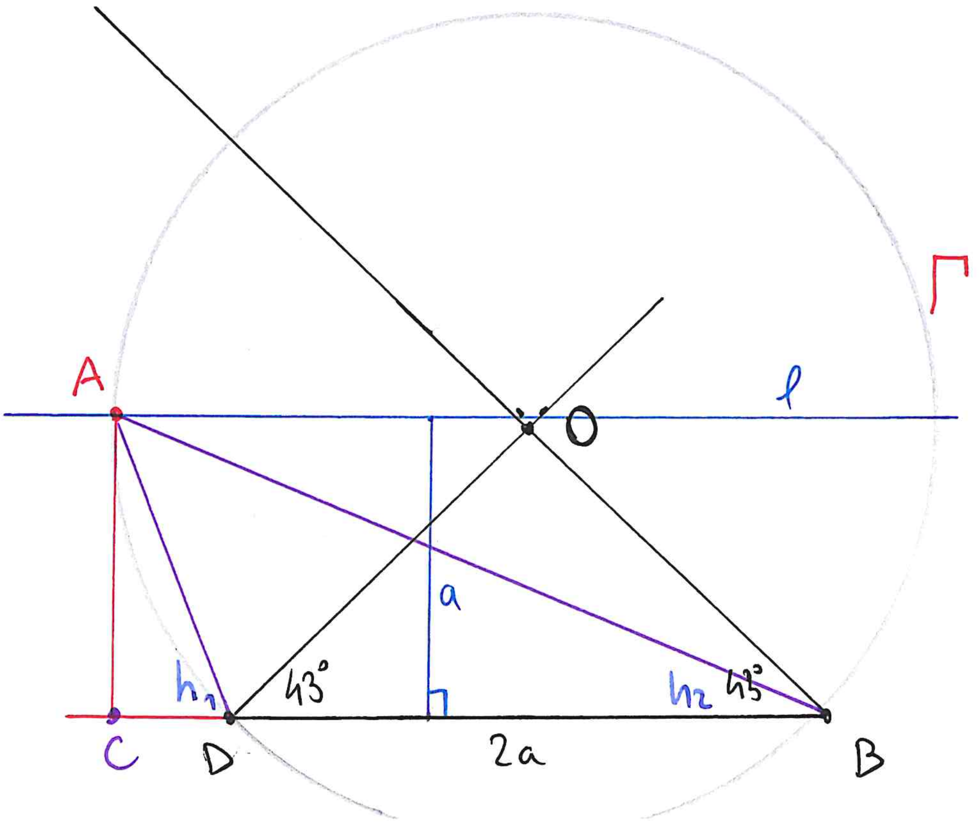
(ii) Naredimo višino $v = a$., premica višine l.

(iii) Kjer se sekata Γ in l je A.

(iv) Dodamo še ostalo.

6. Odčitamo, da je $\measuredangle ABC = 22^\circ = h_2$.

$\Rightarrow \varphi = h_2 + 23{,}5 \approx \boxed{45^\circ}$.



2. naloga

Leta 2003 so astronomi odkrili luno, ki kroži okoli pulzarja XTE J1807-294 (njegova masa je 1,4 mase Sonca). Obhodni čas lune okoli pulzarja je 0,03 dneva in ima maso 14,5 mase Jupitra. Kaj lahko ugotoviš o snovi, iz katere je ta luna? Svoje odgovore utemelji tudi z računi.

1. Iz Keplerjevega III. zakona lahko dobimo

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M_P + M_L)}{4\pi^2}$$

R_P, R_L, a

$$a = \left(\frac{G(M_P + M_L) \cdot P^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

- $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$
- $M_P = 1{,}4\, M_\odot = 1{,}4 \cdot 2 \cdot 10^{30}\ \text{kg}$
- $M_L = 14{,}5 \cdot 230 \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 10^{30}} \approx 10^{-2} M_\odot$
- $P = 0{,}03 \cdot 24 \cdot 3600 \approx \underline{2600\,s}$.

$$a \approx \left(\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{30} \cdot 2600^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

$$\approx \left(\frac{6{,}67 \cdot 1{,}4 \cdot 2{,}6^7}{4} \cdot 10^{24} \right)^{1/3}$$

$$\approx \underline{4 \cdot 10^8\ m}$$

$$v = \frac{2\pi a}{t} \doteq 10^6\ \frac{m}{s}$$

2. Objekta sta zanemarljivo skupaj (close), ker je kratka $\underline{P}$. Naj bo $R_{PULZAR} \approx 10^6\ m$.

$10^7\ m$.

$\ll a$.

3. Če je $R_L \approx a$, torej največji možen, bi bila

$$\rho_a = \frac{10^{-2} \cdot 10^{30} \cdot 2\ \mathrm{kg}}{4 \cdot (4 \cdot 10^8)^3} > 70 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3},$$

kar je velika gostota.

4. Ker je masa lune $M_L = 14\, M_j$, bi pričakovali, da gostote niso tako velike $\rho < 70\ \mathrm{kg/m^3}$.

5. V „našem" primeru lahko rečemo, da gre za ~~ioniz~~ ioniziran plin.

APPENDIX

Lahko dobimo ~~rotacijsko~~ hitrost PULZARJA.

$$M_P \cdot v_P = M_L \cdot v_L$$

$$v_P = \frac{M_L}{M_P} \cdot v_L = \frac{10^{-2}}{1{,}4} \cdot 10^6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\approx \underline{\underline{10^4 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}.$$

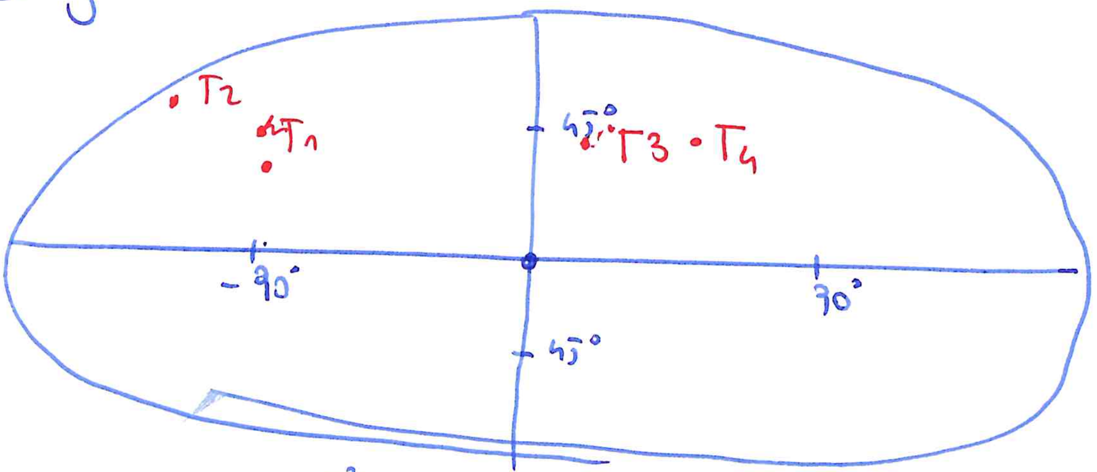
Sev je verjetno VODIK, HELIJ (zvezda $\ast$).

3. naloga

Gravitacijski teleskopi LIGO v Livingstonu (30° 33' severne zemljepisne širine, 90° 47' zahodne zemljepisne dolžine) in Hanfordu (46° 27' severne zemljepisne širine, 119° 25' zahodne zemljepisne dolžine) in VIRGO (43° 38' severne zemljepisne širine, 10° 30' vzhodne zemljepisne dolžine) so 31. decembra ob 22.00 uri po univerzalnem času zaznali gravitacijske valove. Časovna razlika v prihodu valov med tremi teleskopi ni bila večja od 3×10^{-3} sekunde. V času pol ure za tem je ruski observatorij RAN (43° 40' severne zemljepisne širine, 41° 26' vzhodne zemljepisne dolžine) beležil zasij v vidni svetlobi, katerega izvor je bil izbruh sevanja gama, ki je bil tudi izvor gravitacijskih valov. Izračunaj približne ekvatorialne koordinate izvora gravitacijskih valov.

T1 T2 T3 T4

(1.) Zemljevid:



(2.) DATA: $\Delta t = 3 \cdot 10^{-3}$ s.

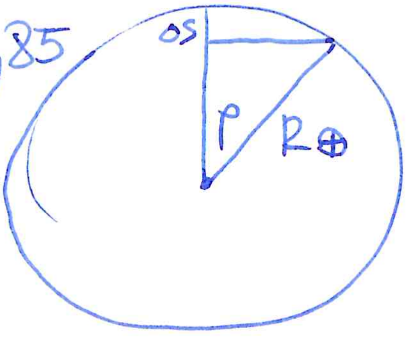
(3.) Gravitacijski valovi potujejo s svetlobno hitrostjo $c = 3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}$.

$$\Rightarrow \delta s = \Delta t \cdot c = 9 \cdot 10^{5} \, m \approx \underline{10^{6} \, m}.$$

(4.) Najbolj zanimiv je Hanford, ki je od ostalih najbolj oddaljen.

$\delta s = 9 \cdot 10^{5}$ km. Ustreza razliki v kotu $\Delta \varphi \approx$

$$\cos \varphi = \frac{R_\oplus - \delta s}{R_\oplus^{*}} \approx \frac{6{,}4 - 1}{6{,}4} \doteq 0{,}85$$



$$\varphi \approx \underline{30^\circ}.$$

Kev: $\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = 0{,}5$, $\cos 30^\circ \doteq 0{,}85 \Rightarrow \varphi =$

$^{*} R_\oplus \approx 6400$ km

(5.) Zato vzemimo povprečj najbolj vzhodega in najbolj zahodega: $\bar{\lambda} = \frac{\lambda_2 + \lambda_3}{2} \doteq \frac{-120{,}5 + 10.5}{2}$

$= -55^\circ$.

In ker so razlike

~ $\lambda_{1,2} \doteq 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ ✓

~ $\lambda_{1,3} = -90^\circ + 10^\circ = (-)80^\circ$.

Če odštejem $80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$ od T_1.

(6.) Koordinate so zato okoli

$$\alpha = -50^\circ \approx 20{:}21\,\mathrm{h} \quad \delta \approx 45^\circ$$

4. naloga

Ti,O

Astronomi so v spektru neke zvezde opazovali absorpcijsko spektralno črto titanovega oksida, ki ima laboratorijsko valovno dolžino 5170,7 Å (1 Å = 10^{-10} m). Valovna dolžina te spektralne črte v središču ploskvice zvezde je bila 5174,1 Å, na robu ploskvice na ekvatorju zvezde pa 5174,2 Å. Gostota zvezde je 0,7 g/cm^3. Oceni najmanjši možni izsev te zvezde.

D: $\lambda_0 = 51797\ \text{Å}$ $\quad \rho = 0{,}7\ \text{g/cm}^3 = 700\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\lambda_1 = 5174{,}1\ \text{Å}$

$\lambda_2 = 5174{,}2\ \text{Å}$

1. Radi bi dobili RADIALNO HITROST. Zato iz enačbe za ROEČI PREMIK: $[v \ll c]$:

$$v_1 = c \cdot \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0}\ ; \quad v_2 = c \cdot \frac{\lambda_2 - \lambda_0}{\lambda_0}\ .$$

Radialna hitrost je

$$v = v_1 - v_2 = \frac{c}{\lambda_0} \cdot (\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10^{-1}\ \cancel{\text{nm}}}{5170{,}7\ \cancel{\text{nm}}} \approx \underline{6 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

2. Keplerjev III. zakon, dobimo P (obhodni čas).

$$P = \left(\frac{4\pi^2}{G M} \cdot R^3\right)^{1/2} = \left(\frac{3 \cdot \pi}{G \cdot \rho}\right)^{1/2} = \left(\frac{3 \cdot \pi}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 700}\right)^{1/2} \doteq \left(2 \cdot 10^8\right)^{1/2} \approx \underline{1{,}4 \cdot 10^4\ \text{s}}$$

3. $$R = \frac{v \cdot t}{2\pi} = \frac{6 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}4 \cdot 10^4\ \text{s}}{2\pi} \approx \cancel{10} \ \underline{10^8\ \text{m}}.$$

4. MASA te zvezde je $M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \doteq 3 \cdot \underline{10^{27}\ \text{kg}}.$

Torej zelo majhna [small]. $\approx \underline{0{,}0015 M_\odot}$.

Velja ~~[illegible]~~: $L \propto M^{3.5}$, računamo navzdol.

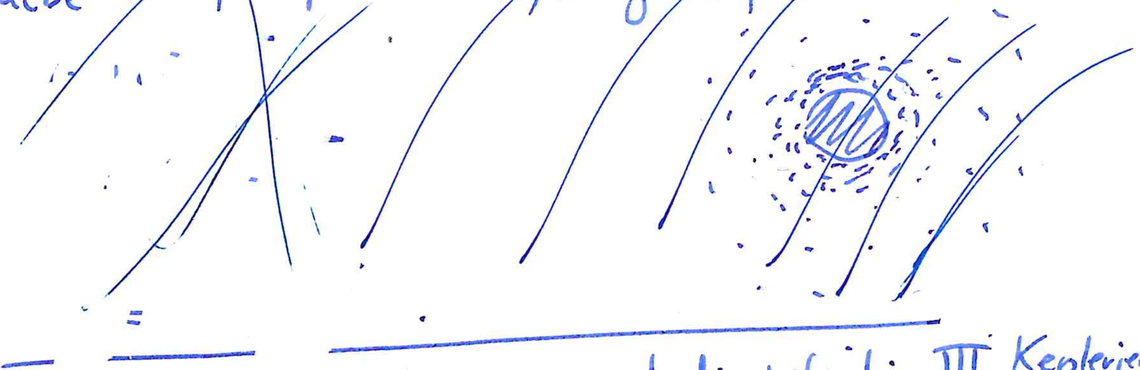
$$\frac{L}{L_\odot} \approx \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^3 \Rightarrow L \approx 3 \cdot 10^{-9} L_\odot$$

5. Ampak $M \ll M_\odot$, zato zgornja zveza ne velja dobro. Verjetno gre za BELO PRITLIKAVKO (white dwarf), ki ima majhen izsev $L \ll L_\odot$.

5. naloga

Protoplanetarni disk je zelo tanek disk snovi, ki kroži okoli mlade zvezde. Predpostavi, da je disk v termodinamičnem in hidrostatičnem ravnovesju in najdi odvisnost gostote snovi nad ravnino diska od oddaljenosti r od zvezde. Masa zvezde M, temperatura diska T in molska masa snovi μ so znane količine.

(1) Enačbe – ~~predpostavimo, da gre za plin~~



(2) Za drobec mase dm mora tudi veljati III Keplerjev zakon:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{GM}{4\pi^2}.$$

(3) Ampak tu imamo P, ~~ki nam ne~~ (time), ki nam ne koristi.

$\mu = \frac{m}{n}$;   m... masa snovi
n... molarnost snovi

$$\Rightarrow \rho = \frac{dm}{dV} = \frac{\mu \cdot dn}{dx \cdot dx \cdot 2\pi r} \quad (0).$$

(4) Po plinskem zakonu: $n = \frac{pV}{RT}$ (1)

$R = 8{,}31 \frac{kPa\,L}{mol\,K}$

(5) Vstavimo v (0).

$$\rho = \frac{\mu \cdot pV}{(dx)^2 \cdot 2\pi r\, RT} = \mu \cdot p$$

(6) ~~Prav pride tudi Gravitacijski Zakon:~~

$$\cancel{F_g = G\frac{Mm}{r^2}}$$

~~Re~~ Verjetno je treba rešiti DIFERENCIALNO ENAČBO, morda tudi kaj integrirati.

$$G\frac{\cancel{dm_1}M}{r^2} = \frac{v^2}{r}\cdot\cancel{dm}$$

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{\cancel{r}}$$

$$v = \sqrt{GM/r}$$

(for kinetic energy)