КРЯ-3

Задача 1.

Дано:

$T = 409$ сут,

$m_2 = 16^m$

$R_{1\,min\,2} = 5\cdot 10^2 R_\odot$

Найти:

v

Решение:

1) Т.к. температура звезды постоянна, то изменение звездной величины, а следовательно – изменение блеска зависит только от радиуса.

2) По формуле Погсона,

$\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 10^{0,4(\Delta m)}$ (т.к. освещенность пропорциональна площади, а площадь – квадрату радиуса)

$\frac{R_1}{R_2} = k = 10^{0,2\cdot\Delta m}$.

$k_{min} = 10^{0,2\cdot(16-5)} \approx 150$ (предельная зв. величина для глаза $= (5 \div 6)^m$

3) $v = \frac{\Delta R}{T} = \frac{R_{1\,min\,2}(1-\frac{1}{k})}{T}$

$= \frac{R_{1\,min\,2}(k-1)}{T}$

Найдем обе скорости:

$v_1 \approx 2\cdot 10^7$ км/сут

$v_2 \approx 1$ км/сут.

Вторая скорость, на мой взгляд, более правдоподобна, ведь $R_\odot = 7\cdot 10^5$ км

Ответ: 1 км/сут.

Задача 2. Крз-3

Дано:
$N = (2{,}5 \pm 0{,}5) \cdot 10^{29}$
$R = 764 \cdot 10^3$ м
$\rho = 1{,}24 \cdot 10^3$ кг/м^3

Найти:
p

Решение:

1) $p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S}$, где m - масса всех молекул (всей атмосферы),
g - ускорение свободного падения на Рее,
S - площадь Реи.

2) $m = \mu \frac{N}{N_A}$, где μ - молярная масса,
N - число молекул,
N_A - постоянная Авогадро

$g = \frac{GM}{R^2}$, где G - гравитационная постоянная,
M - масса объекта (Реи),
R - радиус объекта (Реи), тогда

$$p = \frac{\mu N G M}{N_A \cdot R^2 \cdot 4\pi R^2} = \frac{\mu N G M}{4\pi R^3 \cdot N_A \cdot R} = \frac{\mu N G M}{3V N_A R} =$$

$$= \frac{\rho \cdot \mu \cdot N \cdot G}{N_A \cdot R}$$, где ρ - плотность объекта (Реи).

$$p = \frac{1{,}24 \cdot 10^3 \cdot 0{,}29 \cdot (2{,}5 \pm 0{,}5) \cdot 10^{29} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}}{6 \cdot 10^{24} \cdot 764 \cdot 10^3} \approx 12 \cdot 10^{-10} \text{ Па}$$

Ответ: $(2 \div 3) \cdot 10^{-9}$ Па.

Задача 3: Кря-3

Дано:

$T = 112 \cdot 10^3$ год

$\Delta t_1 = 20$ год

~~$\Delta t_2 = 78^h$~~

Найти:

Решение:

1) 1 звездный год примерно равен 365,26 земных суток, то есть следующее прохождение перигелия, без учёта движения линии апсид, произойдёт на 0,26 суток позже предыдущего года.

2) За 1 зв. год точка перигелия смещается на

$\frac{360°}{112 \cdot 10^3 \text{ год}} \approx \left(\frac{1}{300}\right)^\circ$ (с хорошей точностью)

~~Земля Земля за пройдет $\frac{365,26}{300}$~~

Земля пройдёт этот угол за $\frac{365,26}{300°} \approx 1,5$ сут,

отсюда Земля проходит точку перигелия каждый год на 1,76 сут позже. ($1^d 18^h 14^m 24^s \approx 1^d 18{,}25^h$)

3) Найдем, когда было прохождение перигелия Землёй начиная с 2000 г.:

2000 2 января 4 часа $-1^d 18{,}25^h$

1999 31 дек 10 часов

⋮ $-1{,}76^d \cdot 208^y$

~~1792~~ 1791 1 января 12 часов

⋮

1582 почти новогодняя полночь.

Ответ: примерно в 1580 году.

Кря - 3

Задача 4.

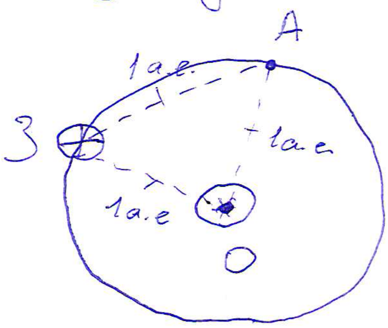
Дано:

Найти: Δm

Решение:

Известно, что фаза объекта определяется, как $\cos^2\frac{\varphi}{2}$, где φ - угол Солнце - объект - Земля.

2) Пренебрегая эксцентриситетом земной орбиты, изобразим положение астероида и Земли, относительно Солнца:



2.1.) ΔЗАО - равносторонний, а значит, $\angle$ЗАО $= 60°$ (по свойству р/с Δ)

2.2.) Вычислим фазу астероида для данного положения:

$$F = \cos^2\frac{\varphi}{2} = \cos^2\frac{60°}{2} = \frac{3}{4}.$$

3) Т.к. фаза - это отношение видимой и невидимой части объекта, то отношения блесков астероида в ~~пално~~ разных фазах будет отношение самих фаз (из условия).

4) $\Delta m = 2{,}5 \lg\frac{F_0}{F}$ (по формуле Погсона)

$$\Delta m = 2{,}5\lg\frac{4}{3} = 2{,}5\lg 2 + 2{,}5\lg 2 - 2{,}5\lg 3 \approx$$
$$\approx 2{,}5\cdot 0{,}6 - 2{,}5\cdot 0{,}31 \approx 0{,}74^m$$

Ответ: $0{,}^m74$

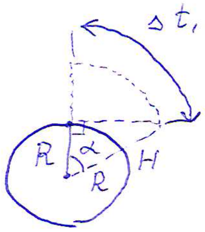
Задача 5: Кря-3.

Дано:
$H = 70$ км

Найти:
Δt,
v_0.

Решение:

1) Вычислим, через какое время Δt_1 корабль будет точно над модулем.



1.1.) Найдем период обращения корабля по III закону Кеплера.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(1740\cdot10^3)^3}{6{,}7\cdot10^{-4}\cdot7\cdot10^{22}}} \approx 6\cdot10^{13}\text{ с}$$

1.2.) $\Delta t_1 = T\cdot\frac{A\cos\alpha}{\cancel{360}\ 2\pi} = T\,\frac{A\cos\frac{R}{R+H}}{2\pi} \approx 5\cdot10^{12}$ с

($A\cos\alpha \approx 20°$)

2) Вычислим, через какое время Δt_2 модуль достигнет высоты корабля, двигаясь строго вверх:

$$\Delta t_2 = \frac{v_к - v_0}{a_{ср}}.$$

2.1.) Вычислим $a_{ср}$:

$$a_{ср} = \frac{a_{min} + a_{max}}{2} = \frac{\frac{GM}{R^2} + \frac{GM}{(R+H)^2}}{2} \approx$$

$$\approx \frac{1}{2}\frac{GM}{R^2}\left(\frac{2R+H}{2H+R}\right);\quad a_{ср} \approx \frac{GM}{R^2}\left(1+\frac{1}{4}\right) \approx 2{,}2\ м/с^2$$

2.2.) Для выхода на орбиту необходима скорость не меньше 1-ой космической, но по прибытии на орбиту допустимо отсутствие скорости, поэтому $\Delta t_2 = \sqrt{\frac{2H}{a_{ср}}}$

$\Delta t_2 \approx 250$ с, что несравнимо меньше Δt_1.

~~Ответ: $5\cdot10^{12}$ с~~

Задача 5 (продолжение) Кря-3

3) Зная, что модуль двигаясь строго вверх навстречу кораблю преодолевает свой путь несравнимо быстрее, чем корабль, можно сказать, что это оптимальная орбита (т.к. это кратчайшее расстояние для модуля)

4) Найдем начальную скорость модуля:

$v_0 = a_{cp} t$; $v_0 = 2{,}8 \cdot 250 \approx 520$ м/с

4.1.) Найдем 1-ую космическую скорость $v_к$:

$v_к = \sqrt{\frac{GM}{R}}$; $v_к = \sqrt{\frac{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 7 \cdot 10^{22}}{1740 \cdot 10^3}} \approx 600$ м/с

Начальная скорость модуля сравнима с круговой (с учётом погрешностей вычислений и отсутствие калькулятора). Значит модулю следует двигаться строго вверх через $(5 \div 4) \cdot 10^{2}$ с со скоростью $(5 \div 6) \cdot 10^2$ м/с.

Ответ: $\Delta t = (5 \div 4) \cdot 10^2$ с

$v_0 = (5 \div 6) \cdot 10^2$ м/с