№1

Дано:
v - ?
$T = 409$ сут
$m' = 16^m$
$R_0 = 500 R_\odot$

1) так как по условию, в максимуме блеска звезда видна невооруженным глазом, то $m_{max} = 6^m$ (видна на пределе видимости)

2) Поскольку звезда не обозначена буквой греческого алфавита то можно предположить, что в максимуме блеска её звездная величина не более $m_{min} = 4^m$

То есть $m \in [4; 6]$

3) Так как на рассматриваемом промежутке времени, расстояние до звезды не изменилось, то так как $m = M - 5 + 5\lg(r)$, то есть $m = M + k$, где $k = const$, значит изменение относительной звездной величины равно изменению абсолютной: $\Delta m = m' - m = (M' + k) - (M + k) = M' - M = \Delta M$

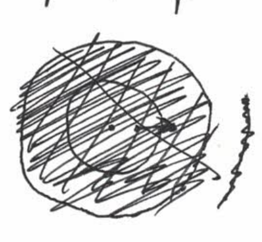
4) Поскольку во время пульсаций температура звезды постоянна, то

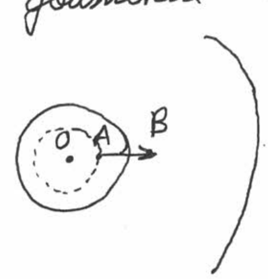
$$\frac{L'}{L} = \frac{4\pi R'^2 \cdot \sigma T^4}{4\pi R^2 \cdot \sigma T^4} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 = 10^{0,4 \cdot \Delta M} = 10^{0,4\Delta m} \longrightarrow R' = 10^{0,2\Delta m} \cdot R$$

5) Поскольку нам не сказанно, минимальный или максимальный радиус звезды равен R_0, то рассмотрим два варианта:

1. $R = R_0$
2. $R' = R_0$

6) Для того чтобы найти среднюю скорость движения вещества, рассмотрим равномерное движение слоя на расстоянии $\frac{R}{2}$ и $\frac{R'}{2}$ от центра





$OA = \frac{R}{2}$

$OB = \frac{R'}{2}$

Тогда перемещение всех точек этого слоя будет равно $S=AB=BO-AO=\frac{R'-R}{2}=v\cdot t$, где $t=\frac{T}{2}$

$$\frac{R'-R}{2}=v\cdot\frac{T}{2} \rightarrow v=\frac{R'-R}{T}$$

1. если $R=R_0$, $R=\frac{R'}{10^{0,2\Delta m}}$

$$v=\frac{R\cdot10^{0,2\Delta m}-R}{T}=\frac{R_0(10^{0,2\Delta m}-1)}{T}=\frac{R_0}{T}\left(10^{0,2\Delta m}-1\right)$$

2. если $R'=R_0$, $R'=R\cdot10^{0,2\Delta m}$

$$v=\frac{R'-\frac{R'}{10^{0,2\Delta m}}}{T}=\frac{R_0}{T}\left(1-\frac{1}{10^{0,2\Delta m}}\right)$$

7) В обоих случаях, чем больше Δm, тем больше v, соответственно

$$v_{min} \leftrightarrow \Delta m_{min}=m'-m_{max}=16^m-6^m=10^m$$

$$v_{max} \leftrightarrow \Delta m_{max}=m'-m_{min}=16^m-4^m=12^m$$

8) $\frac{R_0}{T}=\frac{500R_\odot}{T}$, где $R_\odot\approx7\cdot10^5$ км $=7\cdot10^8$ м

$T=409$ сут $=409\cdot24\cdot3600$ с

$$\frac{R_0}{T}=\frac{500\cdot7\cdot10^8\text{ м}}{409\cdot24\cdot3600\text{ с}}=\frac{35\cdot10^{10}\text{ м}}{3,6\cdot10^3\cdot4,09\cdot10^2\cdot2,4\cdot10}=\frac{35\cdot10^4\text{ м}}{36\cdot4,09\cdot2,4\text{ с}}\approx\frac{10^4}{10}\frac{\text{м}}{\text{с}}=10^3\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

9) 1. $v_{min}=10^3\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\left(10^{0,2\cdot10}-1\right)=10^3\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot99=99\frac{\text{км}}{\text{с}}$

$$v_{max}=10^3\frac{\text{м}}{\text{с}}\left(10^{0,2\cdot12}-1\right)\approx10^3\frac{\text{м}}{\text{с}}\left(100\cdot2,5^2-1\right)=624\cdot10^3\frac{\text{м}}{\text{с}}=624\frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Скорости, лежащие в этом диапазоне, соответствуют скоростям звезд в галактике, соответственно это явно больше первой космической скорости на поверхности звезды, и газ после первой же пульсации покинул притяжение звезды, что не соответствует реальности. Значит такой случай невозможен.

2. $v_{min} = 10^3\frac{м}{с}\left(1-\frac{1}{10^{0,2\cdot10}}\right) = 10^3\frac{м}{с}(1-0,01) = 990\frac{м}{с}$

$v_{max} = 10^3\frac{м}{с}\left(1-\frac{1}{10^{0,2\cdot12}}\right) = 10^3\frac{м}{с}\left(\frac{625-1}{625}\right) = 10^3\frac{м}{с}\cdot\frac{624}{625} = 10^3\frac{м}{с}\left(1-\frac{1}{625}\right) =$

$= (1-0,0016)\,10^3\frac{м}{с} = 999,84\frac{м}{с}$

Ответ: $v \in \left[990\frac{м}{с};\ 999,84\frac{м}{с}\right]$

№2.

Дано:
p - ?

$N=(2,5\pm0,5)\cdot10^{29}$
$\rho = 1,24\frac{г}{см^3}$
$R = 764$ км
$m_0 = 1,7\cdot10^{-27}\cdot16$ кг
$G = 6,7\cdot10^{-11}\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}$

1) Поскольку радиус планеты достаточно большой по сравнению с высотой атмосферы планеты, то можно пренебречь изменением ускорения свободного падения с высотой. Тогда:

$g = \frac{GM_p}{R^2}$, где $M_p = \rho\cdot V_p = \frac{4}{3}\pi R^3\cdot\rho$

2) Давление атмосферы на поверхность планеты можно найти как:

$p = \frac{m_A g}{S_p}$, где $S_p = 4\pi R^2$, $m_A = m_0\cdot N$

$$p = \frac{m_0\cdot N\cdot G\cdot\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3}{R^2\cdot4\pi R^2} = \frac{m_0\cdot N\cdot G\cdot\rho}{3R} = \frac{6,7\cdot10^{-11}\cdot1,7\cdot16\cdot10^{-27}\cdot2,5\cdot10^{29}\cdot10^{3}\cdot1,24}{3\cdot764\cdot10^3} =$$

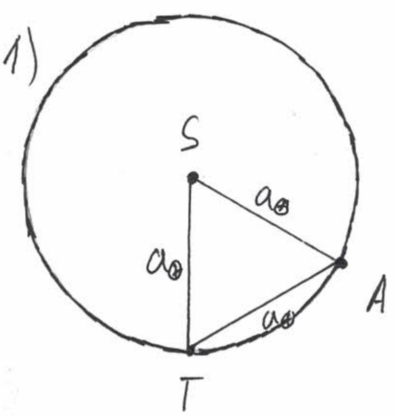
$$= \frac{6,7\cdot1,7\cdot1,6\cdot2,5\cdot1,24}{3\cdot7,64}\cdot10^{-10} \approx 3\cdot10^{-10}\ Па$$

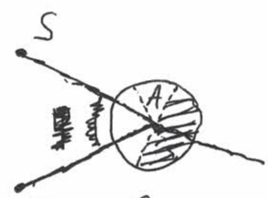
Ответ: $p = 3\cdot10^{-10}$ Па

№4.

Дано:
Δm - ?

1)





рассмотрим конфигурацию астероида

В данном расположении, фазовый угол ~~[illegible]~~

будет равен $\psi = 180° - \angle SAT = 180° - 60° = 120°$

($\angle SAT = 60°$ т.к. ΔSAT - равносторонний)

2) Тогда фаза астероида будет равна

$$\Phi_{от} = \frac{1-\cos\psi}{2} = \frac{1-\cos 120°}{2} = \frac{1+\frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

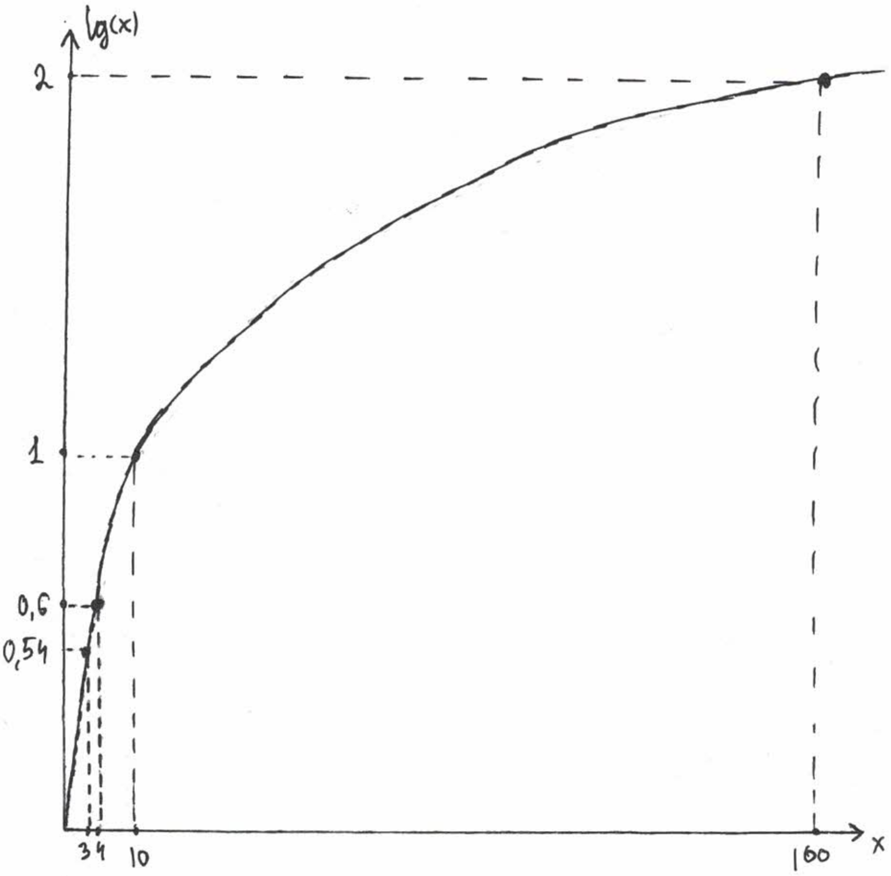
3) Поскольку освещенная площадь объекта равна:

$S = S_0 \cdot \Phi_{от}$, а блеск объекта (по условию) пропорционален освещенной площади, то:

$$\frac{I_{аб}}{I_{от}} = \frac{S_0 \cdot \Phi_{аб}}{S_0 \cdot \Phi_{от}} = \frac{\Phi_{аб}}{\Phi_{от}} = 10^{0,4 \cdot \Delta m}$$, где $\Phi_{аб} = 1$ (по определению)

$$\lg\left(\frac{\Phi_{аб}}{\Phi_{от}}\right) = 0,4 \cdot \Delta m$$

$$\Delta m = 2,5 \cdot \lg\left(\frac{1}{\frac{3}{4}}\right) = 2,5 \lg\left(\frac{4}{3}\right) = 2,5(\lg(4) - \lg(3))$$



$\lg(4) \approx 0,6$

$\lg(3) \approx 0,54$

$\Downarrow$

$\Delta m = 2,5(0,6 - 0,54) = 0,15^m$

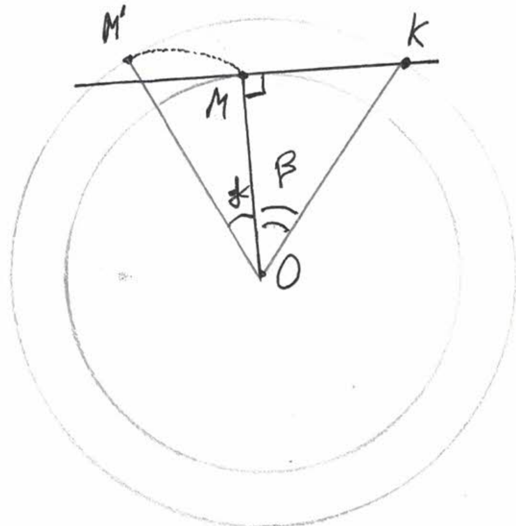
Ответ: $\Delta m = 0,15^m$

№ 5.

Дано:
$v, \alpha, \Delta t - ?$

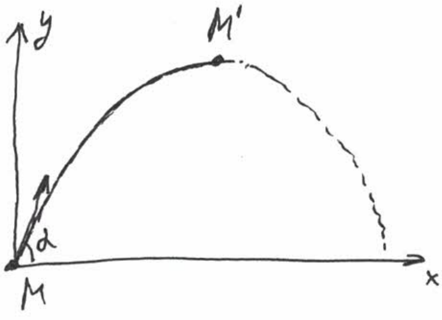
$h = 70$ км
$R_л \approx 1700$ км
$M_л = 6 \cdot 10^{24} \cdot \frac{1}{81}$

1)



Первое условие для стыковки корабля и модуля - равные скорости соответственно, конечная скорость модуля должна быть равна первой космической скорости для Луны, и направленна паралельно поверхности, сонаправленно скорости аппарата

2)



соответственно, аппарат должен переместиться в некую точку M', запущенный под углом к горизонту α сонаправленно движению аппарата.

$$v_x = v \cdot \cos\alpha = v_{Ik}$$

$$v_y = v \cdot \sin\alpha - gt$$

второе условие - минимальный расход топлива, будет выполнятся в случае, если точка M' будет максимальной точкой подъема модуля. Тогда, можно записать соотношение между высотой подъема и скоростью:

$$h = t \cdot v \cdot \sin\alpha - g\frac{t^2}{2} \quad ; \quad v \cdot \sin\alpha - gt = 0 \rightarrow t = \frac{v \cdot \sin\alpha}{g}$$

$$h = \frac{v^2 \cdot \sin^2\alpha}{g} - \frac{v^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} = \frac{v^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} \longrightarrow v \cdot \sin\alpha = \sqrt{2gh} \quad , \text{где } v = \frac{v_{Ik}}{\cos\alpha}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot v_{Ik} = \sqrt{2gh} \longrightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{2gh}}{v_{Ik}} \quad ; \text{где } g = \frac{GM_л}{R^2}, \; v_{Ik} = \sqrt{\frac{GM_л}{R}}$$

Сам – 6

$$tg\alpha = \sqrt{\frac{2\cdot\frac{GM_Л}{R^2}\cdot h}{\frac{GM_Л}{R}}} = \sqrt{2\frac{h}{R}} = \sqrt{\frac{2\cdot 70}{1700}} = \sqrt{\frac{140}{1700}} = \sqrt{\frac{14}{170}} = \sqrt{\frac{7}{85}} \approx 0{,}38 \approx 0{,}4 \approx \alpha \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \alpha \approx 0{,}4 рад \approx 24^\circ$$

$$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \rightarrow \cos\alpha = \frac{+1}{\sqrt{tg^2\alpha+1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{7}{85}+\frac{85}{85}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{92}{85}}} = \sqrt{\frac{85}{92}} \approx 0{,}96$$

3) $$v = \frac{v_{IK}}{\cos\alpha} = \sqrt{\frac{GM_Л}{R_Л\cdot\cos^2\alpha}} = \sqrt{\frac{6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot\frac{6}{81}\cdot 10^{24}}{1700\cdot 10^3\cdot\frac{85}{92}}} \approx \sqrt{\frac{10^{13}\cdot 6{,}7\cdot 6\cdot 92}{1{,}7\cdot 10^6\cdot 85}} = \sqrt{\frac{10^7\cdot 6{,}7\cdot 6\cdot 92}{1{,}7\cdot 85}} =$$

$$\approx \sqrt{10^8\cdot 2} = 1{,}4\cdot 10^4\,\frac{м}{с} = 14\,\frac{км}{с}$$

4) $$t = \frac{v\cdot\sin\alpha}{g}$$

$$t = \frac{v_{IK}\cdot tg\alpha}{g} = \frac{\sqrt{\frac{GM_Л}{R}}\cdot tg\alpha}{\frac{GM_Л}{R^2}} = \sqrt{\frac{R^3}{GM_Л}}\cdot tg\alpha = \sqrt{\frac{1{,}7^3(10^6)^3}{6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot\frac{6}{81}\cdot 10^{24}}}\cdot tg\alpha = \sqrt{\frac{1{,}7^3\cdot 10^5\cdot 81}{6{,}7\cdot 6}}\cdot tg\alpha =$$

$$= \sqrt{10^5\cdot 8} \approx 0{,}8\cdot 10^3\cdot tg\alpha = 800\cdot 0{,}4 = 80\cdot 4 = 320 с$$

5) $$L = v_x\cdot t = v\cdot\cos\alpha\cdot t = v_{IK}\cdot t$$

$$\gamma = \frac{L}{R} = \frac{v_{IK}\cdot t}{R}$$

6) Поскольку аппарат летит с постоянной скоростью по круговой орбите со скоростью v_{IK}, и взлетающий модуль по касательной так же двигается со скоростью v_{IK}, то взлететь модуль должен ровно в тот момент когда аппарат пройдет точку зенита.

7) Соответственно, время ожидания – это время пока аппарат поднимется от горизонта до зенита

$$\Delta t = \frac{\beta}{\omega}, \text{ где } \cos\beta = \frac{R}{R+h} = \frac{170}{177}, \quad \omega = \frac{v_{IK}}{R}$$

$$\sin\beta = \sqrt{\frac{177^2-170^2}{177^2}} \approx \frac{1}{90} = 0{,}01$$

$$\Delta t = \frac{\beta\cdot R}{v_{IK}} \approx \frac{\sin\beta\cdot R}{v} = \frac{1700\cdot 0{,}01\,км}{14\,\frac{км}{с}} = \frac{17}{14}с \approx 1{,}2\,с$$

Ответ: $v = 14\,\frac{км}{с}$, $\alpha = 24^\circ$, $\Delta t = 1{,}2\,с$

6 из 6