Задача № 1 $T = 409$ суток. Заметим что раз при максимальном блеске, и только при нём данная звезда была видна, то её ~~максимальный блеск~~ звездная величина была $m_{max} = 6^m$ ~~E_{max}~~ $= 6^m$. ~~такой~~ При этом обозначим минимальный блеск E_{min} $m_{min} = 16^m$.

Заметим что если расстояние до центра звезды не менялось, то: $L = \sigma T^4 S$ - ~~константа~~.

$E = \frac{L}{4\pi R^2}$; R - расстояние до звезды.

$$\frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{L_{max}}{L_{min}} = 2{,}512^{m_{min} - m_{max}} = 2{,}512^{10}.$$

Из $L = \sigma T^4 S$, S - площадь звезды; $T = \text{const}$;

$$\frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{S_{max}}{S_{min}} = 10000.$$

$\frac{R_{max}}{R_{min}} = 100$. Таким образом если $5 \cdot 10^2 R_\odot$ ($R_\odot$ - радиус Солнца) принять как минимальный радиус, то $R_{max} = 5 \cdot 10^4 R_\odot \approx 35 \cdot 10^9$ км - таких звезд не бывает $\Rightarrow R_{max} = 5 \cdot 10^2 R_\odot$

$R_{min} = 5 R_\odot$; $\Delta R = 495 R_\odot$.

Задача № 1, 2

За $T = 409$ суток частицы оболочки звезды проходят $2\Delta R = 990 R_\odot$.

Скорость $V = \frac{2\Delta R}{T} = \frac{990 R_\odot}{409 сут} \approx 2{,}4 R_\odot/сут.$

$V = 2{,}4 \cdot 10^5 \cdot 7 км / 24ч = 2{,}4 \cdot 7 \cdot 10^8 / 24 \cdot 3600 м/с$

$V = \frac{16{,}8 \cdot 10^8}{10^4 \cdot 8{,}64} \approx 2 \cdot 10^4 м/с.$

Ответ: $2 \cdot 10^4 м/с$.

№ 2

Молярная масса кислорода $M = 32 г/моль$ (O_2).

Количество частиц: $(2{,}5 \pm 0{,}5) \cdot 10^{29} = N$.

~~Мол~~ Количество вещества в атмосфере Реи:

$\nu = AN$; $A = 6 \cdot 10^{-23} \frac{моль}{шт}$

Масса атмосферы: $m_a = M\nu$

Давление атмосферы равно:

$P = \frac{F}{S} = \frac{a\, m_a}{4\pi R^2}$; $R = 764 км$.

$a = \frac{GM}{R^2}$; M – масса Реи.

$P = \frac{GMm_a}{4\pi R^4} = \frac{G\rho \frac{4}{3}\pi R^3 m_a}{4\pi R^4}$; $\rho = 1{,}24 г/см^3$.

Задача №2

$$p = \frac{G \rho\, m a}{3R} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \rho m a}{3 \cdot R}.$$

~~R = 76400000 см.~~
~~ρ = 1,24 г/см³~~

$R = 764000$ м.

$$\rho = 1{,}24\ г/см^3 = \frac{\frac{1{,}24}{1000}\ кг}{1/1000000\ м^3} =$$

$= 1{,}24 \cdot 10^3$ кг/м³.

$$m a = M_J\, 2 = \frac{32 \cdot 6 \cdot 10^{-23} \cdot (2{,}5 \pm 0{,}5) \cdot 10^{29}}{1000}\ кг.$$

$$m a = \frac{192 \cdot 10^6}{10^3} \cdot (2{,}5 \pm 0{,}5)\ кг = 192 \cdot 10^3 \cdot (2{,}5 \pm 0{,}5).$$

$$p = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}24 \cdot 10^3 \cdot 192 \cdot 10^3 \cdot (2{,}5 \pm 0{,}5)}{3 \cdot 764000\ м} =$$

$$= \frac{6{,}67 \cdot 1{,}24 \cdot 1{,}92 \cdot (2{,}5 \pm 0{,}5)}{3 \cdot 7{,}64 \cdot 10^8} = \frac{35}{23 \cdot 10^8}\ Па =$$

$= 1{,}5 \cdot 10^{-8}$ Па.

Ответ: $1{,}5 \cdot 10^{-8}$ Па.

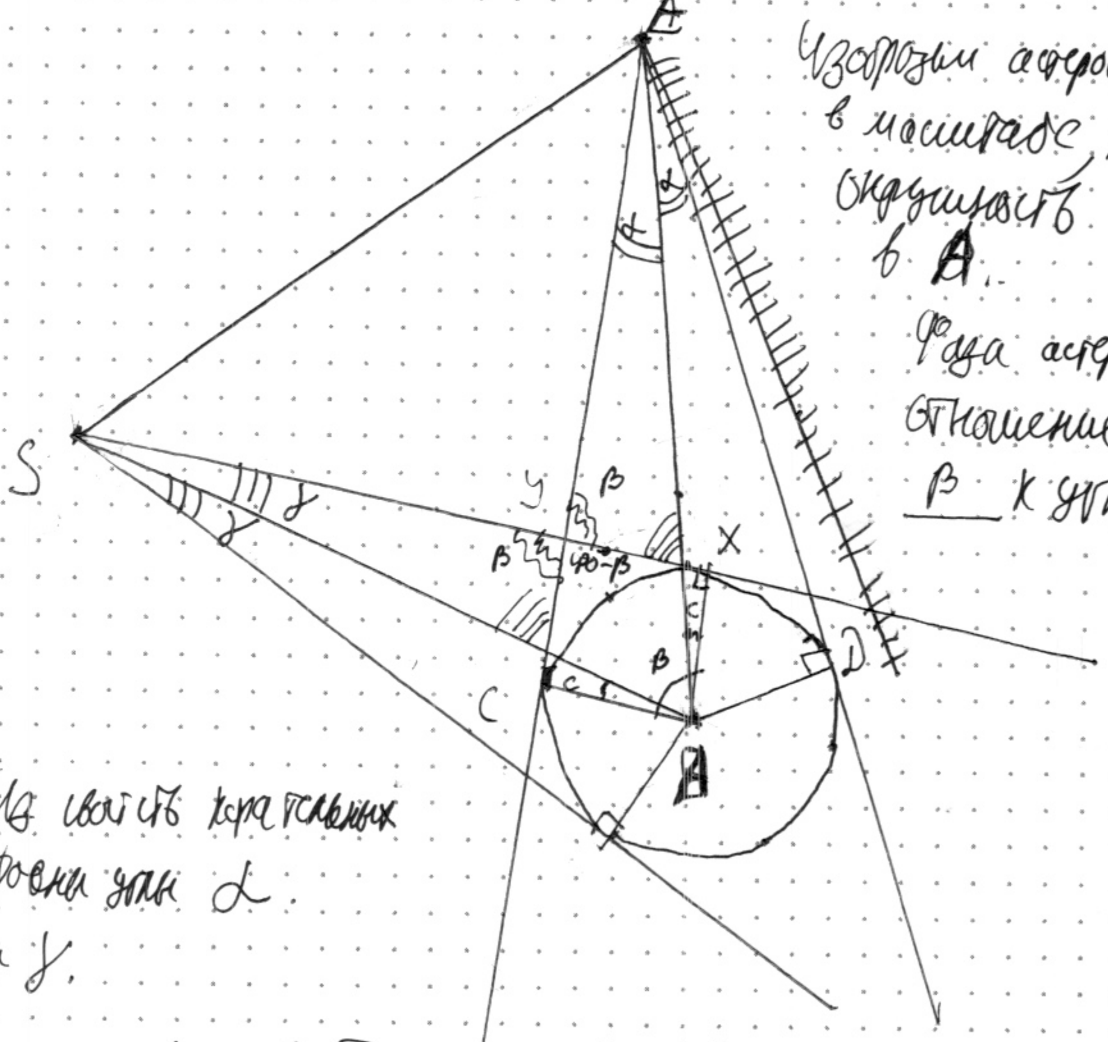
Задача № 4

Чертёж: Условные обозначения:
E – Земля. A – центр астероида
S – солнце.

SE = EA = AS = 1 ae.

Изобразим астероид не в масштабе, как окружность с центром в A.

Фаза астероида это отношение угла β к углу CAD.



Из свойств касательных равны углы α и γ.

Из свойств углов треугольников равны углы c, и c.

$\angle CYX = 180° - \beta \Rightarrow$ из $\triangle EYX$: $\beta + \alpha + 90° - c = 180°$

Угол $SAE = 60°$, так как $\triangle ASE$ – равносторонний.

То есть: $\beta = 60° + 2c \Rightarrow 60° + 2c - c + \alpha + 90° = 180°$.

$\angle CAD = 180° - 2\alpha = 180° - 2(30° - c) \Leftarrow c + \alpha = 30°$

Задача № 4

В итоге: $\beta = 60^\circ + 2c$.

$\angle CAD = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 2(30^\circ - c) =$
$= 180^\circ + 2c - 60^\circ = 120^\circ + 2c$.

Фаза астероида $\Phi = \frac{\beta}{\angle CAD} = \frac{60^\circ + 2c}{120^\circ + 2c} = \frac{30^\circ + c}{60^\circ + c}$

При малом угле α: ~~$\Phi \approx \frac{1}{2}$~~.

$$\Phi = \frac{30^\circ + (30^\circ - \alpha)}{60^\circ + (30^\circ - \alpha)} = \frac{60^\circ - \alpha}{90 - \alpha}$$

Угол α – незначительно мал, так как астероид на расстоянии в 1ае не может иметь особо большой угловой размер:

$\Phi \approx \frac{2}{3} \approx 0,6$.

Таким образом: $0,6 = 2,512^{m_a - m_в}$.

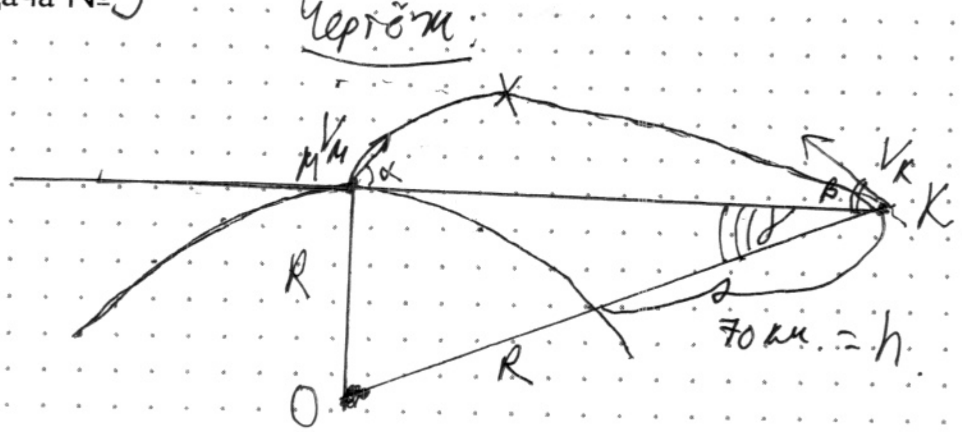
m_a – абсолютная зв. величина.
$m_в$ – видимая зв. величина.

$0,6 = 2,5^{\Delta m}$.

$\Delta m \approx \frac{1}{2}$. Ответ: на 0,5 зв. величин.

Задача №5

Чертёж:



Условные обозначения

$V_м$ - скорость начальная модуля

$V_к$ - скорость корабля. M - масса Луны.

R = 1700 км - радиус Луны. $M = 7 \cdot 10^{22}$ кг.

α - угол запуска модуля.

m - масса модуля.

1) По закону сохранения энергии для модуля:

$$\frac{mV_м^2}{2} = \frac{mV_{кон}^2}{2} + mah$$

Заметим что для минимальных затрат топлива достаточно дать такой начальный импульс модулю, чтобы он оказался точно на орбите корабля. То есть конечная скорость равна, $a = \frac{GM}{R^2}$ $V_{кон} = 0$.

$$V_м^2 = 2ah + V_{кон}^2 = 2ah.$$

$$V_м = \sqrt{2ah}$$

$\cancel{V_к = \sqrt{ah}}$

$\cancel{V_к = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}} = \sqrt{ah}$

~~То есть $V_м = \sqrt{2} V_к$~~

~~$M = 7 \cdot 10^{22}$ кг.~~

Задача № 5

6) Cl3 п. 5

$$MK^2 = ctg^2\alpha + 2\frac{63^2}{\sin^2\alpha} + 2\sqrt{2}\frac{ctg\alpha \cdot 63 V_M}{\sin\alpha}$$

$$MK^2 = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{2\cdot 63^2}{\sin^2\alpha} + 2\sqrt{2}\cdot 63 V_M \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$$

$$MK^2 = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \left(\frac{2\cdot 63^2 + 2\sqrt{2}\,63\cos\alpha V_M}{\sin^2\alpha}\right)$$

$$MK^2 = \frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{2\cdot 6569 \cdot 2\sqrt{2}\,63\cos\alpha V_M}{1-\cos^2\alpha}.$$

7)
$$1-\cos^2\alpha = a$$
$$\cos\alpha = b.$$

$$MK^2 = \frac{a}{b^2} + \frac{13000 + 3\cdot 63\, b V_M}{a}$$

$$MK^2 = R^2 - R^2 + h^2 + 2Rh = h^2 + 2Rh = 4900 + 140\cdot 1700 =$$

$$= 4900 + 14\cdot 17\cdot 10^3 = 4900 + 238\,000 = 242\,900 \text{ км}$$

$$189\cdot V_M = 189\cdot 0,069 = 13,29 \approx 13.$$

$$242900 = \frac{a}{b^2} + \frac{13000 + 13b}{a}$$

$13b$ – мало в ~~сравн~~ сравнении с 13000.

$$242900 = \frac{a}{b^2} + \frac{13000}{a}$$

$$242900a = \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 13000.$$

Задача № 5

2) Из п.1 $V_M = \sqrt{2ah}$

$\cancel{V_K = \frac{V_M}{\sqrt{2}}}$.

$$V_M = \sqrt{\frac{2GMh}{R^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 7 \cdot 10^{22} \cdot 70000\,м}{(1700 \cdot 10^3\,м)^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{13{,}2 \cdot 7 \cdot 10^{11} \cdot 10^4}{1{,}7^2 \cdot 10^{12}}} = \sqrt{\frac{13{,}2 \cdot 10^{15}}{2{,}89 \cdot 10^{12}}} =$$

$$= \sqrt{4{,}5 \cdot 10^3} = \cancel{2{,}15} \; 10 \cdot \sqrt{45} = 30\sqrt{5} \approx 2{,}3 \cdot 30 =$$

$= 69$ м/с.

3) $V_K \approx \sqrt{2}\, V_M$ учитывая что h-малая. $\frac{h}{R} \approx \frac{7}{170} \approx 0{,}04$.

4) $\sin\gamma = \frac{1700}{1770} = \frac{17}{17{,}7} \Rightarrow \gamma \approx 80° \Rightarrow \beta = 10°$,

$\cos\beta \approx 0{,}9$.

5) $MK = V_M \cos\alpha \cdot t + V_K \cos\beta\, t = \sqrt{(R+h)^2 - R^2}$

t - время полёта.

$V_M \sin\alpha \cdot t = 70$ км $\Rightarrow t = \frac{70}{V_M \sin\alpha}$

$$MK = \operatorname{ctg}\alpha + \frac{V_K \cos\beta\, 70}{V_M \sin\alpha}$$

$$MK = \operatorname{ctg}\alpha + \sqrt{2}\left(\frac{63 V_M}{\sin\alpha}\right)$$

Задача № 5

$t = \frac{70000}{69 \cdot \sin\alpha}$

Оценивая что α очень близок к 0°, оценка по времени составляет:

$\frac{70000}{69 \cdot 0{,}0001} \approx \frac{10^7}{10^4} \approx 10^3$ секунд

$t \approx 10^3$ секунд.

Ответ: $V = 69$ м/с
$\alpha \approx 0^\circ$
$t \approx 10^3$ секунд

$$242900\, a - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 13000.$$

$$242900 a b^2 - a^2 = 13000 b^2$$

$$242900 a b^2 - 13000 b^2 = a^2$$

$$\cancel{b^2(242900\,a - 13000) = a^2}$$

$$a^2 - 242900 a b^2 + 13000 b^2 = 0$$

$$D = (243 \cdot 10^3 b)^2 - 4 \cdot 13000 b^2 =$$

$$= 243^2 \cdot 10^6 b^2 - 52 \cdot 10^3 b^2 \approx 243^2 \cdot 10^6 b^2$$

$$\approx 62500 \cdot 10^6 b^2$$

$$\sqrt{D} = 10^3 \cdot 250 b$$

$$a = \frac{243 \cdot 10^3 b^2 \pm 250 \cdot 10^3 b}{2} \approx$$

$$\approx 125 \cdot 10^3 \left(\frac{b^2 \pm b}{2}\right)$$

$$1 - \cos^2\alpha = 125 \cdot 10^3 \left(\frac{\cos^2\alpha \pm \cos\alpha}{2}\right)$$

$\cos\alpha = 1$ – подходит $\Rightarrow$ $\alpha \approx 0^\circ$.

Угловая погрешность $\alpha = 0{,}0001$ радиан

Или очень к нему близок чуть больше его $\Rightarrow$ $\alpha \approx 0{,}0001$ рад

$\alpha \approx 0{,}006^\circ$.

Задача №3

~~Для того чтобы перегелий орбиты земли был пройден в полночь по местному времени, линия апсид должна сместится на $\frac{2}{365}\cdot 180^\circ \approx 1^\circ$.~~

~~От периода обращения это $\frac{1}{360}$. Значит:~~

~~$T = \frac{112\cdot 10^3}{360}$ лет $= 0,3\cdot 10^3$ лет $= 3\cdot 10^2$ лет~~

~~То есть приблизительно 300 лет назад~~

~~Более точная оценка: до 0:00 часов 1 января от 4:00 2-ого января 28 часов. То есть оси нужно: повернуться на~~

~~$\frac{28 \text{ часов}}{365 \text{ст} + 7 \text{ часов}} \cdot 20$ лет,~~

~~$= \frac{28\cdot 20}{79 \text{ часов}} = \frac{560}{79}$ лет~~

~~Более точная~~ Оценка: до 1 января, полночи 28 часов. То есть оси нужно повернуться на угол: $\frac{28ч}{365 сут}\cdot 180^\circ = \frac{28}{365\cdot 24}\cdot 180 =$

$= 1,2\cdot\frac{180}{365} = \frac{1,2^\circ}{2} \approx 0,6^\circ$.

Задача № 3

На это у нее уйдет время:

$$\frac{0{,}6^\circ}{\cancel{180^\circ}\ 360^\circ} \cdot 112 \cdot 10^3 \text{ лет} = \frac{0{,}6 \cdot 112 \cdot 10^3}{360} \text{ лет} =$$

$$= \frac{672 \cdot 10^2}{360} \text{ лет} = \cancel{0{,}18 \cdot 10^2 \text{ лет} \approx 1} \; 1{,}08 \cdot 10^2 \text{ лет} = 108 \text{ лет}.$$

То есть если сейчас 2020 год, то последний год в котором время прохождения перигелия Землей совпала с новогодней полностью это: 2020 − 108 = 1912 год

Ответ: 1912 год