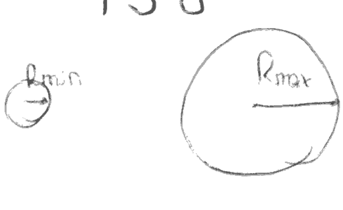
158



1. $R_\odot = 700000$ км. Если в максимуме блеска звезда видна невооружённым глазом, а в другие моменты не видна, то её звёздная величина в максимуме равна 6^m. $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, $T = const$ по условию. $E = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi r^2} = \frac{R^2}{r^2}\sigma T^4$.

$$\frac{E_{max}}{E_{min}} = 10^{0,4(m_{min} - m_{max})} \Leftrightarrow \frac{\frac{R_{max}^2}{r^2}\cancel{\sigma T^4}}{\frac{R_{min}^2}{r^2}\cancel{\sigma T^4}} = 10^{0,4(16^m - 6^m)} \Leftrightarrow \frac{R_{max}^2}{R_{min}^2} = 10^{0,4\cdot 10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{R_{max}^2}{R_{min}^2} = 10^4 \Leftrightarrow \frac{R_{max}}{R_{min}} = 10^2 = 100.$$

$R_{max} = 100 R_{min}$. По условию, один из этих радиусов равен ~~$5R_\odot$~~ $500 R_\odot$. Т.к. период равен 409 сут, то звезда увеличивается за $204,5\ сут = \frac{409\ сут}{2}$.

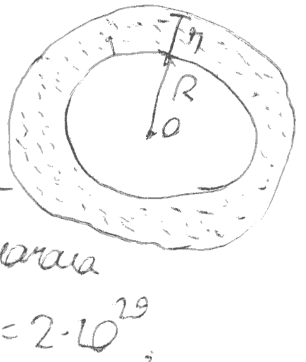
Если $R_{max} = 500 R_\odot$, то $R_{min} = 5R_\odot$

$$\bar{v} = \frac{R_{max} - R_{min}}{\Delta t} = \frac{500R_\odot - 5R_\odot}{204,5\ сут} = \frac{495 R_\odot}{204,5\ сут} = \frac{495 \cdot 700000\ км}{204,5 \cdot 86400\ с} \approx 19,7\ \frac{км}{с}$$

Если $R_{min} = 500 R_\odot$, то $R_{max} = 50000 R_\odot$

$$\bar{v} = \frac{R_{max} - R_{min}}{\Delta t} = \frac{50000 R_\odot - 500 R_\odot}{\Delta t} = \left(\frac{500R_\odot - 5R_\odot}{204,5\ сут}\right)\cdot 100 \approx 1970\ \frac{км}{с}$$

Ответ: $19,7\ \frac{км}{с}$ или $1970\ \frac{км}{с}$



2. Допустим, что атмосфера равномерна. Тогда вокруг планеты образуется слой кислорода толщиной h. ~~$\nu = \frac{N}{N_A}$~~ Подсчитаем сначала давление для низкого порога точности: $N = 2\cdot 10^{29}$

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{2\cdot 10^{29}}{6,02\cdot 10^{23}\ моль^{-1}} = \frac{10^6}{3,01} \approx 3,32\cdot 10^5\ моль \qquad \rho = 1,24\ \frac{г}{см^3} = 1240\ \frac{кг}{м^3}$$

$$M_A = \nu\mu = 3,32\cdot 10^5\ моль \cdot 0,032\ \frac{кг}{моль} = 1,06\cdot 10^4\ кг$$

Масса атмосферы мала, поэтому её равномерный слой будет тонкий, и его толщиной можно пренебречь.

$$p = \frac{F}{S} = \frac{M_A g}{S} = \frac{G M_A M}{R^2 S} = \frac{G M_A \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R^2 \cdot 4\pi R^2} = \frac{G M_A \rho}{3R} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\ \frac{Н\cdot м^2}{кг^2} \cdot 1,06\cdot 10^4\ кг \cdot 1240\ \frac{кг}{м^3}}{3\cdot 764000\ м}$$

$$\approx \frac{1{,}31\cdot 6{,}67\cdot 10^{-9}}{3\cdot 7{,}64} \approx \frac{8{,}74\cdot 10^{-9}}{22{,}9} \approx 0{,}381\cdot 10^{-9}\ \text{Па}.$$

Если $N = 3\cdot 10^{29}$, то $\nu = \frac{3\cdot 10^{29}}{6{,}02\cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = \frac{3\cdot 10^{6}}{6{,}02} \approx 4{,}98\cdot 10^{5}$ моль

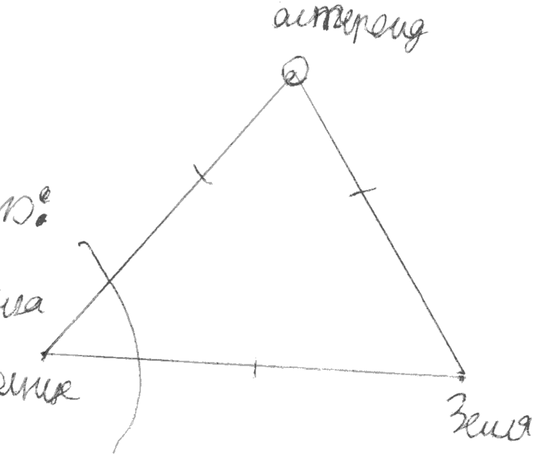
$M_A = \mu\nu = 0{,}032\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}\cdot 4{,}98\cdot 10^{5}\ \text{моль} \approx 1{,}59\cdot 10^{4}$ кг

$$P = \frac{\rho G M_A}{3R_A} = \frac{1{,}29\cdot 10^{3}\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}\cdot 1{,}59\cdot 10^{9}\ \text{кг}}{3\cdot 7{,}64\cdot 10^{5}} \approx \frac{2{,}08\cdot 6{,}67\cdot 10^{-9}}{22{,}9} \approx$$

$$\approx \frac{13{,}9\cdot 10^{-9}}{22{,}9} \approx 0{,}61\cdot 10^{-9}\ \text{Па}$$

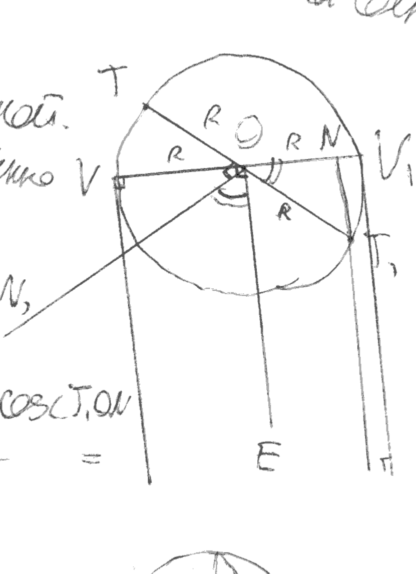
За итоговую оценку давления берём среднее значение: $\overline{P} = \frac{0{,}61\cdot 10^{-9}\ \text{Па} + 0{,}38\cdot 10^{-9}\ \text{Па}}{2} = 0{,}985\cdot 10^{-9}$ Па

Ответ: $0{,}985\cdot 10^{-9}$ Па



4. Рассмотрим данную конфигурацию:
Т.к. расстояния от астероида до Солнца и Земли равны 1 а.е., то ~~звёзд~~ соотношение звёздных величин зависит только от площади освещённой части диска. Расстояние от Солнца до Земли тоже равно 1 а.е., поэтому треугольник „Солнце-Земля-астероид" правильный, и угол между направлениями на Солнце и Землю равен 60°.

Рассмотрим сечение астероида эклиптикой.



$\angle SOE = 60°$ по доказанному выше.
$\angle V_1OT_1 = \angle SOE$, т.к. ~~они~~ их стороны соответственно перпендикулярны.

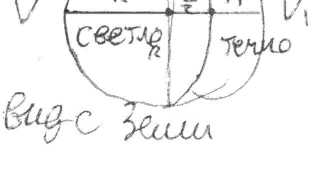
Рассмотрим астероид с Земли. T_1 проецируется в N, и $ON = \cancel{\angle T_1ON}\ OT_1 \cos\angle T_1ON = R\cos\angle T_1ON$

Найдём фазу астероида. $\Phi = \frac{S_{осв}}{S} = \frac{\frac{\pi R^2}{2} + \frac{\pi R\cdot R\cos\angle T_1ON}{2}}{\pi R^2} =$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{\cos\angle T_1ON}{2}}{1} = \frac{1+\cos\angle T_1ON}{2} = \frac{1+\frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}.$$

$M - m = -2{,}5\lg\frac{S}{S_{осв}} \Leftrightarrow m - M = -2{,}5\lg\frac{S_{осв}}{S} =$

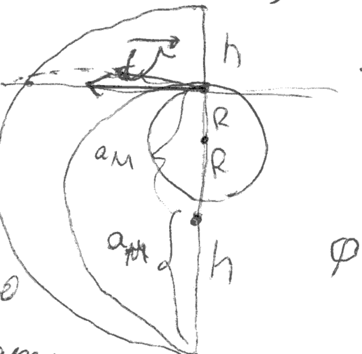
$= -2{,}5\lg\Phi = -2{,}5\lg\frac{3}{4} = m - M$

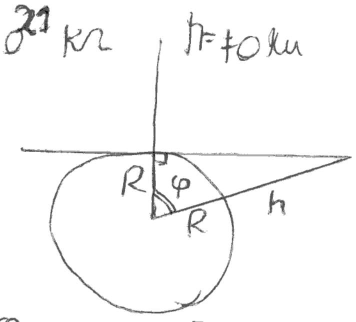


Ответ: ~~абсолютная~~ абсолютная звёздная величина меньше на $-2{,}5\lg\frac{3}{4}$. $\Delta m = -2{,}5\lg\frac{3}{4}$

5. ~~$R_{\text{☾}} = 1750$ км~~, $R_{\text{☾}} = 1783$ км, $M_{\text{☾}} = 8{,}6\cdot10^{21}$ кг $h = 70$ км

Самая экономичная траектория — гомановская. Для того, чтобы корабли оказались одновременно в точке соприкосновения орбит, надо подождать. Корабль должен взлетать в направлении точки горизонта, в которой главный корабль скроется за горизонтом.





$\varphi = \arccos\frac{R}{R+h} = \frac{1783}{1853}$
$= \arccos\frac{1783}{1853}$

$v_к = \sqrt{G\frac{M}{R+h}} = \frac{2\pi(R+h)}{T} = \sqrt{G\frac{M}{R+h}} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi\sqrt{(R+h)^3}}{\sqrt{GM}}$ — период главного корабля

$T = \frac{2\pi\cdot\sqrt{(1783^3\,км^3 + 70^3\,км^3)}}{\sqrt{6{,}67\cdot10^{-11}\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}\cdot 8{,}6\cdot10^{21}\,кг}} \approx \frac{6{,}28\cdot\sqrt{1853^3\cdot10^9\,м^3}}{\sqrt{6{,}67\cdot8{,}6\cdot10^{10}}} = \frac{6{,}28\cdot\sqrt{1{,}853^3\cdot10^{18}}}{\sqrt{6{,}67\cdot8{,}6\cdot10^{10}}}$

$\approx \frac{6{,}28\cdot\sqrt{3{,}93}}{\sqrt{57{,}4}}\cdot10^4 \approx \frac{6{,}28\cdot1{,}8\cdot10^4}{7{,}5} \approx \frac{11{,}3\cdot10^4}{7{,}5} \approx$ ~~1,5 1570~~ $1{,}57\cdot10^4 = 15700$ с.

$a_{БК} = 1853$ км, $a_м = \frac{2R+h}{2} = 1818$ км. По III закону Кеплера:

$\frac{T_{БК}^2}{T_м^2} = \frac{a_{БК}^3}{a_м^3} \Leftrightarrow T_м = \sqrt{\frac{T_{БК}^2 a_м^3}{a_{БК}^3}}$.

Лететь кораблю до точки встречи надо $\frac{T_м}{2} = \sqrt{\frac{T_{БК}^2 a_м^3}{4a_{БК}^3}} = T_{БК}\sqrt{\frac{a_м^3}{4a_{БК}^3}}$.

$\omega_{БК} = \frac{360°}{T_{БК}} = 0{,}02°/с$. До точки встречи большой корабль пройдёт угол $180° + \arccos\frac{1783}{1853}$. Это займёт $\frac{T_{БК}}{2} + 0{,}02\arccos\frac{1783}{1853}$. Значит, маленькому кораблю надо ждать $\frac{T_{БК}}{2} + 0{,}02\arccos\frac{1783}{1853} - \sqrt{\frac{T_{БК}^2 a_м^3}{4a_{БК}^3}}$.

Чтобы выйти на нужную орбиту, надо набрать апоцентральную скорость: $v^2 = GM_{\text{☾}}\left(\frac{2}{a(1+\varepsilon)} - \frac{1}{a}\right) \Leftrightarrow v = \sqrt{GM_{\text{☾}}\frac{1+\varepsilon}{(1-\varepsilon)a}}$

$\varepsilon = \frac{\frac{2R+h}{2} - R}{\frac{2R+h}{2}} = \frac{h}{2R+h}$.

Ответ: стартовать через $\frac{T_{БК}}{2} + 0{,}02\arccos\frac{1783}{1853} - T_{БК}\sqrt{\frac{a_м^3}{a_{БК}^3}}$, $a_м = \frac{2R_{\text{☾}}+h}{2}$, $a_{БК} = R_{\text{☾}} + h$

по направлению движения большого корабля, скорость ~~$v = \sqrt{GM_{\text{☾}}\frac{1+\frac{h}{2R+h}}{\frac{2R}{2R+h}a_м}}$~~ ~~$v = \sqrt{GM_{\text{☾}}\,2(R+h)}$~~ $v = \sqrt{GM_{\text{☾}}\frac{R+h}{a_м R}}$

3. Т.к. ~~при~~ к скорости Земли в ~~это~~ перигелии прибавляется одна и та же скорость, то считаем, что за ~~каж~~ год прибавляется постоянная величина. $\Delta t = 20+24+24+11 = 79$ ч за 20 лет.
За год прибавляется 3,95 ч.
до 1 января в 2000 г. было 28 ч. Для этого должно пройти 110 лет.

Ответ: в 1890 г.